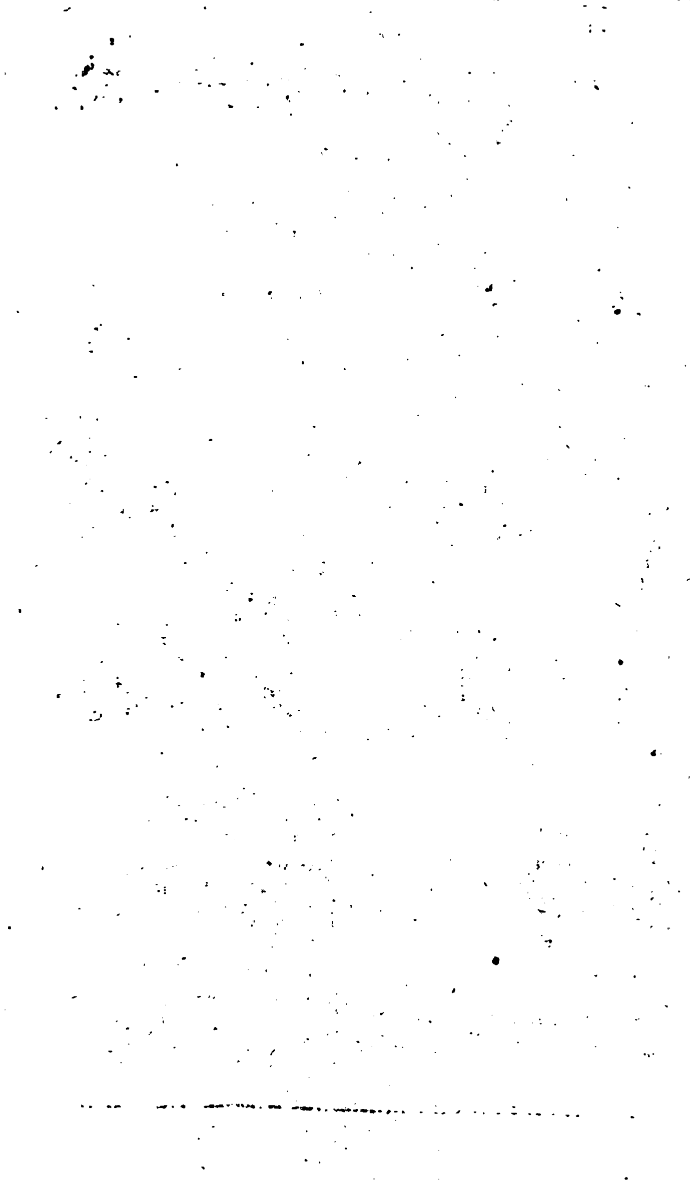

WIDENER LIBRARY
HX ISPT L







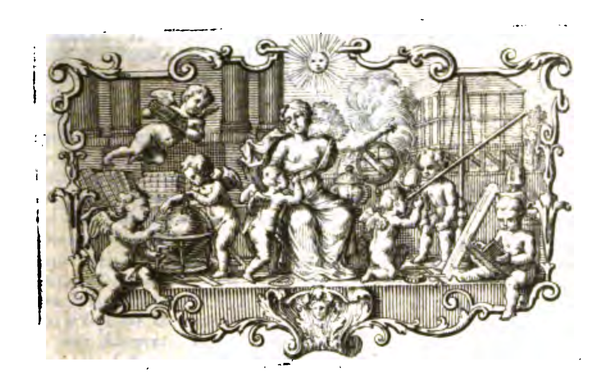


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXVII.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by Pierre Mortier, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie, commencée avec l'année* 1699, *jusques à présent*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere geduurende den tyd van Vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goed vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geëindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, enrichies de plus de 200 fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences*; benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans son ordre*; En eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Physique & autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année* 1698 *inclusivement*; wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gesecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoedig lyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleenen speciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerstkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, *avec les Mémoires de Mathématique & de Physique tirés des Registres de cette Académie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences*, *dont il est parlé dans l'Histoire & Mémoires de cette Académie & autres*, *avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences*, *Enrichies de plus de 200 fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Académie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans son ordre*; en Eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique*, *de Physique*, *& autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences*, *depuis son commencement jusques à l'année 1698 inclusivement*; wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aan alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat nature, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken, ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer affschrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22. January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haar voornemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemelde

de Werken voor den Suppliant van de grootste aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake ende het voorsz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerst agter een volgende Jaeren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is versogt, en hier vooren uytgedrukt staat, binnen den voorsz. Onsen Lande alleen sal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en boven te verbeuren, te applicearen een derde part voor den Officier die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaetse daer het Casus voorvallen sal, ende het resterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve sullen werden agterhaeld. Alles in dien verstaande, dat wy den Suppliant met desen onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne schaade door het nadrukken van de voorsz. Werken, daer door in geenigen deelen verstaen, den innehouden van dien te authoriseeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onse protectie ende bescherminge eenig meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laste zal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expressely k begeerende dat by aldien hy desen onsen Octroye voor dezelve Werken sal willen stellen, daer van geene geabrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maaken, nemaer gehouden wesen het zelve Octroy in 't geheel en sonder eenige omissie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden sal zyn een Exemplaer van de voorsz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onse Universiteit te Leyden, binnen

den tyd van ses weeken, na dat hy Suppliant de voorsz. Werken sal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ses hondert Guldens, na expiratie der voorsz. ses weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytse Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat versteeken te zyn van het effect van deesen Octroye: dat ook den Suppliant, schoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorsz. onse Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige observatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden sal zyn wederom een ander Exemplaar van deselve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorsc. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als vooren. Ende ten einde den Suppliant desen Onsen Consente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, lasten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van desen doen, laaten, ende gedoogen, rustelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, cesseerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onsen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onses Heeren ende Zaligmaakers, Duysent zeven hondert een en dertig.

J. G V, BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand gesteld by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Resolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om sig daar na te reguleeren.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

TABLE POUR LES MEMOIRES.

Sur

T A B L E.



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,
Année M. DCCXXXIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LES HAUTEURS DU BAROMETRE observées sur differentes Montagnes. *

NOus ſuppoſons tout ce qui a été dit ſur ce ſujet en 1703 † & 1705 ‡. Le Barometre porté ſur une Montagne y baiſſe, & baiſſe d'autant plus que la Montagne eſt plus haute. Si l'on imagine que la Colonne d'Air qui ſoutient 28 pouces de Mercure quand le Barometre eſt au niveau de la Mer, ſoit diviſée dans toute ſon étendue en toutes ſes parties, telles que chacune ſoutienne une ligne de Mercure, il eſt certain que toutes ces parties ſeront inégales & croiſſantes en longueur, depuis la premiere qui ſera au niveau de la Mer, & la moins longue de toutes, parce

* V. les M. p. 55. † p. 13. & ſuiv. ‡ p. 12. & ſuiv.

parce qu'elle ſera chargée de tout leur poids, & par conſéquent plus condenſée qu'aucune autre. Il étoit fort naturel de penſer, comme a fait M. Mariotte, que les differentes condenſations, ou ce qui eſt la même choſe renverſée, les longueurs de ces parties étoient proportionnelles aux poids qui les chargeoient; & nous avons vu en 1705 que cela s'eſt toujours trouvé vrai, tant qu'on a fait les expériences ſur de l'Air enfermé dans des Tubes, mais non pas ſur l'Air libre, tel que celui qui peſe ſur le Barometre, & qui compoſe notre Atmoſphere. C'eſt lui dont on voudroit la hauteur par la progreſſion de M. Mariotte, qui la donneroit bien vîte; mais c'eſt juſtement lui qui ſe dérobe à cette Règle.

Quand l'Académie travailla en 1700 à la prolongation de la Méridienne de Paris vers le Midi, on ne manqua pas d'obſerver les hauteurs, ou plutôt les deſcentes du Barometre ſur des Montagnes dont on connoiſſoit par des opérations géométriques l'élévation au deſſus du niveau de la Mer. Par-là on voyoit quelle étoit la deſcente du Mercure pour une certaine hauteur connue de la Montagne, hauteur qui étoit la même que la longueur dont la Colonne totale d'Air étoit diminuée. Autant d'expériences de cette eſpece, c'étoient autant de points de diviſion déterminés dans cette Colonne totale d'Air, autant de points dont la raréfaction par rapport à celle de la partie la plus baſſe étoit connue. Mais on n'avoit pas encore un aſſez grand

grand nombre de ces expériences, & il eſt viſible qu'on n'en peut avoir trop.

Maintenant on en a davantage, graces à M. de Plantade, de la Société Royale de Montpellier, Avocat-général de la Cour des Aides de cette Ville, qui en travaillant à une Carte du Lauguedoc, a meſuré actuellement un grand nombre de Montagnes, tant de celles qui l'avoient déja été dans le travail de la Méridienne, & qu'il a vérifiées, que de pluſieurs autres qui n'étoient pas compriſes dans ce travail; enſuite il a eu la curioſité de porter des Barometres ſur leurs ſommets, malgré la difficulté de ce tranſport ſouvent répété, & malgré le froid extrême qu'il avoit à eſſuyer dans ces lieux-là au mois d'Août.

Il a communiqué ſes obſervations à M. Caſſini, qui en a tiré que la progreſſion des raréfactions des differentes parties d'une Colonne d'Air ſuivoit certainement un plus grand rapport que celui des differens poids. Cependant, comme on ne peut guere imaginer d'autre principe de l'inégale raréfaction ou denſité que ces poids, il a voulu voir ſi le rapport de leurs quarrés ne réuſſiroit point mieux à repréſenter les obſervations de M. de Plantade; il y réuſſit mieux en effet, mais non pas parfaitement, il eſt encore au deſſous, c'eſt-à-dire, que les raréfactions de l'Air ſont plus grandes que ſelon les quarrés des poids. La hauteur de l'Atmoſphere ſeroit par-là de plus de 500 lieues, & il faut qu'elle aille bien au-delà, puiſque la raiſon des quarrés n'eſt pas aſſez grande. M. de Mairan ne pouvoit guere eſpérer une plus heureuſe confirmation

de son Syftême de l'Aurore Boréale rapporté en 1732 *.

Dans le nombre des Montagnes qui ont été mesurées, & où le Barometre a été observé, M. Cassini y fait entrer le Pic de Téneriffe, la plus haute de toutes, & dont on doit la mesure & les observations au P. Feuillée. Elle est de 2213 toises de hauteur sur le niveau de la Mer, c'est-à-dire, d'une lieue à peu près, & le Mercure y baissa de 10 pouc. 7 lignes. Pour le sujet dont il s'agit, on ne peut avoir de trop hautes Montagnes. M. Scheuchzer qui a observé le Barometre sur le Mont St Gothard, où il a baissé de 7 pouces, a cru qu'il étoit plus haut que le reste des Alpes, ce qui peut bien être vrai; mais il n'est pas la plus haute Montagne de l'Europe, puisque dans les Pirénées le Mercure baisse de 7 pouc. 8 lign. sur le Canigou. Il a 1441 toises de hauteur.

En prenant les élévations ou abaissemens du Mercure par rapport au niveau de la Mer, ce qui suppose que le Barometre ait été observé dans quelque lieu bas dont l'élévation au dessus de la Mer soit connue, M. Cassini a eu attention dans les expériences faites en Languedoc ou en Roussillon, que cette Mer, dont le niveau étoit la base de tout, fût la Mer la plus proche, la Méditerranée, & non pas l'Océan, auquel on eût pu aussi rapporter tout. Il se peut faire absolument que l'Océan & la Méditerranée ne soient pas de la même hauteur par rapport au centre de la Ter-

* p. 1. & suiv.

Terre, parce que les eaux de ces deux Mers ne seront pas exactement de la même pesanteur spécifique.

Il est à remarquer que M. de Plantade, qui avoit porté pour ses expériences des Tuyaux de différens diametres, a vu que quand il étoit à une hauteur qui n'excédoit pas 100 toises, le Mercure se tenoit plus bas dans les Tuyaux étroits, & qu'à une plus grande hauteur il étoit de niveau dans tous. Cette observation a été invariable sur 16 Montagnes. Cela auroit-il quelque liaison avec la propriété connue du Mercure, de se tenir, au contraire de l'Eau, toujours plus bas que le niveau dans les Tuyaux capillaires?

*SUR L'ELECTRICITÉ.**

UN petit phénomene de Physique, qui se présente rarement, & qu'on ne daigne presque pas observer, parce qu'il ne paroît conduire à rien, a commencé depuis un tems à devenir plus considérable, grace aux yeux savans qui l'ont regardé de plus près; & aujourd'hui il est si étendu & si important, qu'on ne sait plus où cela s'arrêtera. On a su de tems immémorial que l'Ambre jaune, après avoir été frotté dans sa surface, attiroit des brins de Paille & quelques autres corps légers posés à une petite distance; & cette

* V. les M. p. 31. 100. 327. & 617.

cette vertu a été nommée *Electricité*, du nom Latin ou Grec de l'Ambre. Gilbert, Philoſophe Anglois, qui a ſi bien traité de l'Aiman, a été le premier, que l'on ſache, qui a plus curieuſement obſervé l'Electricité, à cauſe du rapport qu'elle ſembloit avoir à ſon ſujet principal. Enſuite Guericke de Magdebourg, Boyle, l'Académie de Florence, Hauksbee & M. Gray de la Société Royale de Londres, ont les uns après les autres, & dans l'ordre qu'on les nomme ici, étudié cette matiere, en y ajoutant toujours de nouvelles connoiſſances; & l'on voit combien les Anglois dominent dans cette petite Troupe. Enfin M. du Fay eſt venu le dernier, qui a profité des travaux de ſes prédéceſſeurs, les a ou vérifiés en les répétant, ou rendus plus faciles à imiter, en a fait des combinaiſons qu'ils n'avoient pas faites, & a pénétré encore plus avant dans la nature de l'Electricité, ainſi qu'il y étoit obligé par n'être venu qu'après eux.

Il donne lui-même l'hiſtoire, & de tout ce qui l'a précédé, & de tout ce qu'il a fait; le détail d'un fort grand nombre d'expériences, finement imaginées, leur ſucceſſion même, ou la maniere dont elles ſe produiſent les unes les autres, & dont des vues bien priſes ouvrent d'autres vues; tout cela eſt curieux, agréable, inſtructif, mais fort aiſé à entendre, & il ſeroit abſolument inutile d'en rien répéter ici. Il ſuffira donc que nous en détachions tous les réſultats de connoiſſances, afin que l'on voye raſſemblé ſous un coup d'œil tout ce que l'on a appris juſqu'à

pré-

présent sur l'Electricité par les differens moyens dont on s'est servi.

L'Ambre, le Jayet, la Cire d'Espagne, peut être encore quelques autres corps pareils, étoient les seuls que l'on connût pour électriques : aujourd'hui ils le sont tous, pourvu qu'ils puissent être frottés avec assez de force. Il n'y a d'exception que pour les Métaux ; & peut-être cette exception cessera. Nous avons vu en 1730 * que par les observations de M. du Fay presque tout étoit devenu Phosphore, & c'est lui aussi qui a si prodigieusement augmenté le nombre des corps électriques. Il est clair que les liqueurs, puisqu'elles ne peuvent pas être frottées, ne sont pas susceptibles de l'électricité. La flamme ne l'est pas non plus.

Les corps chauffés avant le frottement en sont plus électriques, & quelques corps qui par le frottement seul n'acquerroient pas une électricité sensible, l'acquerront s'ils ont été auparavant échauffés. On voit assez par-là qu'autour du corps devenu électrique il se forme un Tourbillon de matiere très déliée & agitée, qui a la force de pousser vers ce corps des corps légers peu éloignés, & compris dans sa Sphere d'activité.

Il y a plus que de la conjecture pour ce Tourbillon. Si l'on s'approche du visage un corps rendu bien électrique, on sent un petit frémissement, comme si on étoit frappé d'une toile d'Araignée.

La vertu électrique se perd en peu de tems. Le Tourbillon se dissipe.

 Les

* P. 748. & suiv.

Les corps devenus électriques, tels que le Verre, qui eſt un de ceux qui le deviennent le mieux, jettent de la lumiere dans l'obſcurité.

Tout corps devenu électrique communique ſa vertu à un autre corps qu'il touche, ou ſeulement qu'on en approche ſuffiſamment, même aux Métaux qui ne peuvent pas devenir électriques *par eux mêmes*, c'eſt-à-dire, étant chauffés & frottés. Il n'y a que le Fer qui s'aimante, mais tout *s'électriſe*, & même les liqueurs. De l'eau, dont on a ſuffiſamment approché un Tube de verre rendu électrique, attire des brins de fil, des cheveux. La main de celui qui fait ces expériences s'électriſe. Il faut que le Tourbillon du corps électrique par lui-même aille s'attacher à celui qui le devient *par communication*, ou plutôt ſe partage entre les deux.

Les corps les moins électriques par eux-mêmes, ſont ceux qui le deviennent le mieux par communication.

Les corps électriques par eux-mêmes peuvent l'être auſſi par communication, & ne le ſont alors que par-là, puiſqu'ils n'ont été ni frottés, ni chauffés & frottés.

Les corps électriques, ſoit par eux-mêmes, ſoit par communication, ont cette vertu à differens degrés, ſelon leur differente nature. Il eſt viſible qu'un plus grand degré de cette vertu conſiſte à attirer un corps moins léger, ou à l'attirer de plus loin, ou plus vîte.

Un corps qui ſeroit par lui-même des plus électriques, mais que l'on ne veut rendre élec-

électrique que par communication, ne le devient pas si bien à beaucoup près, quand pour en approcher, ou pour lui faire toucher le corps qui l'électrisera, on l'a posé sur un soutien dont la matiere est très électrique par elle-même, comme du Verre, que si on l'avoit mis sur un autre soutien d'une matiere peu électrique, comme du bois. Que l'on approche un Tube de verre bien frotté d'un morceau d'Ambre posé sur un soutien de verre, le Tourbillon électrique du Tube se partage trop entre le morceau d'Ambre & le soutien de verre, qui ont une égale facilité à le recevoir, & par conséquent l'Ambre en prend moins de vertu que s'il avoit été sur du bois, ou du métal.

Les differentes couleurs naturelles ou artificielles des corps ne font rien par elles-mêmes à l'électricité, quoiqu'un habile Observateur l'ait cru sur des apparences assez fortes. Ce qui peut y apporter quelque variété, ce sont les differens ingrédiens dont les couleurs artificielles sont composées.

Si entre un corps électrique & celui qui en doit être attiré, on interpose un autre corps, il empéchera ou n'empêchera pas l'attraction, selon la nature dont il sera. Il l'empêchera, s'il n'est pas d'une nature fort électrique par lui-même, s'il est de bois ou de métal; il prendra la vertu pour lui, & ne lui permettra pas de passer outre. Au contraire, s'il est fort électrique, & à proportion qu'il le sera, il absorbera moins de la vertu électrique, & la laissera mieux passer.

Les corps qui étant ainsi interposés pren-

nent ou absorbent le plus de la vertu électrique, ou, comme on vient de le voir, ceux qui sont les moins électriques par eux-mêmes, sont les plus propres à être fortement attirés. De petites parcelles de bois le seront plus que des parcelles de verre d'un poids égal.

Un corps rendu électrique, comme un Tube de verre, qui communique sa vertu à un corps peu éloigné, la lui communiquera encore malgré un plus grand éloignement, si l'intervalle qui sera entre eux est rempli par quelque corps continu, comme une baguette, une corde. On attachera, par exemple, une corde à l'extrémité du Tube de verre, & à l'autre extrémité on suspendra un corps, & on verra qu'il sera devenu très sensiblement électrique. La vertu se dissipe bien vîte, quand pour aller du corps électrique à celui qui doit s'électriser, il faut qu'elle traverse un vuide, c'est-à-dire, un espace qui n'est rempli que d'air; elle a besoin pour un grand trajet d'être conduite le long d'un corps continu, auquel il semble qu'elle s'accroche de peur de se disperser.

La distance, à laquelle se peut transmettre cette vertu ainsi conduite, est presque incroyable. Qu'elle aille jusqu'au bout d'une allée de Jardin longue de 300 pieds, ce n'est rien; on n'a qu'à replier la corde, & la faire passer dans une autre allée de même longueur, la vertu se transmet encore; & enfin, en repliant de nouveau la corde, on l'a vue aller jusqu'à 1256 pieds, où M. du Fay l'a abandonnée par lassitude, quoiqu'elle fût encore

core

core assez sensible pour devoir aller plus loin. Le plus grand Vent ne détourne point ce prodigieux écoulement, mais l'air humide nuit beaucoup à l'électricité.

Les corps qui sont le plus facilement attirés, ou les moins électriques par eux-mêmes, sont les plus propres à transmettre au loin la vertu électrique. Par cette raison, dans les expériences dont on vient de parler, une corde ordinaire vaut beaucoup mieux qu'une de soye, & même il est bon de la mouiller, parce que l'eau n'est que très peu électrique.

Une expérience inventée par M. Gray a dû être un spectacle nouveau, & frappant. Un Enfant étant suspendu horizontalement par des cordes attachées au plancher, si on approche de ses pieds le Tube de verre bien frotté, sa tête s'électrise; & ce sont ses pieds, si on a approché le Tube de la tête. M. du Fay a répété l'expérience, mais elle ne lui a réussi qu'en suspendant l'Enfant avec des cordes de soye; ce qui vient manifestement de ce que la corde peu électrique par elle-même, comme on l'a dit, portoit la vertu trop loin, & jusqu'au plancher, au-lieu que la Soye plus électrique, la tenoit plus ramassée autour de l'Enfant.

Une Botte de paille, un Fagot, mis à la place de l'Enfant, s'électrisent de même. Il faut que la matiere du Tourbillon soit abondante pour embrasser de si gros volumes, & non seulement elle embrasse les surfaces, mais elle pénetre, du moins jusqu'à un certain point, dans l'intérieur, puisque tous les pe-

tits brins ou de paille ou de bois se trouvent électrisés.

Mais voici le plus surprenant, dont nous avons pourtant donné déja quelque léger commencement. M. du Fay, suspendu horizontalement, ayant été électrisé, si quelque autre approchoit sa main ou de son visage, ou de sa main, ils sentoient tous les deux une petite douleur, un petit frémissement sur la peau, comme si un trait qui se seroit détaché de la peau de l'un, en la secouant un peu, étoit allé piquer l'autre. Il y a plus; si l'on passoit la main sur un endroit habillé, l'effet étoit le même pour les deux Acteurs de l'expérience, la vertu électrique n'agissoit pas moins au travers des habits.

Jusqu'ici, pour démêler davantage les idées, nous n'avons parlé que de l'attraction des corps rendus électriques par le frottement; mais ils ont aussi une vertu de répulsion qu'ils exercent sur les mêmes corps qu'on leur a fait toucher, ou qu'on en a approchés d'assez près. Ils les attirent d'abord & se les attachent, & puis les repoussent loin d'eux avec la même force dont ils les avoient attirés. Une petite feuille d'or très légere qu'on laisse tomber sur un Tube de verre bien frotté & posé horizontalement, & qui le touche d'ordinaire par sa tranche, parce que c'est ainsi qu'elle a fendu l'air plus facilement en tombant, se colle pour un moment au Tube sur lequel elle se tient dans une position verticale ou à peu près; mais dans le moment suivant elle s'élance en l'air d'un mouvement très vif, & s'éleve à la hauteur de 8 ou 10 pou-

pouces, où elle se tient presque immobile. Si on éleve le Tube vers elle, elle le fuit, & s'éleve de la même quantité; elle descend de même si on abaisse le Tube, & cela dure tant que le Tube conserve sa vertu, à moins que l'on ne s'avise de toucher à la feuille suspendue en l'air, car aussi-tôt elle retombe sur le Tube, qui le moment d'après la renvoye à la même hauteur, s'il n'a encore rien perdu de sa force. Ici le Tourbillon se rend plus sensible que dans tout ce qui avoit encore été dit. Le Tube en avoit un qui a envelopé la feuille, & l'a attirée; mais d'une partie de la matiere de celui-là, il s'en est formé un nouveau autour de la feuille, puisqu'elle a certainement pris la vertu électrique; & ces deux Tourbillons une fois formés, il est aisé de concevoir que tendant tous deux à s'étendre en sens contraires, ils se sont arc-boutés l'un contre l'autre, ayant pour point d'appui commun le Tube de verre beaucoup moins mobile que la feuille d'or, & le Tourbillon du Tube plus puissant, comme il doit l'être, a repoussé celui de la feuille, & a fait remonter la feuille à une hauteur proportionnée à sa supériorité de force. Si l'on touche à la feuille suspendue en l'air, le doigt ou tout autre corps qui la touche s'électrise, & lui enleve ou du moins affoiblit & dérange beaucoup son petit Tourbillon. Des effets si délicats sont aisément troublés. Cette hypothese se trouvera conforme à toutes les expériences de M. du Fay, qui le premier a observé attentivement les phénome-

nes de la répulsion, & en a découvert les plus singuliers.

Nous avons toujours supposé qu'à un corps rendu électrique, à un Tube de verre bien frotté, on présentoit un corps d'un poids & d'un volume convenable, mais non pas rendu électrique, comme le premier; alors il y a attraction, ensuite répulsion. Mais si le second corps a été aussi rendu électrique, le cas est très different, il n'y a plus qu'attraction, ou que répulsion; le Tube de verre attirera toujours certains corps, & en repoussera toujours d'autres, & cela, comme on peut bien juger, dans les mêmes circonstances. Cette bizarrerie apparente, & tout-à-fait imprévue, parce qu'aucun des autres Observateurs n'en avoit rien apperçu, ni soupçonné, embarrassa beaucoup & assez longtems M. du Fay, qui enfin à force d'expériences & de réflexions démêla une Règle cachée, & cette Règle est elle-même surprenante & un paradoxe nouveau. Il y a deux sortes d'électricités qui appartiennent à deux especes de matieres differentes, & qui ne se peuvent encore déterminer que par-là. L'une est celle du Verre, du Crystal, des Pierres précieuses, &c. l'autre celle de l'Ambre, du Jayet, de la Gomme Copal, &c. Si au Tube de verre rendu électrique, on présente un corps qui le soit devenu par le contact ou par l'approche de l'Ambre, ou tout autre corps qui aura contracté cette 2de électricité, ce corps sera sûrement attiré par le Tube; & au contraire un corps qui aura contracté par le Verre la 1re électricité sera repoussé par ce-

ce même Tube de verre. Il en ira de même si un morceau d'Ambre ou de Gomme Copal rendus électriques sont les corps auxquels on présente des corps qui auront contracté l'une ou l'autre électricité; ceux qui auront pris celle du Verre seront attirés, & ceux qui auront pris celle de l'Ambre repoussés. Les électricités de même espece paroissent ennemies, & celles de differente espece amies. M. du Fay appelle la 1re *vitrée*, & la 2de *résineuse*.

Ce n'est pas que tous les corps, car tous sans exception peuvent devenir électriques ou par eux-mêmes ou par communication, soient de la nature ou du Verre ou de la Résine, il s'en faut infiniment; mais comme il n'y a rien de plus opposé à l'attraction que la répulsion, & à la répulsion que l'attraction, il faut nécessairement que tout corps, quelque different qu'il puisse être ou du Verre ou de la Résine, ait pris dans les circonstances requises l'électricité ou vitrée ou résineuse.

Puisque toute électricité se perd en peu de tems, un corps qui par le contact ou l'approche d'un autre corps aura pris l'une des deux électricités, & l'aura perdue, n'en sera pas moins propre à prendre ensuite l'autre. Mais un corps électrique par lui-même, c'est-à-dire, par le frottement, & non par communication, n'a déterminément que l'une ou l'autre électricité, & c'est-là son électricité naturelle.

Pour juger de quelle espece elle est, il ne faut que présenter à ce corps quelconque un au-

autre corps rendu électrique par le Verre; si ce 2^d^ corps est attiré, le 1er a l'électricité résineuse par lui-même, & il a au contraire la vitrée, si le 2^d^ corps est repoussé. Ce seroit la même chose renversée, si le 2^d^ corps avoit été rendu électrique par l'Ambre.

Les deux électricités opposées doivent avoir deux Tourbillons de differente nature, on le juge aisément & surement par les effets. Qu'un corps rendu électrique par le frottement seul, & qui a par conséquent son électricité naturelle déterminée, la communique à un autre corps qui n'en a aucune, & l'attire, on voit assez évidemment qu'il lui fait un Tourbillon d'une partie de celui qu'il avoit, & que les deux Tourbillons, le grand & le petit, s'accordent à un même mouvement, ce qui fait l'attraction. Mais que dans le cas où le 2^d^ corps se présente déja pourvu d'un Tourbillon de la même nature que celui du 1er, semblable à celui qu'il auroit pris du 1er s'il n'en avoit pas eu, il se fasse une répulsion, c'est ce qu'on n'auroit pas deviné, & ce qu'il n'est pas si aisé de concevoir. Cependant il est très possible que deux Tourbillons ne soient pas disposés à s'unir & à se confondre, parce qu'ils seront de même nature, & qu'ils se confondroient s'ils étoient d'une nature differente. De l'eau qui certainement augmentera toujours le volume d'une autre eau, ne se confond point avec elle, comme fait une autre matiere pulvérisée, qui mêlée avec la même eau n'en augmente point le volume. Cela suffit pour donner quelque

idée

idée de la contrariété des Tourbillons causée par l'homogénéité même.

En appliquant la Règle que M. du Fay a établie pour reconnoitre les deux differentes électricités, il se trouve que la Soye, la Toile, le Papier, ont par eux-mêmes l'électricité résineuse; & que la Laine, les Plumes, le dos d'un Chat vivant, ont l'électricité vitrée. On voit par ce petit nombre d'exemples, qu'une même électricité n'appartient pas constamment soit aux matieres végétales, soit aux animales. Un plus grand nombre d'expériences brouillera encore plus les especes, & peut-être à la longue éclaircira le tout.

L'électricité naturelle d'un corps est toujours de la même espece, quel que soit le corps dont le frottement l'a rendu électrique. Seulement sa vertu sera augmentée ou diminuée selon le corps dont on se sera servi pour le frottement; augmentée, si ce corps a la même électricité naturelle; diminuée, si c'est le contraire.

L'électricité vitrée paroît jusqu'à présent plus forte que la résineuse, mais il n'est pas encore tems d'entrer dans ces discussions. On voit assez combien il en reste à faire, & combien un sujet, que l'on croyoit si léger, & qu'on étudioit si peu, prépare aux Physiciens d'embarras ou de plaisir.

SUR L'AIMAN.

SI le consentement unanime des Philosophes suffisoit pour établir quelque chose en Physique, il seroit bien sûr que la matiere Magnétique traverse l'Aiman, le Fer & l'Acier avec plus de facilité que tous les autres corps, & qu'elle forme autour de l'Aiman un Tourbillon, qui tout au moins est simple, c'est-à-dire, tel que cette matiere n'entre que par un Pole de l'Aiman, & ne sort que par l'opposé. Nous avons expliqué cette derniere hypothese d'après M. du Fay en 1728 * & 1730 *. Mais les Philosophes eux-mêmes trouvent bon que leur consentement n'établisse rien, & ils sont les premiers à renverser tout ce qui n'est pas inébranlable. M. de Reaumur avoit déja marqué des doutes sur le premier des deux points que nous venons de rapporter, M. le Monnier en avoit eu aussi, il s'y est confirmé par des expériences, & il a vu en même tems que le second point pouvoit être attaqué. Nous ne rapporterons que les principales de ces expériences: ou elles conclurront assez, ou elles mettront assez sur la voye ceux qui voudront aller plus loin.

Tout le monde sait que quand on a semé au hazard de la limaille de Fer sur une feuille de papier, sur un Carton, sur une Glace, enfin sur un corps assez mince que ce soit, si

* p. 1. & suiv. † p. 1. & suiv.

si on approche de ce corps en dessous une Pierre d'Aiman, toute la limaille se met en mouvement, & s'arrange sur le Papier ou le Carton, &c. selon certaines Courbes, qui paroissent les traces visibles des écoulemens de la matiere magnétique sortie de l'Aiman. On aide un peu la formation de ces Courbes, en secouant légerement & adroitement le Carton, qui sans cela pourroit par le frottement de ses parties contre celles de la limaille en arrêter ou en détourner un peu le mouvement naturel. C'est une précaution qu'il faut supposer ici que l'on a toujours prise.

M. le Monnier ayant fait cette expérience avec ce seul changement, qu'au-lieu du Carton dont on se sert d'ordinaire, il se servoit d'une feuille de Tole, a toujours vu que la limaille jettée dessus demeuroit presque immobile, & ne prenoit point, ou ne prenoit que difficilement & très imparfaitement les formes de Courbes qu'elle a coutume de prendre. Qui pouvoit l'en empêcher que la Tole interposée entre elle & l'Aiman, & qui n'étoit pas traversée par la matiere magnétique émanée de l'Aiman, comme l'auroit été un Carton ou tout autre corps? Or la Tole n'est que du Fer. La matiere magnétique le traverse donc plus difficilement que tout autre corps, & il en sera de même de l'Acier, & de l'Aiman même, qui sont des Fers plus parfaits.

Comme on pourroit soupçonner au contraire que la Tole n'arrête la matiere magnétique, & ne l'empêche d'aller jusqu'à la limaille que parce qu'elle lui donne dans toute

sa substance des passages plus libres, M. le Monnier répond qu'en ce cas-là elle seroit obligée de sortir en abondance par toutes les extrémités de la Tole, & de se porter à la limaille; & pour voir si cela étoit, il a mis sur la Tole une feuille de papier qui la débordoit de tous côtés de 3 ou 4 pouces, & a semé la limaille sur ce papier. Celle qui étoit sur les endroits qui débordoient auroit donc reçu la matiere magnétique sortie des extrémités de la Tole; mais cette portion de la limaille ne fut pas plus agitée que le reste, & par conséquent ne reçut pas plus de matiere magnétique.

De-là M. le Monnier conjecture que ce qui rend un Aiman armé plus fort que s'il étoit nud, c'est que le Fer de l'armure s'oppose à la dissipation de la matiere magnétique qui sortiroit de l'Aiman, & l'y tient toute réunie.

Il a fait une fente en ligne droite au milieu d'un Carton, & y a fait passer un morceau de Tole perpendiculairement au Carton, & de sorte qu'une moitié étoit au-dessus, l'autre au-dessous. Ayant semé de la limaille sur le Carton dans les deux angles supérieurs qu'il faisoit avec la Tole, il mit une Pierre d'Aiman dans un des angles inférieurs, & il vit que de toute la limaille semée dans les deux angles supérieurs, celle qui étoit contenue dans un angle prenoit l'arrangement ordinaire & attendu, celle de l'autre angle n'en prenoit aucun, ou presque aucun. La premiere étoit celle où la matiere magnétique pouvoit arriver en ne traversant que le Carton; la seconde, celle où elle n'eût pu arriver qu'en

qu'en traverſant de plus la Tole, ce qu'il eſt très facile de ſe repréſenter. Il importoit peu que la Pierre d'Aiman fût poſée par rapport au Carton, de maniere que ſon axe lui fût perpendiculaire, ou qu'il fût parallele à la commune ſection du Carton & de la Tole; ſeulement dans la premiere poſition pouvoit-on ſoupçonner que la limaille prenoit quelque foible arrangement.

Une Pierre d'Aiman qui ſoutient quatre fois plus peſant de Fer qu'elle, & qui à la diſtance de 20 pouces, agit encore ſenſiblement ſur une Aiguille aimantée, n'y agit plus à la diſtance de 3 pouc. ou environ, ſi l'on interpoſe trois plaques de fonte miſes les unes contre les autres.

Lorſque la Pierre d'Aiman que l'on met ſous le Carton où l'on a ſemé la limaille, lui fait prendre ſon arrangement, on remarque deux Vuides formés aux endroits qui répondent aux deux Poles de la Pierre. On conçoit communément que ces Vuides viennent de ce que la matiere magnétique ſortie en plus grande abondance par les Poles de l'Aiman a chaſſé d'abord la limaille des endroits qui y répondoient, pour lui faire prendre enſuite le cours qu'elle prend elle-même, ce qui n'empêche pas qu'elle ne la pénetre en même tems. M. le Monnier croit, au contraire, qu'elle la chaſſe, parce qu'elle ne la pénetre pas, & même que les Vuides ou eſpeces de Sillons qui ſont entre les Courbes formées par la limaille, ſont les véritables routes de la matiere magnétique qui ne fait qu'écarter la limaille de part & d'autre. Mais en

en laiſſant ce point indécis, qui effectivement peut l'être, l'expérience tournée un peu differemment, prouvera que la matiere magnétique ne pénetre pas l'Aiman avec la facilité que l'on croit.

M. le Monnier a mis ſous le Carton deux Aimans dont les Poles de different nom étoient voiſins. En ce cas-là, ſelon le Syſtême commun, les deux Tourbillons magnétiques doivent s'être réunis en un ſeul, & par conſéquent il ne ſe formera ſur la limaille du Carton que deux Vuides répondans à deux Poles. Mais le fait eſt qu'il ſe forme toujours quatre Vuides; marque que les deux Tourbillons ne ſe ſont pas confondus, & que la matiere magnétique n'a pas paſſé d'un Aiman dans l'autre.

Cette expérience ne prouve pas ſeulement que la matiere magnétique n'entre pas dans une Pierre d'Aiman avec facilité, mais encore qu'elle ne ſe meut pas autour de ces Pierres en Tourbillon; car s'il y avoit eu ici deux Tourbillons, tout étoit bien diſpoſé pour les confondre en un. Mais voici des expériences encore plus fortes contre ce mouvement, quoique ſi vrai-ſemblable, & ſi reçu.

Certainement s'il y a un Tourbillon, il s'étend bien à 2 ou 3 lignes de la Pierre. Cependant, que l'on aimante une Aiguille de Bouſſole, en la faiſant couler à l'ordinaire ſous la Pierre, & en même tems en lui faiſant toucher les deux boutons de l'armure, ou en la tenant éloignée de ces boutons de 2 ou 3 lignes ſeulement, elle prendra dans les deux cas deux directions diamétralement op-

oppoſées, tout le reſte ayant été parfaitement égal; la même extrémité de l'Aiguille qui ſe tournoit au Nord ſe tournera au Sud. M. le Monnier l'a vu avec étonnement, & en a répété l'expérience plus de fois, & avec plus de ſoin.

Dans l'hypotheſe du Tourbillon, on conçoit que la matiere magnétique ſortie par un Pole, & on juge que c'eſt l'Auſtral, rentre par le Boréal, de ſorte qu'à ſa ſortie par le Sud, elle ſe partage à droite & à gauche, vers l'Orient & vers l'Occident, ſi l'on veut, qui feront les deux extrémités de l'Equateur de la Pierre, & de là, tant par ſa branche Orientale que par l'Occidentale, va gagner le Nord de la Pierre où elle rentre en raſſemblant ſes deux branches. Par conſéquent, les mouvemens du Tourbillon aux deux Poles ſont contraires l'un à l'autre; au Pole Auſtral les parties de la matiere magnétique s'écartent, au Boréal elles ſe raſſemblent. Puiſque quand on fait paſſer la Pierre ſous le Carton, la limaille repréſente par ſes mouvemens ceux de la matiere magnétique, il n'eſt pas poſſible qu'elle prenne les mêmes mouvemens ou les mêmes directions, lequel que ce ſoit des deux Poles qui paſſe le premier ſous le Carton par rapport à l'autre; ſi l'Auſtral eſt l'antérieur, il doit écarter la limaille; ſi c'eſt le Boréal, il doit la raſſembler. Mais on voit le contraire, la limaille prend toujours la même diſpoſition, indépendamment de cette circonſtance, & elle n'a qu'un certain mouvement progreſſif, qui eſt en ſens contraire de celui de la Pierre, com-

comme si la limaille déja mise en mouvement par l'action de l'Aiman étoit réfléchie par celle qui n'y est pas encore. On sousentend toujours ici que quand les deux Poles sont alternativement antérieurs, la Pierre est toujours passée sous le Carton selon une même direction.

Si on la passe de gauche à droite, d'un bout du Carton à l'autre, le Pole Austral étant l'antérieur, une molécule de limaille ira de droite à gauche, en sens contraire de la Pierre; & si ensuite on passe la Pierre sous le Carton en même sens, mais le Pole Boréal étant l'antérieur, la même molécule continuera d'aller selon la même direction. Or ce n'est pas là ce qui devroit arriver si la matiere magnétique sortoit par un Pole de la Pierre, & rentroit par l'autre. Une même molécule ne suivroit la même direction que tandis que le même Pole de la Pierre seroit, pour ainsi dire, la Proue, & l'autre la Poupe; car si le Vaisseau se meut à contre-sens, il est visible que le Tourbillon, dont on le suppose environné, étant mu aussi à contre-sens de ce qu'il étoit, doit faire rebrousser la molécule de limaille, & cela, soit que ce Tourbillon soit simple, ou double. Quel point de Physique sera constant, si le Tourbillon magnétique ne l'est pas?

SUR

SUR LE VOLUME DES LIQUEURS MÊLÉES. *

QUAND on a mêlé deux Liqueurs ensemble, le volume total doit naturellement être égal à la somme des deux volumes des Liqueurs prises séparément; double du volume de chacune, par exemple, si le volume de chacune étoit égal. Cependant M. de Reaumur a trouvé qu'un volume d'Eau & d'Esprit de vin mêlés en égale quantité n'étoit pas double du volume de chacune de ces liqueurs. Il s'en est apperçu en construisant des Thermometres de son invention, & en les remplissant de liqueurs qu'il mesuroit selon cette méthode exacte qu'il a trouvée aussi †, car sans cela le fait dont nous parlons ne se fût pas rendu aisément aussi sensible qu'il le faut. On sait précisément, par le moyen des nouvelles mesures, qu'on a mis dans un Tube une certaine quantité d'Eau, on sait où doit monter la même quantité d'Esprit de vin qu'on y ajoutera; mais elle ne monte pas jusqu'au point prescrit, & il reste au haut ce que M. de Reaumur appelle un *Vuide*, l'espace que l'Esprit de vin auroit rempli si le volume des deux liqueurs étoit double de celui de chacune.

Il

* V. les M. pag. 228.
† V. l'Hist. de 1730. p. 12. & suiv.

Il tombe d'abord dans l'esprit que toutes les deux prises séparément avoient dans leur tissu essentiel, pour ainsi dire, beaucoup de vuides, & que quand on les mêle ensemble, elles remplissent, du moins en grande partie, les vuides l'une de l'autre, d'où s'ensuit évidemment la diminution du volume total. Des Boules pourroient être si grosses par rapport à d'autres, qu'après que les unes & les autres à part auroient rempli une certaine mesure égale, elles tiendroient toutes ensuite dans cette même mesure, ou du moins dans une moindre que le double de cette mesure. Cela effectivement a bien quelque part au phénomene dont il s'agit, mais M. de Reaumur va à une bien plus grande précision d'idées.

Quoique ce qu'on a appellé jusqu'à présent *dissolution*, ne soit guere que la division des parties d'un corps solide produite par l'action d'un liquide, il ne paroît nullement impossible que la dissolution ait lieu de liquide à liquide, que l'un agisse sur les parties intégrantes de l'autre, qui seront de petits solides, qu'il les atténue, ou les ouvre, & enfin s'insinue par-là dans un grand nombre de petits espaces auparavant vuides.

Ce qui marque bien que de l'Eau à l'Esprit de vin il se fait une vraye dissolution, c'est que dans le premier moment du mélange les deux liqueurs deviennent louches, troubles; & ce tems de la fermentation & du combat étant passé, elles s'éclaircissent. Ce n'est que quand tout est calme, quand l'eau s'est logée par-tout où elle peut pénétrer, que la dimi-

nu-

nution de volume arrive, aussi grande qu'elle peut l'être. Si l'on veut bien voir ce phénomene, il faut verser l'Esprit de vin sur l'Eau très doucement, & avec toute la précaution nécessaire pour empêcher les deux liqueurs de se mêler trop vîte; alors l'Esprit de vin occupe la place qui convient à son volume naturel, & il ne baisse qu'après la petite fermentation. Afin qu'il baisse autant qu'il peut baisser, il faut que le mêlange des deux liqueurs ait été fait le mieux qu'il soit possible, & pour cela on secoue auparavant & on agite quelque tems le Tube.

Après bien des expériences pour découvrir en quelle dose du mêlange de ces deux liqueurs se faisoit la plus grande diminution de volume total, le plus grand vuide dans le Tuyau, M. de Reaumur a trouvé que c'étoit lorsqu'on avoit mis une partie d'Esprit de vin sur deux d'Eau. Plus d'Eau ne feroit rien de plus, beaucoup moins d'Eau ne feroit rien, ou presque rien. C'est bien là ce que l'on voit à chaque moment en Chimie, où des matieres *saoulées* d'une certaine quantité d'un Dissolvant n'en reçoivent absolument pas davantage.

L'Eau & l'Esprit de vin sont deux liqueurs inégalement pesantes, & quoique la difference en soit très petite, on la reconnoit par l'Aréometre ou Pese-liqueur. On sait donc quel sera le poids de deux parties égales d'Eau & d'Esprit de vin prises ensemble, mais non pas mêlées; ce sera la pesanteur spécifique du Volume qu'elles formeront. Mais quand elles sont mêlées ensemble, un pareil volume

a une peſanteur ſpécifique plus grande; donc le mêlange a fait qu'un même Volume contînt une plus grande quantité de ces liqueurs, donc leur contexture intime a été changée, ce qui emporte l'idée de diſſolution, ou du moins y convient fort.

Mais laquelle des deux liqueurs eſt le Diſſolvant? apparemment c'eſt l'Eau, diſſolvant aſſez univerſel. L'Eſprit de vin plus léger eſt par conſéquent plus rare, & a plus de vuides où l'eau peut s'inſinuer après avoir détruit les cloiſons. Plus un Eſprit de vin eſt rectifié, c'eſt-à-dire, plus il a de parties propres d'Eſprit de vin, plus étant mêlé avec la même quantité d'Eau, il baiſſe dans le Tube; c'eſt qu'un plus grand nombre de parties propres d'Eſprit de vin contiennent un plus grand nombre de ces vuides que l'Eau peut remplir. Cela même, dans une matiere qui ne paroît guere juſqu'à préſent que curieuſe, pourra fournir une méthode utile pour juger de la bonté d'un Eſprit de vin.

C'eſt donc cette liqueur qui eſt diſſoute, c'eſt elle qui a abſorbé dans ſes vuides une quantité d'Eau, & qui par-là a fait diminuer le volume total. Il réſulte de toutes les expériences de M. de Reaumur, que cette diminution va à $\frac{1}{20}$ du volume de l'Eſprit de vin.

Il ne faut pas conclurre de-là qu'en mêlant 20 parties d'Eſprit de vin & une d'Eau, on donneroit à l'Eſprit de vin tout ce qui lui eſt néceſſaire pour remplir ſes vuides, & que la diſſolution ſeroit faite. Afin que l'Eau agiſſe ſur l'Eſprit de vin comme Diſſolvant,

& le divise jusqu'au point requis, il est besoin qu'il ait été auparavant divisé moins finement, que ses molécules grossieres ayent été plus écartées les unes des autres. En un mot, l'Eau doit agir comme Intermede, aussi-bien que comme Dissolvant, & il faut pour la premiere fonction une plus grande masse.

Il sort toujours de l'Air de deux matieres qui fermentent ensemble, & on pourroit croire que la quantité qui en sort de l'Eau & de l'Esprit de vin dans les Expériences présentes, est ce qui cause la diminution de volume. Si cela est, cet Air remplira tout le vuide que la diminution du volume total des deux liqueurs laisse au haut du tuyau; s'il le remplit, il fera équilibre avec l'air extérieur, condensé au point qu'il l'est par le poids de l'Atmosphere; s'il fait cet équilibre, un Parchemin, tendu un peu lâchement sur l'orifice du Tuyau qu'il bouchera, demeurera horizontal parce qu'il sera également poussé de haut en bas par l'air extérieur, & de bas en haut par cet air intérieur sorti des deux Liqueurs. Mais le Parchemin s'abaisse par son milieu, & devient convexe du côté du Tuyau; preuve sure que l'air extérieur est le plus fort, & que l'intérieur ne remplit pas entierement le vuide, & que s'il contribue à la diminution de volume, il n'en est pas la seule cause.

Lorsque dans ces expériences, on a mis du Vin de Bourgogne, au-lieu d'Esprit de vin, nul effet ne s'en est ensuivi, nulle diminution de volume, nul vuide dans le Tube. Il n'y a pas lieu de s'en étonner: nous

avons vu que dès qu'on avoit mis plus de deux parties d'Eau sur une d'Esprit de vin, il n'y avoit plus d'effet à attendre, parce que l'Eau étoit *saoulée* d'Esprit de vin; or du Vin de Bourgogne, & tout autre, est un Esprit de vin où il y a plus de deux parties d'Eau. Plusieurs autres liqueurs mêlées ou avec l'eau pure, ou entre elles, ne donnent point non plus de diminution de volume.

Le principe général est donc, qu'il faut pour cela que des vuides qui se trouvoient dans une des liqueurs, ou dans les deux séparées, soient remplis parce qu'on les a mêlées, & que ce mêlange a donné occasion à l'une d'atténuer les parties de l'autre, d'en ouvrir des cellules vuides, & de s'y insinuer, &c. Si la liqueur qui devroit recevoir l'action de l'autre, car il suffit d'en considérer une seule comme agissante, n'est plus en état de recevoir cette action, si tous ses vuides sont déja ouverts, & remplis, certainement il n'y a point d'effet à attendre, si ce n'est qu'il se trouve une autre liqueur capable de faire ce que celle-ci n'aura pas pu.

Une Boule formée de grains de Sable liés ensemble par une Colle dissoluble à l'Eau, & c'est l'exemple de M. de Reaumur, étant mise dans l'Eau, ces grains qui ne se touchoient qu'imparfaitement, & laissoient entre eux des vuides, se sépareront, & l'Eau remplira des Espaces auparavant vuides. S'il n'y a d'Eau que ce qu'il en faut pour dissoudre toute la Colle qui lioit les grains de Sable, voilà tout l'effet possible arrivé. S'il n'y avoit pas assez d'Eau, il en faudra de nouvelle,

&

& quand il y en aura assez, en-vain en mettra-t-on davantage. Mais si toute la Colle étant fondue, & tous les grains de Sable séparés, ces grains sont formés eux-mêmes de grains plus petits, liés par la même Colle, mais qui, parce qu'ils seront plus petits, n'auront pas admis l'eau dans leurs interstices aussi aisément que les premiers, alors avec de nouvelle Eau, on aura encore un nouvel effet, apparemment moindre, ou plus lent, & on ne peut savoir que par l'expérience où cela s'arrêtera. Si les parties des seconds grains étoient liées par une autre Colle que celle des premiers, ce qui est possible, il faudroit après l'Eau un autre Dissolvant. Il est aisé d'appliquer les différens cas de cet exemple, & d'autres peut-être qu'on pourroit encore imaginer, à ceux qui se trouveront quand on opérera sur cette matiere.

M. de Reaumur n'a parlé que des Liqueurs mêlées dont le volume total diminue par le mélange; mais pourquoi n'augmenteroit-il pas aussi avec d'autres liqueurs, & en d'autres circonstances? je dis même après le mêlange, car il n'y a rien d'extraordinaire que pendant qu'il se fait, c'est-à-dire, pendant la fermentation, le volume augmente. Il ne seroit pas impossible que les deux liqueurs, ou l'une seulement, prissent un état de raréfaction durable; il se formeroit des cellules, de petites cavernes, qui ne se rempliroient que d'air. Mais il ne faut point se hâter de deviner, ni prévenir les phénomenes; il y en a assez de bien réels & de bien constans.

SUR LE SOLEIL VU ELLIPTIQUE
à environ 10 *degrés de hauteur sur l'Horizon.*

IL n'eſt rien de plus ordinaire que de voir le Soleil elliptique, lorſqu'il eſt prêt à ſe cacher ſous l'Horizon. Les réfractions horizontales qui ſont les plus grandes de toutes, venant alors à élever ſon bord inférieur beaucoup plus que le ſupérieur, diminuent d'autant ſon diametre vertical, par rapport à l'horizontal qui n'éprouve rien de pareil; d'où reſulte l'apparence d'ellipticité dont il s'agit. Mais il eſt infiniment rare que le diſque du Soleil ſoit vu ſous cette forme, à quelques degrés au-deſſus de l'horizon, ou plutôt on ne ſait pas qu'il y en ait d'exemple. C'eſt que les réfractions décroiſſent très rapidement un peu au-deſſus de l'Horizon, & en montant vers le Zénit. Cependant le 28me Juin de cette année, le Soleil fut obſervé ſenſiblement Elliptique, à la hauteur d'environ 10 degrés. M. de Mairan, qui le regarda par hazard, le trouva tel, non ſans ſurpriſe, & quelques autres* perſonnes le virent comme lui. Il y avoit donc alors dans l'Atmoſphere, à la hauteur de 10 degrés, une matiere réfractive auſſi forte, ou auſſi abondante, qu'elle l'eſt d'ordinaire tout proche de l'Horizon. Et c'eſt un fait d'autant plus remarquable, qu'il peut tenir les Obſervateurs

teurs

* V. les M. p. 45.

teurs en garde contre les effets & l'illusion des réfractions, dans des cas où ils n'ont pas accoutumé de la soupçonner.

SUR L'AURORE BOREALE.

L'HYPOTHESE de M. de Mairan sur la cause physique de l'Aurore Boréale est presque entierement fondée sur l'expérience, & sur les Observations que l'on a de ce Phénomene, sur la correspondance de ses apparitions avec celles de la Lumiere Zodiacale, & sur l'accord des tems de sa plus grande fréquence avec les differentes situations de la Terre dans son orbite, ainsi que nous l'avons expliqué dans le précis que nous en donnames l'année derniere †. Il ne pouvoit donc trop rassembler d'Observations pour justifier son Systême sur cette matiere, & quelque nombreuses que fussent déja celles qui lui ont servi à en établir les fondemens, il étoit obligé de les continuer. Il y a grande apparence qu'il ne se dispensera pas si-tôt de ce soin & de cette attention, en faveur d'une idée si neuve, si hardie, & jusqu'à présent si vrai-semblable. C'est une espece d'engagement qu'il a contracté là-dessus avec le Public, & dont il commence de s'acquitter ici en nous donnant les Observations de l'Aurore Boréale, de la Lumiere Zodiacale, & de tout ce qui a quelque rapport à ces Phénomenes vus à

* V. les M. p. 644. † V. l'Hist. de 1732. p. 1. & suiv.

à Paris, ou aux environs, pendant le cours des années 1732 & 1733. On y trouvera de nouveaux exemples & de nouvelles preuves de ce qu'il a avancé dans ſon Traité ſur ce ſujet. Rien n'eſt plus conforme à l'eſprit de l'Académie que de ramaſſer ainſi des matériaux, dont le ſeul aſſemblage pourra un jour nous dévoiler le ſecret de la Nature. Depuis la Repriſe des Aurores Boréales, dont on peut placer le commencement en 1716, il n'y a point eu d'année plus féconde en grands Phénomenes que 1731 où finit le Traité de M. de Mairan: 1732 l'eſt moins, & cette diminution paroît encore davantage en 1733. Il y a eu pourtant dans celle-ci, le 10 d'Octobre, une Apparition de l'Aurore Boréale très remarquable par la netteté avec laquelle le Segment obſcur & l'Arc lumineux ſe trouvoient tranchés. C'eſt par-là, comme nous l'avons expliqué, qu'on peut s'aſſurer de la hauteur de la matiere du Phénomene dans l'Atmoſphere, pourvu que quelque autre Obſervateur indique en même tems la hauteur apparente de cet Arc, à une latitude de lieu ſenſiblement differente. Du reſte, à en juger par les Repriſes qui ont précédé celle que nous éprouvons depuis 1716, & par les intervalles qui les ſéparent, on ne doit pas douter que celle-ci ne finiſſe, & que nous ne retombions un jour dans ces tems où l'Aurore Boréale n'eſt connue que dans les Livres des Philoſophes.

OBSERVATION
DE PHYSIQUE GENERALE.

IL est bien vrai, comme il a été dit en 1728 *, que pour faire perdre à des Agates ces ramifications d'Arbrisseaux ou de Buissons qui leur ont été données par art, ou, ce qui est le même, effacer les couleurs de ces figures, il ne faut que tremper les Pierres dans de l'Eau-forte, & les laisser ainsi à l'ombre dans un lieu humide pendant 10 ou 12 heures. Mais il n'est pas vrai que ce soit-là, comme on le croyoit, un moyen sûr de reconnoitre ces *Dendrites* artificielles d'avec les naturelles.

Mr de la Condamine fit cette épreuve sur deux Dendrites, moins pour la faire, que pour s'assurer encore qu'il n'en arriveroit rien, car les deux Agates étoient hors de tout soupçon, sur-tout par l'extrême finesse de leurs rameaux, qui est ce que l'art ne peut attraper; effectivement pendant 3 ou 4 jours, il n'y eut aucun changement. Mais par bonheur les Dendrites mises en expérience ayant été oubliées sur une fenêtre pendant 15 jours d'un tems humide & pluvieux, M. de la Condamine les retrouva fort changées. Il s'étoit mêlé un peu d'eau de pluye avec ce qui restoit d'eau-forte dans le Vase. L'Agate où la

* V. les M. p. 79.

connoiſſoit non ſeulement à leur difference de coûleur & de gonflement, mais à l'épreuve plus ſûre de l'eau, où un Poumon qui a pris de l'air ſurnage, & s'il n'en a pas pris s'enfonce.

A cette occaſion, M. Petit ſe deſabuſa d'une erreur où le jettoit une fauſſe expérience. Il avoit beau preſſer en tous ſens entre ſes doigts un morceau coupé d'un Poumon qui avoit reſpiré, ce morceau nageoit toujours ſur l'eau, & par conſéquent tout l'air n'en avoit pas été exprimé, quoique la coupe eût été faite exprès dans une aſſez grande ſurface, qui préſentoit à l'air beaucoup d'ouvertures pour ſortir. Il paroiſſoit donc que l'Air une fois entré dans les Poumons n'en ſortoit plus entierement, & qu'il en reſtoit une partie cantonnée dans des interſtices, dans des recoins d'où l'on ne pouvoit la tirer. Mais M. Petit a vu que la Machine du Vuide faiſoit très facilement ce que ne fait pas la plus forte compreſſion des doigts. Le Poumon d'un jeune Lapin, qui avoit expiré dans cette Machine, alla au fond de l'eau, tant il avoit été bien purgé d'air. M. Petit ſe ſeroit cru l'inventeur de cette expérience aſſez curieuſe, ſi on ne l'eût averti qu'il avoit été prévenu par un Auteur dont on ne ſe ſouvenoit plus. Quand on preſſe un Poumon entre ſes doigts, on ferme néceſſairement beaucoup de paſſages à l'air qui pourroit s'échapper, & peut-être ne fait-on que l'envoyer dans d'autres retraites; mais ce même air ſoulagé également dans le Vuide du poids de l'air extérieur, ſe dilate également par-tout,

&

& trouve par-tout des passages également propres à sa sortie.

La Trachée se divise à droite & à gauche en deux gros Troncs, subdivisés ensuite en une infinité de Branches ou rameaux toujours plus petits, qui vont porter l'air dans les Poumons. La Trachée, ses troncs & ses rameaux sont naturellement enduits en dedans d'une humeur assez fluide; mais dans l'Enfant dont il s'agit, cette humeur étoit fort visqueuse, & fort épaisse, sur-tout celle du tronc gauche, qui en étoit entierement rempli. Le tronc droit plus libre avoit laissé à l'air un passage que le gauche ne lui avoit pas permis, & par cette raison le Poumon droit, à l'exclusion de l'autre, avoit respiré.

M. Petit trouve dans cette difference la cause de la promte mort de l'Enfant. Si les deux Poumons eussent respiré, chacun auroit pris en recevant de l'air, l'extension qui lui convenoit, ils se seroient contrebalancés mutuellement, & toutes les parties qui leur sont liées, & qui tiennent à eux, se seroient maintenues dans leur position naturelle. Mais le Poumon droit s'étant seul gonflé, il a pu sans résistance faire des déplacemens de parties, des compressions ou des allongemens de Vaisseaux encore très foibles & très délicats; & peut-être le peu de capacité qu'on a remarqué dans la Poitrine a-t-il aidé à ces effets. C'est ce que M. Petit explique plus en détail. Le moindre Vaisseau rompu par ce dérangement aura suffi pour causer la mort dans l'instant.

M. Petit croit que cette humeur, qui après

près la respiration enduit la superficie interne de la Trachée & de ses branches, & qui apparemment sert alors à les préserver de la secheresse que le passage continuel de l'air y causeroit, remplit ces cavités avant la respiration, & sert à les tenir en état d'être les canaux de l'air quand il le faudra. Il croit que les autres canaux ou cavités, qui ne font pas encore leurs fonctions dans le Fœtus, doivent être en attendant maintenus de même par quelque liqueur. La posture ordinaire du Fœtus dans la Matrice étant d'avoir la tête panchée sur sa poitrine, sa Trachée en est plus courte, ce qui paroît sensiblement par l'expérience que chacun en peut faire sur soi-même. Dès que le Fœtus est né, il releve la tête, ou bien on la lui releve, sa Trachée s'allonge, & par-là augmente un peu de capacité, & pour peu que ce soit, c'en est assez pour donner à l'air la premiere entrée. L'air pousse devant lui la liqueur dont la Trachée étoit remplie ; & comme en même tems, soit par son passage seul, soit par la raréfaction qui lui survient dans un lieu chaud, il étend les Anneaux cartilagineux & flexibles de la Trachée auparavant plus étroits & plus serrés, cette liqueur qui remplissoit un petit espace ne suffit plus pour en remplir un plus grand, & elle ne peut plus qu'en revêtir la superficie interne à laquelle elle s'attache. Tout ce qu'on pourroit mettre de plus dans le détail de cette explication est très aisé à suppléer.

SUR

SUR LA MANIERE D'ARRÊTER LES HEMORRAGIES

Qui viennent après des Membres coupés.

ON a vu en 1731 le Mémoire de M. Petit le Chirurgien sur la maniere d'arrêter les Hémorragies des gros Vaisseaux coupés, & quelle fut la nouvelle Machine qu'il inventa avec un succès presque inesperé dans une opération qui avoit attiré les yeux de tout Paris *. Cette Machine n'agissoit que par une compression, mais également douce & forte, & ménagée avec beaucoup d'art. On a vu aussi en 1732 †, que l'Auteur, en suivant cette idée, y a ajouté de nouvelles preuves, & de nouvelles observations. D'un autre côté, dans la même année ‡, M. Petit le Médecin a examiné les Astringens & les Caustiques, par rapport à l'usage dont ils peuvent être pour arrêter les Hémorragies. Maintenant M. Petit le Chirurgien reprend encore cette matiere, & c'est d'après lui seul que nous allons parler.

Quand un Vaisseau, même un des plus gros, a été coupé, pourvu que pendant un certain tems, on empêche le Sang de sortir, &

* V. les M. de 1731. p. 123. & suiv.
† V. les M. p. 535.
‡ V. l'Hist. de 1732. p. 54. & suiv.

& c'eſt ce qu'on fera par le moyen du nouveau Bandage compreſſif, il ſe formera naturellement à l'extrémité ouverte du Vaiſſeau, un Caillot de Sang qui la bouchera, & d'autant mieux qu'il ſera ſoutenu par les chairs qui reviendront à l'entour.

Tout le monde ſait combien le Sang ſe coagule aiſément, on en voit tous les jours l'expérience après une Saignée; mais il eſt bon de connoitre plus préciſément la nature de cette coagulation. Le Sang eſt un compoſé de trois parties differentes & aſſez hétérogenes; la Lymphatique, qui eſt blanche; la Globuleuſe, qui eſt rouge; la Séreuſe, plus fluide que les deux autres, & qui n'en eſt que le véhicule commun. La Lymphe deſtinée à nourrir tout le Corps, & à devenir Chair, Membrane, Nerf, & toute autre partie ſolide, eſt par conſéquent très diſpoſée à la coagulation, c'eſt même elle ſeule qui eſt coagulée lorſque tout le Sang paroît l'être, elle a envelopé dans ſa coagulation, les Globules, & la Sérosité; & ce qui le marque bien, c'eſt que le *Coagulum* ou Caillot eſt en ce cas beaucoup moins ferme, que quand il n'eſt que de Lymphe.

La Lymphe eſt plus légere que les deux autres parties, elle prend toujours le deſſus, pourvu que les circonſtances le lui permettent. A l'ouverture des Cadavres, où l'on voit ordinairement le Sang du Cœur & des Vaiſſeaux coagulé, on trouve quelquefois des Caillots formés en même tems de la partie Globuleuſe & de la Lymphatique: mais alors M. Petit obſervé que la partie ſupérieu-

re du Caillot eſt blanche; & l'inférieure rouge; parce que la Lymphe, par ſa légereté, domine dans la ſupérieure. Cela ſuppoſe que les Cadavres ſe ſoient refroidis dans la ſituation horizontale, ainſi qu'il arrive communément.

Si l'on fait l'amputation d'un Membre à quelqu'un qui ait d'ailleurs les Ecrouelles, ou toute autre maladie qui vienne de l'épaiſſiſſement exceſſif du Sang, on en aura plus de facilité à arrêter le Sang après l'opération, parce qu'il eſt très diſpoſé de lui-même à former à l'ouverture du Vaiſſeau coupé, ce Caillot qu'on y deſire. Il en va de même dans tous les cas d'inflammation, puiſque l'inflammation eſt un épaiſſiſſement du Sang qui l'empêche de circuler librement. Dans la Gangrene, où le Sang eſt coagulé, il n'y a point d'Hémorragie, quand on coupe dans la partie morte; il n'y en a pas même quand on coupe un peu plus loin, & dans le vif, parce que le Sang y commence déja à être trop épais pour s'épancher au dehors.

De tout cela M. Petit conclud, que dans tous les cas on peut compter ſur le Caillot qui bouchera le Vaiſſeau; bien entendu que dans les cas moins favorables, & qui ſont de beaucoup les plus communs, on aura employé la compreſſion. Il tire même une concluſion plus délicate, & qui peut d'abord ſurprendre; il ne faut point aider la formation du Caillot par des Stiptiques que l'on appliqueroit à l'extrémité du Vaiſſeau pour y épaiſſir le Sang. Ils agiroient ſur ſes trois parties à la fois, & les coaguleroient confuſé-

ſément, c'eſt-à-dire, qu'ils coaguleroient brusquement la Lymphe, qui enfermeroit dans ſon *Coagulum* les deux autres parties, & le tout ſeroit d'une conſiſtance trop molle, & pourroit ne pas réſiſter ſuffiſamment à l'impulſion du Sang d'un gros Vaiſſeau. Il vaut mieux laiſſer à la Lymphe le tems de ſe ſéparer du reſte, après quoi elle formera ſeule un Caillot plus dur. On tiendra le Moignon du Membre coupé dans la ſituation la plus convenable qu'il ſe pourra à cette ſéparation de la Lymphe, qui ſe doit faire par ſa légereté. Les Minuties ceſſent ſouvent de l'être.

SUR UN ANEVRISME

DE L'ARTERE SOUCLAVIERE DROITE

Vuidé par la Bouche. *

ON verra dans le Mémoire de M. Maloet, l'hiſtoire détaillée d'un Soldat des Invalides, qui n'ayant qu'un reſte d'une fluxion de poitrine de ſix ſemaines, & une tumeur ſurvenue pendant ce tems-là au bas du cou, groſſe comme une Noix, & aſſez ferme, ſe mit tout d'un coup à vomir du Sang pur à grands flots, & en telle abondance qu'il s'en épuiſa entierement, & mourut en une minute. La tumeur du cou diſparut.

M. Maloet n'eût pas été fort ſurpris que cet-

* V. les M. p. 153.

cette tumeur, qu'il avoit reconnue d'abord pour un Anevrisme, eût crevé subitement en dedans, & eût causé la mort, quoiqu'il soit assez commun que l'on porte impunément de plus gros Anevrismes pendant un plus long tems. Mais il ne voyoit point comment cet Anevrisme, qu'il jugeoit devoir être ou dans l'Aorte, ou dans quelqu'une de ses plus grosses branches, avoit pu se vuider par la bouche, avec laquelle ces Vaisseaux-là n'ont absolument aucune communication; le cas étoit tout-à-fait singulier.

Il n'y eut d'éclaircissement que par l'ouverture du Cadavre. L'Anevrisme étoit dans l'Artere Souclaviere droite, à l'endroit où elle part de l'Aorte. La partie postérieure du Sac Anevrismal s'appliquoit contre la Trachée, & y occupoit l'étendue de six de ses Anneaux cartilagineux. Entre deux de ces Anneaux, & dans la Membrane ligamenteuse qui les joignoit, étoit un trou qui perçoit du Sac Anevrismal dans la cavité de la Trachée; & c'est par-là que le Sang de la Souclaviere, & ensuite celui de tout le Corps a dû s'épancher dans la Trachée pour en sortir par la bouche.

Il a donc fallu que la Membrane ou Tunique de la Souclaviere, déja émincée dans son total par la dilatation que l'Anevrisme lui causoit, ait été encore plus émincée, & enfin usée & détruite à l'endroit du trou, soit parce qu'elle y étoit naturellement plus foible, soit parce que le Sang, en vertu de sa direction, y a une impulsion plus forte; & en général, le Sang a dû agir avec plus de

de force sur toute la partie du Sac appuyée contre les Anneaux de la Trachée qui sont assez solides, parce qu'il y trouvoit plus de résistance & plus d'appui que par-tout ailleurs. La Tunique de la Souclaviere étant détruite dans l'endroit marqué, la Membrane extérieure de la Trachée a suppléé à ce défaut, & a servi de paroi où le Sac Anevrismal en en manquoit; mais le sang a continué d'agir & a attaqué l'intervalle des deux Anneaux qui lui répondoient, & c'étoit en effet un endroit plus foible & plus aisé à creuser qu'un Anneau. Il a été besoin d'un tems pour cela, aussi s'appercevoit-on que le trou n'étoit pas nouvellement fait. Mais quand le sang, en minant toujours, est enfin arrivé à la Membrane intérieure de la Trachée, le moment, où elle a été forcée, a dû être celui de la mort. Il ne reste qu'à savoir pourquoi le sang, au-lieu de s'épancher de la Trachée dans les Poumons, a pris la route de la bouche; sans doute il y trouva plus de facilité, qu'à pénétrer les Poumons remplis d'air.

SUR UN VER RENDU PAR LE NEZ.

UN Officier de chez le Roi sentoit depuis trois ans au bas du front, du côté gauche, & près de la racine du Nez, une douleur fort vive, plus violente dans des tems que dans d'autres, qui s'étendoit vers l'Oeil du même côté, & quelquefois au point qu'il craignoit d'en perdre l'Oeil; il avoit en même

même tems un bourdonnement considérable dans l'Oreille.

Pour remédier à ce bourdonnement, il se fit verser, étant au lit, quelques gouttes d'Huile d'Amandes douces dans l'Oreille affectée, & se tint pendant quelque tems couché sur l'autre. Deux jours après il sentit dans sa Narine gauche une grande démangeaison, des picotemens, des tiraillemens, de fréquentes envies d'éternuer, & même, en se mouchant, quelque chose qui remuoit dans son Nez, & qu'il n'en put chasser tout-à-fait, qu'en y portant le bout du doigt pour le tirer. C'étoit un Ver qui courut aussi-tôt sur sa main avec une extrême vitesse, quoique couvert d'une mucosité parsemée de Tabac, parce que cet Officier en prenoit beaucoup. On mit le Ver dans une Tabatiere où il y en avoit, & il y vécut 5 ou 6 jours. Tous les accidens du Malade cesserent aussi-tôt après la sortie de cet Insecte.

M. Maloet l'a eu entre ses mains mort & desseché. Il le trouva du Genre des *Centipedes*, & de l'Espece des Scolopendres terrestres. Il en fit une description exacte, & bien détaillée, mais que nous ne rapporterons point, parce qu'en 1708 * nous en avons fait une assez semblable d'un autre Ver rendu pareillement par le Nez. Ils ne diffèrent que par la grandeur, celui d'aujourd'hui n'avoit que 16 lignes de long, & l'autre 6 pouces. Il est vrai que le plus grand avoit 112 pieds ou pattes, & l'autre 100 seulement; mais si le

* pag. 51. & suiv.

le petit eût cru, peut-être en auroit-il eu davantage, & enfin c'eſt le grand nombre des pieds, & non le nombre précis de 100, qui fait les Centipedes.

Une difference d'une autre eſpece entre les deux Vers, & remarquable, c'eſt que celui de 1708 fut, ſelon les apparences, tiré en un mois du lieu où il étoit par l'uſage du Tabac, que l'on avoit cru lui devoir être contraire; au-lieu que celui-ci, malgré un uſage continuel du Tabac, avoit vêcu 3 ans, & vêcut même encore aſſez long-tems dans du Tabac: ce qui rend au moins fort douteuſe la bonté de ce Remede.

Les deux Vers étoient dans un Sinus frontal, mais le grand dans le droit, & le petit dans le gauche: difference qui n'en eſt pas une. La route que feu M. Littre faiſoit tenir à ſon Ver pour entrer dans le Sinus, & pour en ſortir, ſera la même pour le Ver de M. Maloet. Nous ſuppoſons qu'on s'en ſouvienne, ou qu'on ſe la rappelle.

Mais voici une difference très eſſentielle, & qui eſt le point principal de l'obſervation de M. Maloet. Son Ver ne paroît avoir été chaſſé que par l'Huile verſée dans l'Oreille, & il ſeroit fort naturel qu'elle l'eût chaſſé, car tous les Inſectes doivent la fuir, puiſqu'elle leur ôte la reſpiration en bouchant toutes leurs Trachées; mais la difficulté eſt qu'elle ait pu parvenir juſqu'à ce Ver enfermé dans le Sinus frontal. Elle ne s'eſt répandue que dans le Conduit extérieur de l'Oreille très exactement fermé en dedans par la Membrane du Tympan: comment a-t-elle paſſé

passé au travers de cette Membrane ? & quand elle y auroit passé, il y a encore loin de là au Sinus frontal, & quel chemin a-t-elle pris pour y arriver ?

C'est une pratique reçue des plus habiles Médecins, que d'appliquer sur le Nombril différentes Huiles pour agir contre les Vers des Intestins. Elles n'y agissent qu'après avoir pénétré la Peau, la Membrane Adipeuse, le Péritoine, l'Epiploon, les Membranes des Intestins ; & à combien plus forte raison, dit M. Maloet, une Huile aura-t-elle pu pénétrer le seul Tympan, si fin & si délié ? Il n'y a eu que les parties les plus subtiles qui ayent pénétré, il n'en falloit pas beaucoup pour se faire sentir à un si petit Ver ; mais à cause de leur lenteur naturelle, il leur a fallu deux jours pour faire leur effet.

S'il y a toujours à la Membrane du Tympan une petite ouverture échancrée, que Rivinus a découverte, & que M. Maloet y a effectivement vue deux fois, ou seulement si elle s'est trouvée par une espece de hazard dans le Tympan du Malade, le passage de l'Huile aura été encore sans comparaison plus aisé.

Quant à sa route, après avoir été reçue dans la cavité du Tympan, elle se sera portée à la faveur de la Trompe d'Eustache, qu'on appelle communément l'*Aqueduc*, jusqu'aux fosses Nasales, d'où elle aura pu aisément, à cause de sa subtilité, s'élever au Sinus frontal.

Ce fut par une espece de hazard, & uniquement par rapport au bourdonnement,

que le Malade, qui avoit le Ver ſans le ſavoir, ſe fit verſer de l'Huile dans l'oreille. S'il eût connu ſon Ver, & le lieu qu'il occupoit, il auroit bien pu croire qu'il falloit tirer cette Huile par la Narine gauche, afin qu'elle allât attaquer le Ver par cette route aiſée & toute ouverte. Mais il auroit très mal fait, en ſuivant ce raiſonnement ſi plauſible. Le Ver attaqué du côté du Nez auroit fui du côté oppoſé, & ſe ſeroit cantonné dans des endroits d'où il n'auroit pu reſortir; ou bien il ſeroit mort, & la pourriture de ſon petit cadavre auroit bien pu cauſer des accidens très fâcheux. Heureuſement l'attaque qu'on faiſoit d'un côté le déterminoit à fuir de l'autre où la ſortie étoit facile, & il s'aidoit de toutes ſes forces pour ſortir, ce qui eſt encore un avantage de tirer les Vers vivans. Il réſulte de-là une Règle de pratique pour tous les Vers qu'on jugera être dans les Sinus frontaux.

Conformément à ces idées, on ſuit deux méthodes differentes pour les Vers des Inteſtins. Ils ne peuvent guere ſortir que par l'Anus, & pour les tirer du corps, on les en chaſſe par des choſes qui leur ſoient contraires, ou bien on les attire au dehors par d'autres qui ſoient de leur goût. Les premiers de ces Remedes, il faut les prendre par la bouche; les ſeconds doivent être donnés en lavement. La raiſon de cette difference eſt claire, après tout ce qui a été dit.

Cette

CEtte année M. Ferren, Médecin de la Faculté de Montpellier, a présenté à l'Académie un Mémoire sur la structure & les Vaisseaux du Foye. Il suppose ce qui est connu sur cela, afin de ne donner que ses observations particulieres. Par exemple, sur la structure, il a trouvé dans chaque grain ou Lobule du Foye deux substances differentes, une qu'il appelle *corticale*, qui est extérieure, friable, & d'un rouge tirant sur le jaune; l'autre *médullaire* ou intérieure, rouge, molle & pulpeuse, placée au centre de chaque grain, très apparente dans plusieurs Animaux, & souvent dans l'Homme. Les Conduits Hépatiques traversent la substance corticale pour se rendre dans la substance médullaire, que M. Ferren croit formée des extrémités pulpeuses de ces canaux. Sur les Vaisseaux du Foye, il a découvert plusieurs particularités dans ceux qui portent le Sang, les Lymphatiques & les Conduits Biliaires.

A l'égard des premiers, il a observé que les divisions & les subdivisions de la Veine-porte donnent deux sortes de rameaux, les uns Veineux, & les autres Artériels; il nomme *rameaux artériels* ceux qui sont connus par leur fonction de porter le sang de la Veine-porte dans le Foye; il a découvert les *veineux*, & ceux-ci reçoivent le sang de l'Artere Hépatique, & le conduisent dans les rameaux artériels de la Veine-porte, de ceux-ci dans la substance médullaire des Lobules,

& de-là dans les branches de la Veine-cave.

A l'égard des Vaisseaux Biliaires, M. Ferren en a observé de nouveaux, dont les uns reviennent du Ligament gauche du Foye, & qu'il a vus quelquefois répandus sur la face inférieure du Diaphragme, d'autres reviennent de cette portion des parois de la Veine-cave qui paroit hors de l'échancrure Sigmoïde du Foye quand on le regarde par derriere, d'autres enfin reviennent des Membranes de la Vésicule du Fiel. Tous ces Vaisseaux Biliaires pénètrent ensuite le Foye, & aboutissent dans les Canaux Hépatiques. Les injections colorées, poussées dans le Tronc des Conduits Hépatiques, donnent la facilité de les observer.

M. Ferren établit ensuite, 1° Que la Bile est fournie par la Veine-porte, & en partie par l'Artere Hépatique. 2° Qu'elle est jaune & amere dans les plus petits conduits. 3°. Qu'encore que la Bile paroisse beaucoup plus foncée, & plus amere dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques que dans les rameaux plus petits, il n'est cependant pas vrai que la Bile Hépatique prenne, comme l'on croit, ce caractere en continuant sa route. 4° Que la Bile de la Vésicule étant exprimée dans le Canal Cholidoque, reflue naturellement dans le Tronc & les principales branches des Canaux Hépatiques; & c'est précisément la Bile Cystique qui reflue, qu'on a prise pour une Bile Hépatique changée. Cette espece de Paradoxe est démontrée par les faits que M. Ferren rapporte; & il ajoute que c'est peut-

être

être la raiſon pour laquelle le Tronc des Canaux Hépatiques a un calibre plus conſidérable que le Cholidoque même, comme il l'a obſervé dans pluſieurs Sujets.

A l'égard des Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye, il donne le moyen de ſuivre les intérieurs juſqu'aux extrémités de la Veine-porte, & à la faveur d'une injection faite du Tronc dans les branches des Lymphatiques extérieurs, il fait voir qu'ils viennent tous de l'intérieur du Foye. A cette occaſion il parle d'autres Lymphatiques, il rappelle ceux qui ont été découverts par M. Winſlow & M. Hunauld ſur une partie du Poumon, & lui-même a découvert un Rézeau Lymphatique qui envelope tout le Poumon, & le diſtingue aiſément des eſpaces Interlobulaires. M. Ferren finit, en prouvant que les Vaiſſeaux Lymphatiques du Foye tirent en partie leur origine du principe des Tuyaux Biliaires, & donne à cette occaſion un moyen facile dont il ſe ſert pour faire paroitre ceux du Rein dans l'Homme, qui eſt de pouſſer de l'air de l'Uretere dans le Baſſinet du Rein.

L'Académie a trouvé dans toutes ces recherches beaucoup de connoiſſance & une grande ſagacité.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Morand ſur un Mouton monſtrueux.

L'His-

* V. les M. p. 197.

* L'Histoire de la Carpe par M. Petit le Médecin.

† Les Remarques de M. Winslow sur les Monstres, &c.

CHIMIE.

SUR LE TARTRE SOLUBLE. ‡

MRS. du Hamel & Grosse ont continué sur le Tartre Soluble le travail dont nous avons commencé à rendre compte en 1732 ‡. Nous supposons ici ce que nous avons dit alors.

Les deux Chimistes ont éprouvé tout ce qu'ils ont cru pouvoir rendre le Tartre soluble. Le Sel de Tartre lui-même étoit la matiere dont on se servoit le plus, ils ont éprouvé encore non seulement les autres Sels Alkali, tels que celui de la Soude & le Borax, mais les Terres Alkalines tirées soit du Regne Minéral, comme les Chaux, les Crayes, &c. soit du Végétal, comme les Cendres lessivées, soit de l'Animal, comme les Ecailles d'Huitre calcinées ou non calcinées, & les Cornes de Cerf.

Plusieurs de ces matieres ont donné un beau Tartre soluble, mais la Chaux d'Ecailles d'Huitre paroît préférable, du moins par le

* V. les M. p. 274. † p. 508.
‡ p. 364. ‡ p. 66. & suiv.

le peu que ce Tartre coûteroit en comparaison de celui qui est fait à l'ordinaire par le Sel de Tartre.

Les Cendres ont donné lieu à plusieurs remarques ou réflexions, que l'on promet même de suivre plus loin. Elles ont deux portions, dont l'une est fine, légere, se mêle aisément avec l'eau, s'y soutient assez longtems, & se précipite en une espece de boue déliée, & douce au toucher; l'autre portion est rude, graveleuse, comme grainée, une espece de sable qui ne se soutient point sur l'eau. On croiroit peut-être que c'est effectivement du sable fin ou du gravier qui s'est trouvé dans l'écorce du bois qu'on a brulé, mais après qu'on a eu pris toutes les précautions possibles pour prévenir ce soupçon, les Cendres ont toujours été conditionnées de la même maniere. La premiere portion est celle qui s'unit à la Crême du Tartre & le rend soluble; la seconde portion ne s'y unit point, à moins que par des calcinations vives & répétées on n'en réduise une partie à être de la même nature que la premiere portion, mais jamais on n'y réduit le tout. Selon toutes les apparences, la premiere portion des Cendres avoit perdu par le feu tous les Acides qu'elle avoit naturellement, & est devenue par-là susceptible de l'impression du plus foible Acide, tel que celui de la Crême de Tartre; mais dans la seconde portion, les Acides naturels s'y sont concentrés & fixés, ce qui fait qu'elle résiste à l'action de l'Acide du Tartre.

Quand la Crême de Tartre a été rendue

ſoluble par quelque matiere alkaline que ce ſoit, on peut la *régénérer*, ou la remettre en Crême de Tartre, telle qu'elle étoit. Son Acide avoit diſſous la matiere alkaline qu'on lui avoit préſentée, & l'avoit lui-même atténuée au point qu'elle avoit pu s'inſinuer entre les molécules ou parties intégrantes de tout ce qui compoſoit la Crême de Tartre. De-là venoit toute la ſolubilité. Pour rendre à tout ſa premiere forme, il ne faut qu'un nouvel Acide qui enleve à celui du Tartre la matiere alkaline, mais il le faut plus puiſſant. Auſſi voit-on que l'Eſprit de Nitre, l'Huile de Vitriol, &c. régénerent dans le moment la Crême du Tartre ſoluble faite par les Terres alkalines, parce que ce ſont des Acides plus puiſſans que celui du Tartre, ne fût-ce que par la raiſon qu'ils ſont minéraux, & lui végétal.

Mais voici une ſingularité que l'on n'auroit pas prévue; le Vinaigre diſtillé, dont l'Acide eſt non ſeulement végétal, mais préciſément le même que celui du Tartre, régénere auſſi la Crême de Tartre. Comment le fait-il ſans avoir aucune ſupériorité de force? Mrs. du Hamel & Groſſe en imaginent une raiſon aſſez vrai-ſemblable. Dans la Crême de Tartre l'Acide a une baſe terreuſe & alkaline qui lui eſt naturelle; dans le Tartre ſoluble il prend une baſe nouvelle & étrangere, fournie par les matieres alkalines qu'on lui a préſentées. Il n'eſt pas étonnant qu'il ſoit plus étroitement uni à ſa premiere baſe qu'à la ſeconde. Le Vinaigre lui enleve la ſeconde, mais non pas la premiere.

Cette

Cette seconde base est differente selon les differentes matieres alkalines qui ont rendu le Tartre soluble, & par conséquent le même Acide s'attache plus aux unes qu'aux autres, les abandonne plus ou moins aisément, &c. le Vinaigre distillé étant toujours l'Acide employé à la régénération. Il n'y a que le Tartre soluble de M. le Fevre d'Uzès, fait par le Borax, qui ne souffre point la régénération. Mrs du Hamel & Grosse ont fait une espece de petite Table où ils arrangent les differens Tartres solubles, depuis celui dont la régénération est la plus facile, jusqu'à celui de M. le Fevre.

Les differens Tartres solubles ont aussi differens degrés de solubilité, ou de facilité à se fondre, & à se résoudre en liqueur. Ceux qui en ont le plus sont ceux qui ont été faits avec les Cendres lessivées, avec les Crayes, la Chaux; celui de M. le Fevre est un de ceux qui en ont le moins. On peut déja entrevoir quelques causes; mais il faut, quant à présent, contenter d'entrevoir, & ne pas croire trop vîte qu'on ait vu.

SUR UNE MANIERE

DE TIRER LE MERCURE DU PLOMB. *

QUELQUES Chimistes ont cru que le Mercure entroit, comme principe essentiel, dans la formation de tous les Métaux; d'autres l'ont nié, & ont soutenu que ce-

* V. les M. p. 435.


of te
men
tot o
in te
tot O
pliant
en Pr
vyftie
drukk
Regia
re de
Mathe
Acadé
ken ;
Royal
moires
de Mr
de 200
té les
Scienc
dans
Scienc
de *M*
ces pu
somme
ftaend
die
vintie
drukt
form
met
ken,
of on
doen
Provi
veel
toure
gen
ken
dens
mee
de
Oct
ders
met
van

* L'Histoire de ...
Malheur.
† Les Remarques
Moulins, &c.

CH

SUR LE TARTRE

lon les
rendu
nême
ıtres,
&c.
em-
l'ar-
par
ra-
ne
es
ıt
i

on
elle

dan
côt
ma
pol
ilie

celui qu'on retiroit quelquefois des substances métalliques, n'y étoit que par accident, comme un simple alliage, & de la même maniere dont il se trouve souvent quelque petite quantité d'Or dans l'Argent. Ils ont même soupçonné que le Mercure que l'on retiroit, avoit été en partie formé par les matieres employées dans les opérations, ou bien ils ont révoqué en doute les opérations mêmes. C'est ce dernier parti que d'habiles Chimistes ont pris à l'égard de celles de Kunckel & de Beccher, qui tous deux ont tiré du Plomb un peu de Mercure.

M. Grosse les a justifiés, non en répétant leurs opérations, mais en parvenant au même effet par des moyens differens des leurs, &, si l'on veut, opposés. Ils supposoient que le Mercure contenu dans le Plomb y étoit fixé ou par des Acides ou par un Souphre, & ils ont employé, pour le dégager, des matieres Alkalines: M. Grosse au contraire a employé des Acides. Il lui est venu du Mercure en globules & coulant, ce qui décide bien nettement qu'il y a du Mercure dans le Plomb, à moins que l'Acide qu'on employe ne contribue à le produire. Après qu'on l'a vu dans sa forme naturelle, on est plus disposé à croire qu'il se trouve aussi dans d'autres produits des mêmes opérations, où le raisonnement & les expériences prouvent qu'il doit être, quoiqu'un peu déguisé.

M. Grosse a poussé cette matiere jusque dans les détails les plus instructifs & les plus curieux, mais si bien liés & si dépendans les

uns

uns des autres, qu'il ne faut les voir que tous ensemble.

BOTANIQUE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires * L'Ecrit de M. Marchant sur la *Bicucullata Canadensis*, &c.

GEOMETRIE.

CEtte année, M. le Clerc de Buffon présenta à l'Académie des Solutions de Problêmes qui regardoient le Jeu du franc Carreau. On jette en l'air dans une Chambre carrelée de Carreaux égaux & supposés réguliers, un Ecu, un Louis, & on demande combien il y a à parier que la Piece ne tombera que sur un seul Carreau, ou *franchement*. Il s'est fait de très profondes & de très curieuses recherches sur differens paris, differentes probabilités, mais elles sont toutes purement numériques; c'est-à-dire, qu'elles ne consistent qu'en des combinaisons de Nombres, & ne sortent point d'une Arithmétique fort élevée. La question présente est d'une espe-

* V. les M. p. 390.

eſpece nouvelle, en ce qu'elle appartient à la Géométrie, & aux figures qui n'étoient point encore entrées dans cette matiere.

Il ſaute aux yeux que plus la Piéce ſera petite par rapport à un des Carreaux égaux, plus il y aura à parier qu'elle tombera franchement. Ainſi dans ce Carreau donné que l'on ſuppoſe quarré, M. le Clerc inſcrit un autre quarré toujours éloigné des bords du Carreau de la longueur du demi-diametre de l'Ecu ou du Louis, & il eſt clair que la probabilité que la Piece tombera franchement ſera à la probabilité contraire, comme la ſuperficie du petit quarré inſcrit ſera à celle de l'eſpece de bordure intérieure ou de *couronne* que ce petit quarré forme dans le Carreau; car la Piece ne ſera dans le cas de ne point tomber franchement, que quand elle tombera de façon que ſon centre ſoit ſur la ſuperficie de cette couronne, puiſqu'alors, vu la grandeur connue de ſon demi-diametre, elle débordera néceſſairement le Carreau.

Il ſuit de-là que pour jouer à jeu égal, ce qui eſt toujours en ces matieres le but des Problêmes comme l'équilibre en Méchanique, il faut que la ſuperficie du quarré inſcrit, & celle de la couronne du Carreau, ſoient égales; & quand cela eſt, le demi-diametre de la Piece eſt incommenſurable au côté du Carreau, & un peu plus de ſa 6me partie. S'il n'étoit préciſément que cette 6me partie, le jeu commenceroit déja à avoir quelque légere inégalité.

Sur quelque point du Carreau que s'applique le centre d'une Piece ronde, il eſt déter-

terminé dans le moment ſi elle tombe franchement ou non. Mais ce ne feroit pas la même choſe pour une Piece quarrée; ſon centre étant toujours poſé ſur le même point de la ſuperficie du Carreau, s'il n'eſt qu'à une certaine diſtance de ſes bords, elle pourra ou tomber ou ne tomber pas franchement. Ce ſera le 1[er] ſi les côtés de la Piece quarrée ſont paralleles à ceux du Carreau, & le 2[d] s'ils ne le ſont pas, alors elle débordera le Carreau par quelqu'une de ſes 4 pointes. La Piece ronde a toujours, en vertu de ſa figure, la même poſition par rapport aux côtés du Carreau, mais non pas la Piece quarrée; & la probabilité de ne pas tomber franchement eſt beaucoup plus grande pour cette Piece quarrée que pour la ronde, tout le reſte étant d'ailleurs égal.

Pour ne point entrer dans une Géométrie aſſez fine, où ce ſujet a conduit M. le Clerc, qui ne demandoit pas mieux que d'y être conduit, nous nous contenterons de donner par un des Problêmes qu'il a réſolus, une idée de ce que peuvent faire ici les differentes poſitions où tombe une Piece qu'on jette.

Sur un plancher qui n'eſt formé que de planches égales & paralleles, on jette une Baguette d'une certaine longueur, & qu'on ſuppoſe ſans largeur. Quand tombera-t-elle franchement ſur une ſeule planche?

Ce ſera d'abord quand elle tombera dans une poſition parallele à la longueur ou côté de la planche ſur laquelle elle tombe, mais ce ſera encore dans beaucoup d'autres poſitions. Que l'on conçoive le point du milieu

de la Baguette à une certaine distance du bord de la planche, & que sur ce point comme centre elle décrive un quart de Cercle par son extrémité la moins éloignée de ce bord, elle décrira une partie de cet Arc au dedans de la planche, & l'autre partie au dehors, & autant qu'elle aura de positions au dedans, autant aura-t-elle de chûtes franches, & au contraire. Par conséquent le nombre de ses chûtes franches sera à celui des autres comme la somme de ses positions *intérieures* à la somme des *extérieures*, ou, ce qui est la même chose, comme les deux portions de l'aire du quart de Cercle, dont l'une est en dedans, l'autre au dehors de la planche.

Il est clair que dans la résolution du Problême total doit entrer la considération du rapport de la longueur de la Baguette à la largeur de la planche. Si ces deux grandeurs étoient égales, la Baguette ne tomberoit franchement dans toutes ses positions possibles que quand son point du milieu tomberoit sur le point du milieu de la largeur de la planche. Si cette largeur est plus grande, elle a un plus grand nombre de points sur lesquels le milieu de la Baguette peut tomber franchement, & au contraire. Il y a donc une certaine largeur de la planche qui rendroit le pari ou le jeu égal, & c'est ce que M. le Clerc a déterminé par une aire de Cycloïde avec beaucoup d'élégance, au jugement de l'Académie.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires.

* L'Ecrit de M. Clairaut sur quelques Questions *de Maximis & Minimis*.

ASTRONOMIE.

SUR LA DESCRIPTION DU PARALLELE DE PARIS, OU DE SA TANGENTE.

LE grand ouvrage de la Méridienne de Paris tracée dans toute l'étendue de la France, n'est que la moitié de ce que l'Astronomie & la Géographie peuvent desirer à cet égard; il y manquoit la description & la mesure actuelle du Cercle parallele à l'Equateur qui passe par l'Observatoire de Paris, ou plutôt de sa portion qui s'étend sur toute la France Est & Ouest. Le Roi ordonna que cette portion fût aussi tracée par M. Cassini, qui résolut d'employer la même Méthode qu'on avoit déja employée avec tant de succès pour la Méridienne. Il lut à la Compagnie le Projet de son travail, & partit pour l'exécution d'un ordre si agréable aux Sciences. Mais quoi-

* V. les M. p. 258.

quoiqu'il n'y eût plus de choix à faire ſur ce point, les Eſprits mis en mouvement par l'idée de cette nouvelle entrepriſe ſe tournerent de ce côté là les uns à l'envi des autres, & il ſembla qu'on eût la curioſité de vouloir épuiſer le ſujet.

L'uſage le plus ſavant, & le plus intéreſſant pour l'Aſtronomie Phyſique, regarde la queſtion de la Figure de la Terre, qui par des raiſonnemens géométriques de Mrs Huigens & Newton eſt un Sphéroïde applati vers les Poles, & par les meſures actuelles de Mrs Caſſini dans toute l'étendue de la France un Sphéroïde allongé, ou oblong *. M. de Maupertuis voulut voir ce que la Géométrie pourroit tirer de la meſure du Parallele par rapport à cette queſtion †.

Il ſuppoſe que la Courbe qui par ſa révolution autour d'un axe a produit la figure quelconque de la Terre, eſt une Ellipſe, & il ne s'agit que de connoitre le rapport des deux axes de cette Ellipſe, dont l'un eſt le diametre du Méridien autour duquel ſe fait la révolution journaliere de la Terre, & l'autre eſt le diametre de l'Equateur. Si le diametre du Méridien eſt plus grand que celui de l'Equateur, la Terre ſera un Ellipſoïde allongé vers les Poles; ſi c'eſt le contraire, elle ſera un Ellipſoïde applati.

En concevant l'Ellipſe génératrice de l'Ellipſoïde décrite autour du diametre du Méridien, ou ſeulement la demi-Ellipſe, on voit que

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 145. & ſuiv. Celles de 1701. p. 119. & de 1713. p. 83. † V. les M. p. 211.

que dans son point du milieu, elle est parallele à ce diametre, qu'elle lui est perpendiculaire à ses deux extrémités qui sont les Poles, & que par conséquent elle va toujours de l'Equateur vers un Pole, en changeant d'inclinaison par rapport à ce diametre, & en prenant une moindre inclinaison. Si on met l'origine de l'Ellipse à un Pole, & que ses Abscisses soient les parties de ce diametre, les Ordonnées seront des perpendiculaires à ce même diametre, terminées à l'Ellipse, & qui lui seront toujours differemment inclinées. En même tems ces Ordonnées seront des rayons de Cercles, puisque la révolution de l'Ellipse qui a produit l'Ellipsoïde, a été circulaire, & ces Cercles seront des Paralleles à l'Equateur.

Si l'on a un degré d'un Parallele actuellement & exactement mesuré en Toises, on a la circonférence dont il est la 360me partie, & la grandeur du rayon qui est une Ordonnée de l'Ellipse en ce point.

Si l'on a de plus, & on ne peut manquer de l'avoir, l'angle de la latitude du Lieu, dont ce Parallele est le Parallele, il se trouve par une espece de bonheur, que la Tangente de cet angle de latitude est au Rayon du Cercle sur lequel on a construit les Tables de Sinus, &c. & qu'on suppose ici égal à 1, comme l'Infiniment-petit de l'Ordonnée de l'Ellipse est à l'Infiniment-petit de l'Abscisse correspondante. Or en toute Courbe, le rapport de ces deux Infiniment-petits donne la position de l'Elément de la Courbe, qui est l'hypothénuse de l'angle droit qu'ils font en ce point, & par con-

conféquent l'obfervation de l'angle de la latitude donne l'inclinaifon en ce point de l'Ordonnée à l'Ellipfe; & fi on a auffi la mefure d'un degré de Parallele, on a & l'inclinaifon du rayon de ce Parallele à l'Ellipfe, & la grandeur actuelle de ce rayon.

L'efpece dont fera l'Ellipfe n'eft pas encore déterminée par-là; elle ne le peut être que quand le rapport de fes deux axes fera connu, & il eft vifible que quel que foit ce rapport, une droite d'une certaine grandeur, & d'une certaine inclinaifon à la Courbe, peut toujours en être une Ordonnée; feulement fera-t-elle pofée fur differens points de l'axe.

En prenant l'Equation de l'Ellipfe en général, & y faifant entrer le rapport des deux Infiniment-petits de l'Abfciffe & de l'Ordonnée, & qui font comme 1, & la Tangente d'un angle quelconque de latitude obfervée, M. de Maupertuis arrive facilement à une expreffion algébrique, qui contient ces quatre grandeurs, le demi-diametre du Méridien ou axe de l'Ellipfe, autour duquel elle a tourné pour engendrer l'Ellipfoïde; le demi-diametre de l'Equateur, qui eft l'autre axe de l'Ellipfe; le rayon du Parallele, dont on a obfervé la latitude; & la Tangente de cette latitude: & ces quatre grandeurs font telles, que trois étant connues, elles donnent la quatrieme.

Ainfi, conformément à la raifon que nous venons d'alléguer, de ce qu'un angle de latitude donné, & la mefure du Parallele, ne fuffiroient pas pour déterminer l'efpece de l'Ellipfe, on voit qu'il faudroit encore connoitre ou le demi-axe du Méridien Elliptique, ou

ou le demi-diametre de l'Equateur. Le demi-axe de ce Méridien ne se peut pas connoître par la mesure actuelle de quelques degrés du Méridien, puisqu'il n'est pas circulaire, mais elliptique; & pour le demi-diametre de l'Equateur, qui est un Cercle, on le connoitroit par cette mesure, mais on ne l'a pas encore faite sous la Ligne.

Pour suppléer à ce défaut, M. de Maupertuis propose la mesure actuelle d'un degré de deux differens Paralleles, chacun d'une latitude connue. Alors en mettant ces grandeurs dans sa formule, il s'en forme deux nouvelles équations, qui donnent aussi-tôt le rapport cherché des deux arcs de l'Ellipse. En effet, on a dans ce cas deux Ordonnées de l'Ellipse, avec leurs positions ou distances déterminées sur l'axe, ce qui ne peut convenir qu'à une certaine Ellipse. Plus les deux Paralleles seront éloignés l'un de l'autre, plus la détermination résultante sera juste, & il est aisé d'en voir la raison.

Comme on sait certainement que la difference des deux axes de l'Ellipsoïde ne peut être que fort petite par rapport à leur grandeur, & que d'ailleurs les meilleures observations, & les mesures actuelles faites avec le plus de soin, ne peuvent guere être exemtes de quelque erreur, ou du moins peuvent toujours être un peu suspectes, il sera très difficile que l'on soit sûr d'être arrivé par les voyes marquées à toute la précision nécessaire. M. de Maupertuis en convient sans peine, & il dit que si ces moyens sont insuffisans,

fiſans, il ſera toujours bon de s'aſſûrer qu'ils le ſont.

Après cela, ce n'eſt que pour exercer la Géométrie qu'il en propoſe d'autres encore plus ſubtils, & tirés d'une plus fine Théorie. Par exemple, ſi l'on a la meſure actuelle de deux differens degrés de latitude conſécutifs pris ſur le Méridien, & l'angle qu'ils font entre eux, on pourra les traiter comme des droites, à cauſe de leur petiteſſe par rapport à la Courbe dont ils ſont parties, & même comme des droites infiniment petites, & leur angle comme un angle de contingence de la Courbe; alors on aura le Rayon de la Dévelopée de la Courbe en ce point, & par ce Rayon, puiſque la Courbe eſt une Ellipſe, on aura ſon Parametre, qui donne le rapport des deux axes. Quand la Géométrie a ſatisfait au néceſſaire, on peut lui paſſer une eſpece de ſuperflu, qui ne conſiſte que dans des vues plus élevées, ou plus profondes.

A l'occaſion de la Perpendiculaire à la Méridienne, on parla de la Courbe formée ſur la ſurface de la Terre Ellipſoïde par la ſection d'un Plan donné de poſition. * M. Pitot ſe propoſa le Problême dans les termes les plus généraux, c'eſt-à-dire, pour tous les Conoïdes ou Sphéroïdes de Courbes quelconques, & venant enſuite en particulier à ceux des Sections Coniques, il démontra ces Théorêmes:

Que dans le Solide Paraboloïde les Sections paralleles à l'axe ſont des Paraboles éga-

* V. les M. p. 181.

gales & ſemblables à la Parabole génératrice, & que les Sections non paralleles à l'axe ſont des Ellipſes :

Que dans l'Ellipſoïde toutes les Sections ſont des Ellipſes, & que de plus les Sections paralleles à l'axe ſont des Ellipſes ſemblables à la génératrice :

Que dans l'Hyperboloïde toutes les Sections paralleles à l'axe ſont des Hyperboles ſemblables à la génératrice, que les Sections paralleles aux Aſymptotes ſont des Paraboles, & qu'entre les non-paralleles celles qui les coupent toutes deux ſont des Ellipſes, & celles qui n'en coupent qu'une ſont des Hyperboles.

Après ces préliminaires de pure Géométrie, qui auroient fourni, pour ainſi dire, plus de proviſions qu'il n'en falloit, on vint à faire réflexion qu'il ſeroit plus difficile de tracer ſur la ſurface de la Terre le Parallele de Paris, qu'il ne l'avoit été d'en tracer la Méridienne. Le Cercle du Méridien projetté ſur la Terre eſt toujours vu ſelon une ligne droite, que l'on n'a qu'à ſuivre par des opérations Trigonométriques. Il en iroit de même de tout autre grand Cercle de la Sphere, c'eſt-à-dire, qui paſſeroit par ſon centre. Mais un Parallele eſt un Cercle qui ne paſſe point par le centre de la Sphere, il ne ſe projette ſur la Terre qu'en ligne courbe, & en ſuivant une droite, on ne le traceroit pas. Or c'eſt un grand avantage pour les opérations, de n'avoir qu'une droite à ſuivre.

Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe d'ailleurs tracer ſur la Terre un Parallele, celui de Paris, par exemple. Il eſt bien ſûr qu'on le tracera

en prenant un nombre suffisant de Lieux qui ayent tous la même latitude que Paris, & en tirant toujours d'un de ces Lieux à l'autre des droites qui seront actuellement mesurées. Ces droites seront, si l'on veut, les côtés presque infiniment petits de la Courbe que formera la projection du Parallele sur la Terre. Telle fut l'idée que M. Godin proposa à l'Académie *.

Il fit des remarques importantes sur la maniere ordinaire de prendre la latitude par la hauteur méridienne d'un Astre dont on connoit la déclinaison, ou la distance à l'Equateur. 1°. Cette hauteur est Méridienne, c'est-à-dire, qu'il faut prendre l'Astre précisément à son passage par le Méridien; ce qui n'est pas sans difficulté lorsqu'on n'a pas de Méridienne actuellement tracée, & il est très rare que l'on en ait. 2°. La quantité des Réfractions, qui peuvent altérer beaucoup les hauteurs, n'est donnée que par des Tables, que l'on suppose plus justes en elles-mêmes, & plus générales pour un certain climat, qu'elles ne le sont. 3°. Les déclinaisons des Astres se prennent pareillement dans des Tables, & celles des meilleurs Astronomes different assez sur ce point.

M. Godin a imaginé, pour la description du Parallele, un moyen pour prévenir toutes les erreurs qui pourroient se glisser dans la détermination d'un si grand nombre de latitudes. On ne les déterminera point par l'opération ordinaire, il n'y aura point de réfractions à craindre-

* V. les M. p. 210.

craindre, point de déclinaiſons à chercher dans des Tables, nul beſoin de Méridienne.

Qu'on prenne à Paris une Fixe peu éloignée du Zénit, comme l'Etoile de la Chevre qui n'en eſt éloignée que de 2 degrés, il eſt certain que tous les Lieux où cette Etoile ſe trouvera à la même diſtance du Zénit ſeront ſur le Parallele de Paris. Il n'y a plus de réfraction ſenſible pour un Aſtre à une auſſi grande hauteur, & il eſt clair d'ailleurs que tous les autres inconvéniens que nous venons de marquer, n'ont plus lieu. Ce ne ſera pas ſeulement la nuit qui conviendra à l'obſervation, la Chevre ſe voit en plein jour avec la Lunette, & même quand elle paſſe au Méridien en même tems que le Soleil. Tout au plus pourroit-on dire que le mouvement des Fixes qui ſe fait ſur les Poles de l'Ecliptique, les fait changer de diſtance par rapport à l'Equateur, ou de déclinaiſon : mais ce mouvement qui n'eſt que de 1 degré en 72 ans eſt ſi lent, que la variation de déclinaiſon qui arrivera dans le cours de la deſcription du Parallele ſera abſolument à négliger ; à moins que les premieres opérations ne fuſſent prodigieuſement éloignées des dernieres, & en ce cas-là même on auroit cette variation par le calcul plus exactement qu'on ne pourroit l'avoir par les obſervations.

M. Godin eſt entré enſuite dans un aſſez grand détail ſur les differentes grandeurs qu'auroit un même Parallele dans les deux differentes hypotheſes de la Figure de la Terre : il nous ſuffira d'en donner ici une idée générale.

Si l'on conçoit que la Terre étant d'abord

une

une Sphere, devienne un Sphéroïde oblong, en conservant sa même masse, son Equateur qui est toujours un Cercle, diminue nécessairement de grandeur, & tous les Paralleles aussi, & en même tems tous les Méridiens deviennent des Ellipses plus grandes que les Cercles qu'ils formoient auparavant. Les degrés de latitude, qui se prennent sur un Méridien, & ceux de longitude, qui se prennent sur un Parallele, se comptent toujours de la même maniere, ce sont toujours des angles qu'il faut rapporter à un Cercle; à l'égard des longitudes, il n'y a pas de changement, puisque les Paralleles sont toujours des Cercles; & pour les latitudes, on en imagine un circonscrit au Méridien Elliptique. Les Paralleles & les Méridiens conservent toujours leur premiere dénomination, ou *numération*, celui qui étoit le 10me l'est encore, &c.: mais il est arrivé un changement dans la grandeur absolue des uns & des autres. Les Méridiens étant plus grands qu'ils n'étoient dans la Sphere, les degrés de latitude sont plus grands, & ceux de longitude plus petits. La grandeur d'un degré de longitude étant connue, on a celle de la circonférence & du diametre de son Parallele; donc dans l'hypothese du Sphéroïde oblong on doit trouver les Paralleles plus petits, que dans l'hypothese de la Sphere. En même tems les Paralleles de même nom dans le Sphéroïde oblong & dans la Sphere seront, à cause de l'agrandissement du Méridien, plus éloignés du nouvel Equateur dans le Sphéroïde, qu'ils ne l'étoient de l'Equateur de la Sphere.

Il

Il est visible que ce sera précisément le contraire dans le Sphéroïde applati. Donc tous les Paralleles de même nom en y comprenant les Equateurs, sont plus petits dans le Sphéroïde oblong, & plus grands dans l'applati que dans la Sphere, & par conséquent tous ceux de l'oblong plus petits que ceux de même nom dans l'applati.

Les deux Sphéroïdes ne laissent pas cependant d'avoir un Parallele commun, c'est-à-dire de même grandeur, mais qui n'est pas de même nom. Pour s'en assurer, il suffit de voir que l'Equateur du Sphéroïde oblong ne peut jamais être qu'un Parallele de l'applati, qu'il en sera un lorsqu'une certaine proportion déterminée sera celle des deux Sphéroïdes, & que hors de cette proportion ce ne sera plus l'Equateur de l'oblong, mais un autre Parallele, qui sera le Parallele commun aux deux Sphéroïdes. Ce qui restera de la premiere détermination, c'est que le Parallele commun sera plus proche de son Equateur dans le Sphéroïde oblong, qu'il ne le sera de son autre Equateur dans l'applati.

Puisque dans tous les cas où le Parallele commun n'est point l'Equateur du Sphéroïde oblong, il y a de part & d'autre depuis l'Equateur jusqu'au Pole deux Suites de Paralleles, qui dans quelque point de leur cours, ou entre l'Equateur & le Pole, arrivent à l'égalité, ou au Parallele commun; il faut que celle de ces deux Suites qui depuis l'Equateur jusqu'à ce point aura été croissante par rapport à l'autre, y devienne décroissante jusqu'au Pole, ou au contraire. Or il est clair

que dans le cas unique où l'Equateur du Sphéroïde oblong seroit un Parallele de l'applati, tous les Paralleles de l'oblong seroient plus petits que ceux de l'applati compris entre son Equateur & le Parallele commun: donc aussi dans tous les autres cas les Paralleles de l'oblong depuis l'Equateur jusqu'au Parallele commun seront plus pêtits que les correspondans de l'applati, & par conséquent ceux de l'oblong depuis le Parallele commun jusqu'au Pole plus grands que les correspondans de l'applati; & parce que les deux Suites sont contraires l'une à l'autre, les Paralleles de l'applati seront plus grands depuis l'Equateur jusqu'au Parallele commun, &c. C'est une proposition avancée par M. Godin, lorsqu'il a voulu pousser cette Théorie jusqu'à la curiosité.

Pour en revenir à la pratique, * M. de la Condamine donna une Méthode pour tracer actuellement le Parallele de Paris selon toute l'étendue qu'il a en France; il suivoit l'idée de M. Godin.

Il faut placer un Quart-de cercle dans le plan du Méridien de Paris, ce qui est aisé, puisque l'on a la Méridienne de Paris tracée à l'Observatoire. Il faut de plus qu'un des côtés de l'Instrument soit parallele au Méridien de Paris, ou ce qui est le même, qu'étant prolongé il se terminât au Pole; & cela est encore aisé, en lui donnant la position que demande la latitude connue de Paris. L'Instrument ainsi placé & monté, si à ce côté qui représente le Méridien de Paris, on applique une Lunette qui lui soit perpendicu-

* V. les M. p. 408.

culaire, il eſt clair qu'elle ſera dans le plan du Parallele de Paris, puiſque tous les Paralleles ſont perpendiculaires aux Méridiens. Que cette Lunette ſoit appliquée au côté par ſon milieu ou centre, & qu'elle puiſſe tourner ſur ce centre, & prendre toutes ſortes de directions, ſans ſortir néanmoins de ſon premier plan, il eſt certain que tous les points qu'elle pourra voir ſeront dans le plan du Parallele de Paris. Ces points étant pris ſur la Terre, il n'y a qu'à les joindre par une droite.

Mais cette droite ne peut jamais être qu'une très petite portion du Parallele. Quand on a pris le point le plus éloigné qu'on a pû, il faudroit s'y tranſporter avec l'Inſtrument, & à cette 2de Station recommencer tout ce qu'on a fait à la 1re. Mais ce ſeroit un grand embarras, & qui rendroit l'opération totale d'une énorme longueur, que d'être obligé de tracer à chaque Station la Méridienne du nouveau lieu. Pour s'en épargner le travail & gagner du tems, il n'y a qu'à prendre entre les deux points extrêmes que l'on a par la 1re Station, un point moyen, tel que la Lunette y étant poſée, elle puiſſe voir de là les deux extrêmes. Trois points déterminent un plan, & ce plan eſt certainement celui du Parallele. Quand on s'eſt tranſporté pour une 2de Station ſur le 3me des points que l'on a par la 1re, il faut tourner la Lunette mobile de façon qu'elle puiſſe voir les 3 points déja trouvés; quand elle eſt dans cette ſituation, elle eſt dans le plan du Parallele, & un 4me point que du lieu où

elle eſt elle verra au-delà des trois 1ers ſera auſſi dans ce plan. Une 3me Station ne ſera que cette 2de répétée, &c.

M. de la Condamine ne diſſimule pas une difficulté conſidérable que les réfractions font naitre contre ſa Méthode. La Lunette étant dirigée vers un point de la Terre, qui eſt au bout de l'axe de la Lunette prolongé, il eſt bien vrai que ce point eſt dans le plan du Parallele, mais ce n'eſt pas ce point-là que la Lunette appercevra; il lui viendroit par un rayon direct, & elle n'en peut voir qu'un qui lui vienne par un rayon rompu, & qui ſoit un point de la ſurface de la Terre élevé par la réfraction, & le plus élevé qu'il ſoit poſſible, puiſque c'eſt un objet horizontal. Si ce point faux étoit dans le même plan que le vrai, il n'y auroit nul inconvénient; mais cela n'eſt pas. La réfraction éleve les objets perpendiculairement à l'Horizon, & par conſéquent les met dans le plan d'un Vertical different de celui d'un Parallele, & d'autant plus different que le Parallele eſt plus éloigné de l'Equateur; car les deux plans ne ſe confondent jamais que ſous l'Equateur, qui eſt lui-même un Vertical.

Une bonne Table des Réfractions pour le Climat dont il s'agiroit, leveroit la difficulté; mais c'en ſeroit une grande que de la conſtruire aſſez exacte, tant les Réfractions ſont irrégulieres. Auſſi M. de la Condamine a-t-il donné un moyen particulier de trouver à chaque opération la meſure actuelle de l'effet préſent de la Réfraction.

Pour en venir enfin à M. Cassini *, qui agissoit actuellement, il avoit pris le parti de décrire, non le Parallele de Paris, mais sa Tangente au point où il coupe la Méridienne de Paris, ou, ce qui est le même, la Perpendiculaire à cette Méridienne en ce point. Si l'on se représente la position du Parallele de Paris sur un Globe où Paris est au sommet, on verra que ce Parallele s'étend à l'Orient & à l'Occident toujours au Nord de sa Tangente, & que tout ce qui est sur cette Tangente, ou entre elle & son Cercle, est plus Méridional que Paris, & d'autant plus Méridional que le Lieu sera placé plus loin de Paris.

M. Cassini savoit déja par la description de la Méridienne, à laquelle il avoit eu beaucoup de part, que par des Triangles toujours liés les uns aux autres, on pouvoit suivre sur la surface de la Terre, pendant une longue étendue, le cours d'une ligne droite, & le mesurer géométriquement sans tomber dans des erreurs qui fussent à compter par rapport à la longueur de l'étendue †. Quand il faudra faire beaucoup d'opérations Astronomiques, les erreurs y seront beaucoup plus à craindre, parce qu'une Seconde d'erreur dans le Ciel, rapportée sur la Terre, y devient une grandeur considérable; or les plus habiles Observateurs conviennent qu'ils ne peuvent guere répondre de 10 Secondes. D'ailleurs pour opérer astronomiquement, & pren-

* V. les M. p. 541.

† V. l'Hist. 1718. p. 80. & suiv. & celle de 1721. p. 84. & suiv.

prendre toujours des latitudes égales, ou des distances égales d'une Etoile au Zénit, il faudroit des tâtonnemens fréquens & longs, & on se trouveroit souvent conduit dans des lieux où les opérations seroient difficiles & incommodes, comme lorsqu'on seroit dans des Bois ou dans des Marais. Un avantage de la Méthode des Triangles, c'est que l'on peut facilement tourner autour des obstacles, & revenir prendre le cours de sa ligne droite.

La Tangente du Parallele de Paris est dans le plan d'un grand Cercle qui toucheroit ce Parallele au point de Paris. La Trigonométrie Sphérique, qui n'employe que les grands Cercles, pourra, s'il en est besoin, opérer sur celui-là au défaut du Parallele. La Tangente pourra même dans une certaine étendue être prise pour une partie de la circonférence du grand Cercle.

Cette Tangente étant supposée décrite & actuellement mesurée dans l'étendue de la France, si à son extrémité, soit Orientale, soit Occidentale, on prend la latitude du Lieu où l'on sera arrivé, on aura en degrés la difference de cette latitude à celle de Paris; en même tems il faut calculer à quelle distance de la Tangente doit être le Parallele de Paris en ce lieu-là; cette distance que l'on aura en Toises par la suite des Triangles sera la valeur de la difference trouvée des degrés de latitude.

S'il arrivoit dans le cours des opérations que l'on se trouvât dans un lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, ce lieu ne seroit certainement pas sur la Tangente; mais

sa

sa distance à la Tangente étant calculée par l'écart du Parallele qui seroit le même que celui de Paris, si elle étoit la même que celle qui seroit donnée par les Triangles, seroit une grande preuve de la justesse des opérations.

Il est vrai que pour avoir l'écart du Parallele à sa Tangente dans un point déterminé, il faut supposer la Terre Sphérique, & on convient qu'elle ne l'est pas: mais dans les étendues dont il s'agit, fort petites par rapport au Globe entier, la fausseté de la supposition ne peut produire que des erreurs insensibles.

A l'égard des degrés de longitude, il est clair que les parties de la Tangente divisée comme elle doit l'être, encore dans la supposition de la Terre Sphérique, répondront à ces degrés, & en donneront la valeur en Toises.

Voilà en général ce qui appartient à la Théorie de cette Tangente, nous ne toucherons que les principaux points de l'exécution. M. Cassini partit de Paris le 1. Juin avec M^rs ses deux Fils, Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier. Il alla à l'Occident; il avoit préféré ce côté-là, parce qu'il devoit trouver sur la Côte de Normandie & de Bretagne des latitudes & des longitudes déja observées anciennement avec un grand soin par nos premiers Académiciens, ce qui n'étoit pas du côté de l'Orient. De plus il n'auroit pu absolument prendre de longitudes à l'extrémité soit Orientale soit Occcidentale de la Tangente dans le tems où il y seroit arrivé, par-

 ce

ce qu'alors Jupiter, & par conſéquent ſes Satellites, devoient être dans les rayons du Soleil.

Dans cette partie Occidentale de la Tangente M. Caſſini trouva des difficultés qui ne s'étoient pas rencontrées dans toute l'étendue de la Méridienne. Il rend compte des adreſſes nouvelles qu'il fut obligé d'imaginer. Ce qui marque bien qu'il eut dans le ſecond travail ou plus d'obſtacles, ou de plus grands obſtacles, c'eſt qu'il n'alla de Paris à la Mer, où ſe termina la Tangente, que par une ſuite de 44 Triangles, au-lieu que 30 lui avoient ſuffi pour aller de Paris à Dunquerque, diſtance preſque égale.

A la fin de tout le travail, on le vérifia comme on avoit fait celui de la Méridienne, par une grande baſe placée en un lieu bien choiſi, qu'on lioit à la ſuite des Triangles, dont on calculoit l'étendue telle que la Trigonométrie la donnoit en vertu de cette liaiſon, & qu'on meſuroit enſuite actuellement avec beaucoup de ſoin. On eut encore ici le bord de la Mer, comme on l'avoit eu aux deux extrémités de la Méridienne. A peine la baſe Trigonométrique & la baſe meſurée eurent elles 1 Toiſe de difference ſur 3732.

Quant à la queſtion de la Figure de la Terre, M. Caſſini ne manqua pas de prendre en Toiſes, par le moyen de ſa Tangente décrite, les valeurs de tous les degrés de latitude ou de longitude déja connus, ou qu'il eut par lui-même. Ceux de longitude ſe trouverent plus petits que dans l'hypotheſe Sphérique, & conſidérablement plus petits, & il eſt

eſt difficile de ſoupçonner d'erreur des differences ſi ſenſibles. Selon M. Caſſini, la grandeur des degrés de longitude eſt moindre de la 36me partie que celle qui réſulte de l'hypotheſe Sphérique, de ſorte qu'un Vaiſſeau qui auroit très exactement calculé ſa route ſur cette hypotheſe, & auroit fait le tour du Monde, ſe trouveroit à ſon retour plus avancé qu'il n'auroit cru de la 36me partie de 360 degrés, ou de 10 degrés: mécompte très conſidérable & très dangereux, & qui le ſeroit toujours à proportion dans de moindres navigations. Nous avons aſſez dit que c'eſt dans le Sphéroïde oblong que les degrés de longitude ſont plus petits que dans la Sphere.

On aura encore plus de lumieres ſur cette queſtion, quand la Tangente ſera continuée du côté de l'Orient. On verra ſi les concluſions déja tirées ſe ſoutiennent, & en cas que les concluſions en général ſoient les mêmes, les déterminations particulieres en ſeront plus préciſes. Les progrès ne peuvent guere être ſûrs, s'ils ne ſont lents.

Quand M. Caſſini, au retour de ſon voyage, eut rendu compte de ſon travail à l'Académie, * M. Clairaut y fit des réflexions priſes de la Géométrie tranſcendante, qui cependant n'y avoit pas eu de part.

M. Caſſini, partant de la Méridienne de l'Obſervatoire, avoit tracé actuellement ſur le terrein une perpendiculaire à cette ligne du côté de l'Occident, & c'étoit-là le commencement de la Tangente du Paralleie de

* V. les M. p. 564.

Paris. Si on avoit prétendu la continuer exactement en ligne droite, elle n'eût été qu'en l'air, passé ce commencement, & la description en eût été impossible; mais on suivoit toujours la ligne droite sur le terrein par le moyen de Piquets que l'on plantoit, & comme la surface de la Terre est courbe, la ligne totale décrite ne pouvoit être formée que de plusieurs droites qui faisoient quelques angles entre elles. Si la Terre est Sphérique, il est visible que la Tangente du Parallele de Paris étant dans le plan de tous les Piquets, dont chacun est perpendiculaire à la surface de la Terre, est par conséquent dans un plan qui passe par le centre de la Terre, c'est-à-dire, dans le plan d'un grand Cercle; & de plus, puisqu'elle est perpendiculaire au Méridien de Paris, le grand Cercle auquel elle appartient ne peut être que le premier Vertical de Paris, celui qui de part & d'autre du Méridien s'étend à l'Orient & à l'Occident. Sa section circulaire sur la surface de la Terre sera la Tangente du Parallele de Paris tracée sur le terrein.

Mais si la Terre n'est pas Sphérique, cette même Tangente, toujours tracée de la même maniere, doit devenir une autre Courbe: car que l'on conçoive que la Terre d'abord Sphérique, & chargée des Piquets qui ont servi à la description de la Tangente, vienne à s'allonger ou à s'applatir, comme il a été dit ci-dessus*, on voit aussi-tôt que les Piquets changent de position les uns par rap-

* p. 72.

rapport aux autres; ils ne sont plus dans le même plan circulaire où ils étoient, ni absolument dans le même plan, & comme ils représentent tous des points de la nouvelle Courbe qui se forme, cette Courbe, qui n'a plus tous ses points dans un même plan, est donc du Genre de celles qu'on a nommées *à double courbure*, & dont M. Clairaut a donné un Traité au Public en 1731, avant que d'être de l'Académie. On ne songeoit peut-être pas que par les simples opérations Trigonométriques des Piquets, on décrivoit une Courbe singuliere, & à double courbure.

M. Clairaut n'a pas manqué de chercher à déterminer sa nature géométrique. Pour cela il considere que cette Courbe devroit naturellement être une droite, & ne devient courbe que par la nécessité de suivre le terrein; qu'elle ne differe donc d'une droite que le moins qu'il est possible dans les circonstances où elle se trouve, c'est-à-dire, le terrein étant tel qu'il est; que par conséquent tous ses angles de contingence doivent être des *moindres*, ou, ce qui revient au même, & s'accommode mieux au calcul, qu'il faut que 3 points étant donnés sur cette Courbe, la distance du 1er au 2d, & celle du 2d au 3me fassent la *moindre* somme possible, comme elles auroient fait la moindre absolument sur une droite. De-là nait une Equation assez subtilement attrapée, de-là cette propriété essentielle de la Courbe, que les Sinus des angles qu'elle fait avec les Méridiens qu'elle rencontre, sont plus grands en même raison que les Ordonnées des Méridiens, tirées de

ces points de rencontre perpendiculairement sur l'axe de la Terre, sont plus petites. Il est visible qu'elles sont d'autant plus petites que les Méridiens, qui vont tous au Pole rencontrent la Courbe dans des points qui approchent plus du Pole, & par conséquent c'est dans les points qui en sont les plus proches que la Courbe coupe les Méridiens sous de plus grands angles. Un arc de cette Courbe compris entre deux Méridiens y est plus incliné & plus long, s'il est pris plus loin du Pole, & au contraire.

On peut concevoir que la Terre Sphérique s'allonge ou s'applatisse infiniment, c'est-à-dire, autant qu'il est possible, en conservant la même masse. Dans le 1er cas, l'hémisphere Boréal de la Terre, & il en faut dire autant de l'Austral, devient un Cone dont l'Equateur devenu infiniment petit est la base, & dont l'axe est infini, faisant un angle infiniment petit avec le côté. Dans le 2d cas, c'est un Cylindre dont l'Equateur devenu infini est la base, & dont la hauteur est infiniment petite. La figure Sphérique est le milieu exact entre ce Cone & ce Cylindre produits par l'allongement ou l'applatissement infinis : ainsi le premier Vertical de Paris, par exemple, est la Courbe qui tient le milieu entre toutes les Courbes dans lesquelles il se changera, soit que la Terre s'allonge ou s'applatisse, toujours par degrés & jusqu'à l'infini; & même ce Vertical se trouve être du nombre total de ces Courbes, & entrer dans l'Equation générale par une substitution convenable. Il est Cercle, & toutes

les

les autres Courbes qui l'accompagnent de part & d'autre n'en sont plus. Des deux côtés de ce Cercle, les modifications ou affections des Courbes sont contraires.

Nous ne suivrons point M. Clairaut dans le détail de Géométrie où il s'engage, pour faire voir que par sa Théorie on tirera aisément des observations astronomiques comparées aux mesures actuelles, si la Terre est une Sphere, ou un Sphéroïde, soit allongé, soit applati; seulement en étendant un peu plus ce qui vient d'être dit en deux mots sur le changement de la Sphere en l'un ou l'autre Sphéroïde; nous donnerons une idée générale & assez précise, quoiqu'un peu moins géométrique, des differences qui doivent naitre des trois hypotheses.

Si la Terre est un Sphéroïde infiniment allongé, ses deux Hémispheres, le Boréal & l'Austral, deviennent deux Cones infiniment aigus, qui ont chacun un axe infini, & pour base commune l'Equateur devenu infiniment petit. Tous les Méridiens de la Terre Sphérique, toujours malgré son changement réunis au Pole, sont devenus des Ellipses infiniment longues & infiniment étroites, & les Cercles Paralleles à l'Equateur sont devenus comme lui infiniment petits, mais moindres que lui, & toujours décroissans. Les latitudes se prennent toujours sur les Méridiens, & les longitudes sur les Paralleles: donc ici un arc ou degré de latitude sera infiniment plus grand que dans la Sphere, & un arc de longitude infiniment moindre. Donc dans le Fini il se trouvera toujours que si la Terre

est un Sphéroïde allongé, un arc de latitude y sera plus grand, & un arc de longitude moindre que si la Terre eût été Sphérique.

Il y a encore une considération plus délicate à faire. L'axe du Sphéroïde infiniment allongé n'est pas seulement infini, il l'est du 2d ordre. Que l'on suppose l'Equateur infiniment petit du 1er ordre, ce qui suffit, on verra par les *Elémens de la Géométrie de l'Infini*, qu'afin que le Sphéroïde ou Cone ait une masse finie, ce qui est nécessaire ici, il faut que son axe soit un infini du 2d ordre. De-là il suit que dans le fini les degrés de latitude & ceux de longitude du Sphéroïde allongé doivent être très sensiblement plus grands ou plus petits que ceux de la Sphere, ainsi que M. Cassini l'a trouvé *.

Ce sera précisément le contraire dans le Sphéroïde infiniment applati, & on pourroit s'en assurer suffisamment par la seule raison de l'opposition. Mais on peut s'en convaincre encore, si l'on veut, en se représentant ce Cylindre dont la base, qui étoit l'Equateur de la Sphere, est infinie, & dont l'axe est infiniment petit. Les deux Poles & le Centre de la Sphere confondus font cet axe, de là partent tous les Méridiens devenus lignes droites infinies ou Ellipses, si on les veut replier des deux côtés; mais ces Méridiens ne peuvent plus marquer des latitudes, des distances d'un point au centre d'un côté, & de l'autre au pole, puisque le centre & les poles ne font plus qu'un point. Les longitudes qui

* V. ci-dessus p. 80.

qui se prennent sur l'Equateur, base du Cylindre, sont infinies: donc dans le Sphéroïde infiniment applati les latitudes sont infiniment moindres, & les longitudes infiniment plus grandes que dans la Sphere. Donc dans le Fini, &c. Il est à remarquer, que comme dans le Sphéroïde infiniment allongé, l'axe de la Terre est un Infini du 2d ordre par la raison qui a été dite, de même dans le Sphéroïde infiniment applati, cet axe est un infiniment petit du 2d ordre, ce qui produit une conséquence pareille.

Si on imagine ce que devient dans le Sphéroïde infiniment applati la Courbe de M. Clairaut, telle qu'il l'a déterminée dans la Sphere, ce premier Vertical de Paris, par exemple, on voit aussi-tôt que ce Cercle est allé se mettre dans le plan de l'Equateur infini, par conséquent s'en est toujours approché en se redressant sur un plan tiré d'un Pole à l'autre, & faisant toujours avec ce plan de plus grands angles, à mesure qu'il s'avançoit vers l'Equateur, ce qui marque sa position differente dans la Sphere & dans le Sphéroïde infiniment applati. Et comme ce sera le contraire dans l'Infiniment allongé, on a par ces positions, des indices que l'on n'avoit pas encore sur la Figure de la Terre.

SUR

SUR LE MOUVEMENT DE L'ETOILE POLAIRE PAR RAPPORT AU POLE DU MONDE. *

UN mouvement qui se fait sur les Poles d'un grand Cercle de la Sphere, se fait toujours ou sur ce Cercle même, ou sur un des petits Cercles qui lui sont paralleles, & ont par conséquent les mêmes Poles; ou, ce qui revient au même, ce mouvement est toujours parallele à ce grand Cercle posé de sorte que le Corps qui se meut, ne change point de distance par rapport à lui, mais seulement s'éloigne toujours dans toute l'étendue du demi-Cercle d'un point qu'on aura déterminé pour en être l'origine. Cela se voit dans tous les mouvemens diurnes qui se font sur les Poles de l'Equateur.

Tout le monde sait aujourd'hui que les Etoiles fixes ont un mouvement sur les Poles de l'Ecliptique si lent, qu'il n'est que de 1 degré en 72 ans. Elles conservent donc toujours la même distance à l'Ecliptique, ou la même latitude mais elles avancent toujours en longitude vers l'Orient, à compter du 1er d'Aries.

Comme l'Equateur & l'Ecliptique se coupent sous un angle de 23 ½ degrés, leurs Poles

* V. les M. p. 591.

les sont éloignés l'un de l'autre de cette même étendue de 23 $\frac{1}{2}$ degrés. Il suffit de considérer ici les deux Poles Septentrionaux.

Une Fixe qui se meut parallelement à l'Ecliptique, & en est toujours à la même distance, & par conséquent aussi de son Pole, se meut en même tems par rapport à l'Equateur, mais non pas sous les mêmes conditions. Il faut au contraire qu'elle s'approche ou s'éloigne incessamment de l'Equateur & de son Pole, qu'on appelle aussi le *Pole du Monde*: mais si son mouvement est très lent, comme il l'est en effet*, cette variation de distance pourra être longtems insensible; & c'est ce qui est arrivé.

Tous les Cercles paralleles à l'Equateur, & tous les correspondans paralleles à l'Ecliptique, se coupent sous un angle de 23 $\frac{1}{2}$ degrés, & il y a nécessairement un parallele à l'Ecliptique qui passe par le Pole de l'Equateur. Si l'on conçoit une Fixe placée dans l'intersection de ce Parallele à l'Ecliptique, & du Parallele à l'Equateur, & si elle part de là, il est visible qu'elle s'approchera toujours du Pole de l'Equateur, jusqu'à ce qu'enfin elle y arrive, après quoi elle s'en éloignera.

Son mouvement, supposé uniforme par rapport à l'Ecliptique, sera par cette raison-là même inégal par rapport à l'Equateur. Que l'on conçoive des *Méridiens de l'Ecliptique*, qui seront de grands Cercles tirés de degré en degré perpendiculairement à l'Ecliptique, & se réunissans tous à son Pole, les parties du Parallele à l'Ecliptique décrit par l'Etoile, & comprises entre deux de ces Méri-

ridiens, feront la mefure du mouvement de l'Etoile par rapport à l'Ecliptique, & feront par la fuppofition toujours égales. Mais dans ce même mouvement rapporté à l'Equateur, il faudra prendre les parties du Parallele à l'Ecliptique entre deux Méridiens ordinaires perpendiculaires à l'Equateur, & là elles ne feront plus égales. Elles feront d'autant plus grandes par rapport à ce qu'elles étoient, que les Méridiens de l'Equateur s'écarteront davantage de ceux de l'Ecliptique, & au contraire. Et pour juger où eft le plus grand écart des deux efpeces différentes de Méridiens, il fuffit de fe fouvenir qu'il y en a un commun à toutes les deux; c'eft le Colure des Solftices perpendiculaire & à l'Equateur & à l'Ecliptique. Puifque c'eft là où l'écart des deux Méridiens eft nul, il va toujours en croiffant de là jufqu'au point de l'Equinoxe: donc fi l'Etoile fuppofée eft partie d'un point qui répondît au 1er d'Aries, fon mouvement rapporté à l'Equateur va toujours en diminuant jufqu'au point qui répondra au 1er de Cancer, & de part & d'autre de ce point elle paroîtra comme ftationnaire par rapport au Pole du Monde, & d'autant plus longtems que fon mouvement réel fera plus lent.

Si le Parallele à l'Ecliptique fur lequel nous avons fuppofé l'Etoile, n'étoit pas celui qui paffe par le Pole du Monde, il eft vifible qu'elle n'y arriveroit pas, mais feulement s'en approcheroit plus ou moins à proportion de l'éloignement de fon Parallele.

Par le mouvement général des Fixes, toutes les Septentrionales feront à leur moindre dis-

distance de notre Pole, lorsqu'elles seront sur le Colure des Solstices: car que l'on en imagine une qui doive décrire l'Ecliptique, & qui parte du 1er d'Aries, il est clair qu'elle ne pourra jamais être plus proche du Pole que quand elle arrivera à ce Colure, & par conséquent il en est de même de toutes les autres qui ne décrivent que des Paralleles à l'Ecliptique.

Il auroit été fort commode pour les premiers Navigateurs, Egyptiens ou Phéniciens, qu'il y eût eu une Etoile précisément au Pole du Monde; ils auroient pris immédiatement par son moyen les Hauteurs en Mer, & toutes leurs courses se feroient dirigées à ce point fixe. J'ai dit *pour les premiers Navigateurs*, car dans la suite du tems on auroit perdu cet avantage, l'Etoile Polaire auroit cessé de l'être, & quand après cela on auroit compté sur son immobilité, on seroit tombé dans des erreurs. Ce ne fut que 200 ans après Alexandre que l'on commença à s'appercevoir du mouvement des Fixes sur les Poles de l'Ecliptique. Il faudroit qu'une Fixe y fût placée pour être immobile; mais alors elle ne serviroit pas aux mêmes usages, du moins immédiatement, qu'une Etoile Polaire.

Au défaut d'une Etoile véritablement Polaire, on a pris celle qui étoit la plus proche du Pole, c'est la derniere de la Queue de la petite Ourse; & comme elle est d'une extrême importance pour toutes les déterminations de hauteurs ou latitudes, M. Maraldi a pris par des observations exactes & réité-

réitérées, sa distance au Pole de 2° 7' 9" pour l'année présente. Cette distance ira toujours en diminuant pendant 362 ans, au bout desquels elle ne sera plus que de 26' 30", la plus petite qu'elle puisse être, parce qu'alors l'Etoile sera arrivée au Colure des Solstices, elle sera plus Polaire que jamais, & ne reviendra à l'être autant qu'au bout de 12860 ans, moitié de sa révolution.

M. Maraldi ne croit pas que notre Etoile Polaire d'aujourd'hui, qui a été aussi celle des anciens Grecs, soit celle des Astronomes encore plus anciens, dont Eudoxe, Disciple de Platon, avoit pris les Observations pour fondement de son Catalogue des Etoiles fixes. Notre Etoile Polaire devoit être dans ces tems si reculés trop éloignée du Pole, & M. Maraldi fait un dénombrement de plusieurs autres qui en étoient plus proches, une sur-tout dans la Queue du Dragon, qui n'en étoit qu'à 10' il y a 4060 ans, beaucoup plus proche que la nôtre ne sera jamais dans sa plus grande proximité. Les Anciens disoient que l'Etoile Polaire étoit au Pole du Monde; quoiqu'ils puissent n'avoir pas prétendu parler exactement, ils se seroient trop sensiblement éloignés du vrai, s'ils avoient parlé de notre Etoile Polaire. Celle du Dragon étoit encore 1000 ans après sa plus grande proximité du Pole, c'est-à-dire, 1326 avant J. C., assez proche pour être la Polaire. Sa distance n'étoit que de 5° 42', moindre que celle d'aucune autre. Si cela est, si des observations astronomiques assez exactes remontent jusqu'à 1300 ans avant

avant J. C. dans des Siecles qu'on ne peut guere imaginer que comme très grossiers & très barbares, il faut que l'Astronomie soit une Science à laquelle les hommes soient portés bien naturellement.

SUR LES MOUVEMENS DES PLANETES DANS DES EPICYCLES. *

UN Epicycle est un Cercle dont le centre est sur la circonférence d'un autre qui le porte, & est appellé par cette raison *Déférent*. Si l'Epicycle se meut, son centre ne quitte point la circonférence du Déférent.

Dans l'Astronomie ancienne & Ptolémaïque les Planetes se meuvent chacune sur la circonférence d'un Epicycle, qui en même tems se meut sur celle d'un Déférent concentrique à la Terre. Par-là on a expliqué, & de plus calculé les Stations, les Rétrogradations, & toutes les bizarreries du mouvement des Planetes. Il n'est plus question aujourd'hui de ce Systême, un autre lui a succédé, non seulement plus simple & plus naturel, mais, pour tout dire, nécessaire: la seule disposition des Corps célestes entre eux, très uniforme & très réguliere, produit, selon Copernic, tout ce qui paroît le plus

* V. les M. p. 396.

plus irrégulier dans leurs mouvemens. Cependant comme l'Aſtronomie pure, qui ne veut que repréſenter les Phénomenes par des Hypotheſes, quelles qu'elles ſoient, ſe contente de ce qui ne ſatisferoit pas l'Aſtronomie Phyſique engagée à expliquer le Méchaniſme de l'Univers, M. Godin a cru qu'il ne falloit pas tout-à fait négliger l'Hypotheſe des Epicycles, qui, outre qu'elle eſt ce qu'on pouvoit ſubſtituer de plus ingénieux au Vrai que l'on n'avoit pas, peut encore aujourd'hui être quelquefois utile dans les calculs. Les Satellites de Jupiter & ceux de Saturne, vus de la Terre, ſe meuvent réellement dans des Epicycles; & on verroit la Lune s'y mouvoir auſſi, ſuppoſé qu'elle fût vue du Soleil.

Qu'un Déférent, & ſon Epicycle, ſe meuvent l'un & l'autre d'un mouvement uniforme, & dont la direction ſoit d'Occident en Orient, ſelon l'ordre des Signes du Zodiaque, & que ces deux Cercles faſſent leur révolution chacun autour de ſon centre en un tems égal; un Spectateur placé au centre du Déférent ne le verra jamais ſe mouvoir que comme il ſe meut réellement, ſelon l'ordre des Signes: mais le même Spectateur ne verra l'Epicycle ſe mouvoir ſelon cette direction que dans ſa partie qui ſera la ſupérieure, par rapport au centre du Déférent; & dans toute l'inférieure, il le verra ſe mouvoir d'Orient en Occident, ou contre l'ordre des Signes; mouvement faux, contraire au vrai, & qui n'eſt qu'apparent. C'eſt là une ſuite néceſſaire de la poſition du Spectateur

teur par rapport à l'Epicycle. De plus, de ce que le mouvement *direct* vrai de l'Epicycle se change en un *rétrograde* faux, il suit que ce changement se fait par degrés, & que le mouvement total, uniforme en lui-même, ne le paroît plus, mais inégal & varié, au-lieu que celui du Déférent paroît toujours uniforme comme il l'est.

Pour prendre de tout cela une idée plus précise, on peut concevoir une ligne tirée du centre du Déférent ou de l'œil du Spectateur par le centre de l'Epicycle jusqu'à sa circonférence supérieure, dont elle déterminera le point le plus élevé, comme elle en a déterminé dans sa circonférence inférieure le point le plus bas. On appellera l'un *Apogée*, l'autre *Périgée*. Un diametre de l'Epicycle perpendiculaire à cette ligne le partagera en deux moitiés égales, l'une supérieure, l'autre inférieure. Au point de l'Apogée le mouvement paroît direct, comme il l'est, & de la vîtesse dont il est; mais dans tout le Quart du Cercle qui suit, ce mouvement toujours encore direct paroît toujours d'une vîtesse moindre que la réelle; à la fin de ce 1er Quart de Cercle il n'est plus, c'est le rétrograde qui lui succede dans le 2d, foible d'abord, & augmentant toujours jusqu'à la fin du demi-Cercle, où il devient égal au direct. Après cela il est aisé de voir que dans le demi-Cercle suivant, c'est la même chose en ordre renversé. On verra aisément aussi que les Stations se font dans les passages du mouvement direct au rétrograde, ou du rétrograde au direct.

Tout

Tout cela ſuppoſe que le Déférent & l'Epicycle faſſent chacun leur révolution en un tems égal, ce qui revient préciſément au même à l'égard du Spectateur, que ſi l'Epicycle ſe mouvoit ſur la circonférence immobile du Déférent, auquel cas il n'y auroit point à tenir compte de ce qui arriveroit par la combinaiſon des differentes vîteſſes des deux Cercles. Mais s'ils ſe meuvent tous deux hors de ce cas unique, équivalent à l'immobilité de l'un, il y a de nouvelles conſidérations à faire.

Le point du Périgée de l'Epicyle mû en même tems, & parce qu'il appartient au plan du Déférent qui ſe meut, & parce qu'il appartient à la circonférence de l'Epicycle, aura deux mouvemens, l'un qui lui viendra du Déférent ſelon l'ordre des Signes, l'autre contre cet ordre, & qui ſera le direct de l'Epicycle changé par le Périgée en un rétrograde égal. Si, outre que ces directions des deux mouvemens ſont abſolument oppoſées, leurs vîteſſes étoient égales, il eſt bien ſûr que le point du Périgée paroîtroit immobile. Mais quand les vîteſſes des deux mouvemens ſeront-elles égales ? Il eſt manifeſte que ce ſera quand le Déférent, s'il eſt plus grand que l'Epicycle, comme il doit l'être naturellement, fera ſa révolution autour de ſon centre en un tems d'autant plus long par rapport au tems de la révolution de l'Epicycle, que ſa circonférence ſera plus grande par rapport à celle de l'Epicycle; quand, par exemple, le Déférent ayant une circonférence dix fois plus grande que celle de l'Epicycle, employera dix fois plus

plus de tems à sa révolution. Il est presque inutile de remarquer que le point dont on considere ici les vîtesses est bien un point de la circonférence de l'Epicycle, mais non pas de celle du Déférent, il en est éloigné de toute la longueur du rayon de l'Epicycle; mais comme il est dans le plan du Déférent, & n'a d'autre mouvement que celui de ce plan, il fait sa révolution dans le même tems qu'un point de la circonférence. Ce cas des vîtesses égales, où le Périgée de l'Epicycle est vu immobile, fait la proposition fondamentale de la Théorie de M. Godin.

Dans le cas que nous avons posé d'abord, équivalent à celui où le Déférent eût été immobile, nous avons vu que la station ou immobilité apparente de l'Epicycle auroit été à la fin de son 1er Quart de Cercle à compter de l'Apogée & à l'origine du 2d, & que la rétrogradation auroit été de là en augmentant toujours jusqu'au Périgée, & auroit passé au-delà de ce point, mais en diminuant toujours, jusqu'à l'origine du 4me Quart de Cercle, où elle auroit fini par une station. Nous venons de voir que dans le cas des vîtesses du Déférent & de l'Epicycle égales, il y a une station au point du Périgée. Donc les deux stations, qui dans le 1er cas se faisoient en deux points diamétralement opposés & également éloignés du Périgée, se font dans ce 2d cas au point du Périgée; & il est assez clair que dans les cas moyens entre ces deux elles se feront toujours rapprochées de ce point, jusqu'à ce qu'enfin elles s'y soient confondues.

Puisque le 1er cas extrême est celui où le

Déférent eſt immobile, & le 2d extrême, celui où il a la même vîteſſe que l'Epicycle, les cas moyens ſont ceux où, à compter du 1er, le Déférent ayant toujours moins de vîteſſe que l'Epicycle, en a une qui augmente toujours, & devient enfin égale à celle de l'Epicycle. Dans tous ces cas moyens les ſtations vont en ſe rapprochant toujours du Périgée, & par conſéquent les rétrogradations tiennent moins d'étendue ſur la circonférence de l'Epicycle; & enfin quand les deux vîteſſes ſont égales, les deux ſtations ſe réuniſſent au Périgée, & il y a une ſtation ſans rétrogradation ni précédente, ni ſuivante. Seulement l'apparence du mouvement direct aura toujours été en diminuant depuis l'Apogée.

Il ſuit de-là, que paſſé le 2d cas extrême des deux que nous avons poſés, c'eſt-à-dire, quand la vîteſſe du Déférent ſeroit plus grande que celle de l'Epycicle, il n'y auroit plus ni ſtations ni rétrogradations. Ce ſpectacle ſeroit pour celui qui du Soleil verroit la Lune tourner autour de la Terre. Le Déférent ſeroit l'Orbite de la Terre autour du Soleil, & l'Epicycle ſeroit l'Orbite de la Terre. Les grandeurs de ces deux Orbites ſont à peu près comme 366 à 1. Afin que les vîteſſes du Déférent & de l'Epicycle fuſſent égales, il faudroit que tandis que l'Epicycle ou la Lune fait 366 révolutions, le Déférent ou la Terre n'en fît qu'une. Or ce Déférent en fait plus de 30. Donc il a beaucoup plus de vîteſſe que l'Epicycle. Donc, &c.

Puiſque toutes les Planetes nous paroiſſent quelquefois rétrogrades, elles ſont toutes dans le cas oppoſé à celui-ci, mais les unes plus

plus, les autres moins. Nous avons déja traité cette matiere en 1709 * sur des principes tout differens.

SUR LA DETERMINATION DE L'ORBITE DES COMETES. †

LEs Astronomes modernes ont fait une entreprise presque téméraire, lorsqu'ils ont prétendu assujettir aux calculs des Astres aussi passagers & aussi irréguliers que les Cometes, comme l'on y a déja assujetti ceux que l'on a sous les yeux depuis tant de Siecles, & qui ont des mouvemens si règlés. Cependant l'entreprise s'avance, & promet du succès.

On a déja reconnu, ou du moins on convient généralement, que les Cometes sont des Planetes Solaires, c'est-à-dire, dont le mouvement se rapporte au Soleil, & se fait sur la circonférence d'une Ellipse dont il occupe un des Foyers. On suppose aussi assez volontiers qu'elles suivent, comme les autres Planetes Solaires, les deux fameuses Règles de Kepler; l'une, que les tems employés à décrire deux differens arcs de ces Ellipses Planetaires sont entre eux comme les Secteurs Elliptiques correspondans formés par des lignes tirées du Soleil aux extrémités de ces arcs; l'autre, que les quarrés des tems des révolutions totales autour du Soleil sont entre eux comme les cubes des distances moyennes au Soleil. Mais pour faire usage ou de ces suppositions, ou de ces principes, il faut

* p. 104. & suiv. † V. les M. p. 460.

auparavant avoir déterminé bien exactement quelle est l'Orbite d'une Comete, c'est-à-dire, quelle est sa position dans le Ciel par rapport à notre Ecliptique, & en même tems quelle est la vîtesse de la Comete, & c'est-là la grande difficulté. De toute l'Orbite de la Comete, on n'en voit qu'une petite partie, qui étant proche du Périhélie, & plus courbe qu'elle ne seroit ailleurs, ne détermine point la direction du reste; & la vîtesse est si inégale, que l'on ne peut en juger sur une si petite partie de tout le cours.

La difficulté a piqué des Géometres du premier ordre, qui ont ouvert de grandes & belles vues; & aujourd'hui M. Bouguer s'engage dans le même travail, & propose une Méthode nouvelle qui donnera toute la Théorie des Cometes, & la rendra même plus simple, parce qu'il y entrera essentiellement un élément que l'on avoit ou négligé ou trop peu consideré. Ce sont les latitudes de la Comete, dont on tenoit peu de compte en comparaison des longitudes.

M. Bouguer ne demande que trois observations exactes, tant de la latitude que de la longitude d'une Comete, en des tems peu éloignés. Il impose cette condition, afin que la Comete puisse être censée n'avoir décrit qu'une ligne droite, & que cette droite puisse être censée aussi parcourue d'un mouvement uniforme. Elle sera sensiblement l'Infiniment-petit de l'Orbite de la Comete; il faut cependant que les trois observations y fassent trois déterminations bien distinctes les unes des autres.

Il s'agit de savoir comment cette droite est

posée

pofée par rapport à l'Ecliptique, ou, ce qui revient au même, il faut en faire la *projection* fur le plan de l'Ecliptique, celui de l'Orbite de la Comete y étant incliné, ce qui eft le cas général, & même fans exception dans le réel.

On a fait trois obfervations de trois differentes pofitions de la Comete fur fon Orbite en trois tems. La Terre a été dans ces trois tems fur trois points differens de fon Orbe annuel, on connoit la pofition qu'ils ont entre eux, leurs diftances, & par conféquent les angles que feront entre elles trois lignes vifuelles tirées de ces trois points de l'Orbe de la Terre à ceux où la Comete a été vue. Ces lignes vifuelles ne déterminent encore rien par rapport au plan de l'Ecliptique, car elles font en differens plans differemment élevés fur le plan de l'Ecliptique, puifque la Comete a eu 3 differentes latitudes. Mais des points où fe terminent dans le Ciel les lignes vifuelles, on abaiffe fur le plan de l'Ecliptique 3 perpendiculaires, qui foient entre elles comme les Sinus des 3 angles de latitude obfervés, & elles tombent fur 3 points de ce plan, qui étant joints, font la projection de la route de la Comete par rapport au plan de l'Ecliptique pendant tout le tems des obfervations.

Toutes les opérations de cette Méthode demandent le calcul de plufieurs Triangles abfolument néceffaires, fans compter les auxiliaires dont on peut avoir befon. Heureufement ils font tous rectilignes. Il y a ici bien des grandeurs connues, les angles de longitude, ceux de latitude, leurs Sinus, &c. des lignes qui ont les mêmes rapports que les

les tems écoulés entre les obſervations, puiſque le mouvement de la Comete a été ſuppoſé uniforme; & enfin M. Bouguer procédant toujours de Triangle en Triangle, & ne laiſſant rien d'inconnu ou d'indéterminé que la diſtance d'un point de la projection au point où étoit alors la Terre, ou à un terme équivalent, parvient à une Formule algébrique, qui eſt l'expreſſion de cette Inconnue en grandeurs toutes connues, & données par les 3 obſervations. S'il manquoit une des 3 latitudes, la Formule manqueroit, tant les latitudes ſont importantes ici.

Cette ſeule Formule de M. Bouguer contient toute ſa Théorie. On a donc la poſition ſur l'Ecliptique de la projection d'un eſpace ſuppoſé rectiligne décrit par la Comete en un certain tems. Quand l'eſpace rectiligne ne ſeroit regardé que comme une Tangente de l'Orbite, il ſeroit bien ſûr que cette Tangente prolongée ſeroit toujours dans le plan de l'Orbite; & quand elle viendroit à rencontrer la projection du mouvement de la Comete prolongée auſſi autant qu'il le faudroit, elle ſeroit auſſi dans le plan de l'Ecliptique, & par conſéquent dans un Nœud de l'Orbite avec l'Ecliptique. Que du Soleil on tirât une droite à ce Nœud, les Géometres verront aiſément que deux perpendiculaires à cette ligne tirées l'une de l'Orbite de la Comete, l'autre du point correſpondant de ſa projection, ſe rencontreroient en un point, & y feroient un angle qui ſeroit celui de l'inclinaiſon de l'Orbite ſur l'Ecliptique. Le Triangle, où cet angle ſeroit compris, ſe réſoudroit par le moyen d'autres Trian-

Triangles déja connus, auxquels il seroit nécessairement lié; & dans cette résolution on trouveroit aussi la distance de la Comete au Soleil, & par conséquent à la Terre, lorsqu'elle étoit dans le point de son Orbite que l'on avoit déterminé.

Quelque importantes que soient déja ces conclusions, M. Bouguer tire encore plus de fruit de sa Théorie avec le secours des deux Règles de Kepler. Par la premiere, le tems pendant lequel elle a décrit son petit arc Elliptique supposé rectiligne, est au tems pendant lequel elle décrira la circonférence entiere de l'Ellipse, comme l'aire du petit Secteur Elliptique à celle de l'Ellipse entiere. L'aire du petit Secteur Elliptique peut être prise pour un Triangle rectiligne, dont la base est le petit arc supposé rectiligne, & chaque côté est la distance de la Comete au Soleil, connue en ce tems-là, comme il vient d'être dit. M. Bouguer calcule ensuite l'aire entiere de l'Ellipse par les propriétés connues de cette Courbe, en laissant indéterminée & inconnue l'expression de son grand axe; après quoi vient aussi-tôt l'expression du tems de la révolution entiere.

Par la seconde Règle de Kepler, le quarré du tems de la révolution entiere d'une Planete, comme la Terre, qu'il vaut mieux prendre que toute autre, sera au quarré du tems de la révolution entiere de la Comete, comme le cube de la distance moyenne de la Terre au Soleil est au cube de la distance moyenne de la Comete au Soleil. Cette distance moyenne est la moitié de la plus grande & de la moindre, qui toutes deux en-

ſemble font le grand axe de l'Ellipſe : donc elle eſt la moitié du grand axe, qui par-là devient déterminé, puiſqu'il entre dans une proportion où il n'y a que des grandeurs connues.

Avec la connoiſſance du grand axe ajoutée à celles que l'on avoit déja, on peut trouver le petit axe, la diſtance des deux Foyers, le centre, l'Aphélie & le Périhélie, la ligne des Apſides qui les joint, &c. Trois obſervations ſeules ont ſuffi pour ſervir de baſe à tout ce grand échaffaudage de Géométrie & d'Aſtronomie.

Une remarque de M. Bouguer, qui n'eſt pas à oublier ici, c'eſt que ſon expreſſion algébrique du grand axe de l'Ellipſe eſt telle qu'elle peut donner une grandeur ou poſitive, ou infinie, ou négative. Cela dépend de la vîteſſe plus ou moins grande de la Comete, quoique toujours finie. Si l'axe eſt poſitif, il eſt l'axe d'une Ellipſe ordinaire ; s'il eſt infini, ce qui arrive parce que la vîteſſe de la Comete eſt à un certain point, il eſt l'axe d'une Ellipſe infinie, c'eſt-à-dire, d'une Parabole dont les deux Foyers ſont infiniment éloignés l'un de l'autre ; s'il eſt négatif, & alors la vîteſſe eſt encore plus grande, il eſt l'axe d'une Hyperbole, qui eſt une Ellipſe dont les deux Foyers finiment éloignés ſont poſés à contre-ſens de ce qu'ils ſont dans l'Ellipſe ordinaire. Il eſt évident qu'une Comete qui après ſon Périhélie auroit paſſé d'une branche de ſa Parabole ou de ſon Hyperbole dans l'autre, ne reviendroit jamais dans ſa premiere branche, dont elle s'éloigneroit toujours à l'infini, & par conſéquent ne ſeroit jamais revue : ainſi la Théorie de

M.

M. Bouguer comprend toutes les Cometes possibles, celles qui ont des retours, & celles qui n'en ont point.

Il ne semble pas qu'il fallût prendre pour Planetes Solaires les Cometes qui n'auroient point de retours. Quel rapport leur mouvement auroit-il au Soleil quand elles s'éloigneroient toujours de lui selon des lignes presque exactement droites, & iroient se perdre à jamais dans l'immensité de l'Univers? Peut-être même toutes les Cometes à retour ne seront-elles pas Planetes Solaires. Le Soleil est plus à nous que toute autre Etoile de son espece, & ne seroit-ce point un reste du Systême Ptolémaïque, si naturel aux hommes, que de vouloir rapporter tous les mouvemens célestes à ce Soleil?

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

On sait combien certains spectacles célestes servent à la détermination des Longitudes terrestres, parce qu'ils sont vus en même tems par des Observateurs placés en differens lieux. Il faut que leur apparition soit promte & presque instantanée, de peur qu'un Observateur ne les vît, ou ne crût les voir, tandis qu'un autre ou ne les verroit pas, ou ne s'en tiendroit pas sûr. C'est par cet endroit, aussi-bien que par la fréquence, que les Immersions & les Emersions des Satellites de Jupiter, & les occultations des Fixes par la Lune, l'emportent beaucoup

sur les Eclipses Lunaires, qui seules étoient employées autrefois à la recherche des Longitudes. On ne peut trop multiplier ces spectacles, & c'est les multiplier que de découvrir qu'on en puisse employer à cet usage quelques-uns qu'on n'y employoit pas, ou auxquels on ne faisoit pas assez d'attention.

Lorsque la Lune est en Croissant ou en Décours, on voit dans la partie obscure de son Disque quelques points lumineux semés çà & là, mais tous peu éloignés du Cercle ou demi-Cercle d'illumination, qui sépare la partie éclairée d'avec l'obscure. Ce sont des sommets de Montagnes élevées, qui reçoivent les rayons du Soleil plutôt que les Plaines, si la lumiere va vers eux dans le Croissant, ou qui perdent ces rayons plus tard, si la lumiere se retire dans le Décours. On peut appeller Emersions de ces points leurs apparitions, puisqu'ils se dégagent en quelque sorte de l'ombre répandue autour d'eux; & leurs Immersions au contraire seront leurs disparitions, puisqu'alors ils sont confondus dans l'ombre générale.

M. Grandjean ayant remarqué que quelques-uns de ces points lumineux apperçus par sa Lunette dans la partie obscure, disparoissoient en fort peu de tems, eut la curiosité de s'attacher à un, qu'il vit en effet diminuer de clarté peu-à-peu, & enfin disparoître totalement en un instant. C'est ainsi précisément que se font les Immersions des Satellites. Les Emersions des points lumineux de la Lune seront pareillement instantanées, & peut-être encore plus, parce que l'ébranlement de la Rétine peut faire continuer la

vision

vision d'un objet lumineux qu'on a cessé de voir réellement, au-lieu que cette raison n'a pas lieu pour celui que l'on commence de voir.

Il étoit donc assez naturel d'appliquer aux Longitudes les Immersions & Emersions de ces points lumineux de la Lune, sensibles & fréquentes comme elles sont, & M. Grandjean a été surpris que l'idée n'en soit venue qu'à Hévélius & à Langrénus, qui ne l'ont pourtant pas suivie. Il est vrai que la chose n'est pas sans difficulté dans l'exécution.

Il faudroit une *Sélénographie* ou Carte de la Lune extrêmement exacte, & on n'en a pas encore qui le soit assez, quoiqu'il soit beaucoup plus aisé de faire une Sélénographie qu'une *Géographie* prise dans le même sens. A moins que de cette grande exactitude de la Carte, deux differens Observateurs pourroient prendre deux differens points lumineux pour le même, & toutes les conclusions porteroient à faux.

Je suppose que l'on ait la meilleure Sélénographie qu'il se puisse, & où les points dont il s'agit soient parfaitement bien posés par rapport aux autres parties; il est certain qu'afin qu'ils ayent une Emersion, il faut qu'ils se fassent voir dans la partie obscure qui vient d'être éclairée, ou qui va bientôt l'être; on dira la même chose renversée sur l'Immersion. Pour cela il faut donc qu'ils ne soient qu'à une certaine petite distance du Cercle d'illumination, & la position de ce Cercle sur le Disque de la Lune dépend de la distance de la Lune au Soleil, & en général de son mouvement qu'il seroit difficile d'avoir dans une précision suffisante. Nous avons parlé

des irrégularités de ce mouvement en 1702 *.

Il y a encore plus. La Lune a une Libration tant en longitude qu'en latitude, expliquée assez au long en 1721 †, qui dérangeroit, quoiqu'assez peu, la position qu'on donneroit dans une Sélénographie aux Taches de la Lune & à ses points lumineux par rapport à certains Cercles qu'on seroit obligé d'imaginer sur son Disque.

De tout cela il suit, qu'il ne seroit pas aisé de construire des Tables qui marquassent assez juste les tems où doivent arriver les Emersions ou Immersions, dont nous traitons ici. Cependant ces Tables seroient nécessaires pour avertir les Observateurs d'observer, & beaucoup plus encore pour tenir lieu d'un Observateur perpétuel placé sous le Méridien pour lequel elles seroient calculées, ce qui est le grand usage des Tables des Satellites à l'égard des Longitudes.

En attendant les Tables, qui pourront venir, M. Grandjean a imaginé un expédient. Il ajoute à une Sélénographie ordinaire la partie de la Lune qui peut se découvrir par le mouvement de Libration, car c'est-là le plus embarrassant. Il a une feuille de Corne transparente, sur laquelle il a tracé des Cercles de longitude & l'Ecliptique, il la met sur sa Sélénographie disposée de la même maniere dont il voit qu'est la Lune au tems de l'observation, & avec une Alhidade mobile sur la feuille de Corne, il voit à quels Cercles de longitude, à quels points de l'Ecliptique se rapportent les differentes parties de la Lune, & où doit être à-peu-près le Cercle d'il-

* p. 99. & suiv. † p. 67. & suiv.

d'illumination cherché. Les Astronomes suppléeront assez au détail de cette opération que nous supprimons.

Si l'on veut suivre cette idée, tous les points sujets à Emersion & à Immersion devroient avoir des noms dans la Sélénographie, & ils n'en ont pas encore.

Il y a un choix à faire entre eux. Quelques-uns n'ont pas leurs Emersions ou Immersions assez promtes, apparemment parce que ce sont de grands Rochers à plusieurs pointes assez éloignées, qui ne reçoivent ou ne perdent la lumiere que les unes après les autres.

Il vaut mieux prendre les points les plus proches de l'Ecliptique tracée sur la Lune, parce que le mouvement de la lumiere y est plus promt.

Les points lumineux sont plus frappans dans le Décours, parce qu'alors l'ombre qui les environne augmente toujours, au-lieu qu'elle diminue toujours dans le Croissant; & par cette raison, pour bien prendre l'habitude de ces sortes d'observations, il est à propos de commencer à la prendre dans le Décours. Combien d'autres instructions le tems nous donnera-t-il sur cette matiere, s'il vient à l'entreprendre?

CEtte année l'un des deux Mrs Cassini qui avoient accompagné M. leur Pere au Voyage de la Perpendiculaire Occidentale, apporta à l'Académie une Méthode qu'il avoit trouvée pour la détermination de la Figure de la Terre, tirée du travail qu'ils venoient de faire.

Quand on avoit tracé la Méridienne de Paris qui traverse la France Nord & Sud, on

avoit trouvé que les degrés en étoient inégaux entre eux, ce qui montroit déja que la Terre étoit non une Sphere, mais un Sphéroïde, & de plus que ces degrés étoient décroissans de l'Equateur vers les Poles, ce qui montroit que ce Sphéroïde étoit allongé ou oblong.

Par les opérations qu'on venoit de faire à l'Occident depuis Paris jusqu'à la Mer, on avoit trouvé que les degrés du Parallele de Paris étoient plus petits qu'ils n'auroient dû être si la Terre eût été une Sphere, & qu'au contraire ils auroient dû être plus grands que dans l'hypothese Sphérique, si la Terre eût été un Sphéroïde applati. C'étoit donc un Sphéroïde oblong.

M. Cassini le Fils considéra que de l'hypothese du Sphéroïde oblong suivoit encore une conséquence que l'on pouvoit vérifier par ce qui venoit d'être fait. On avoit tiré une Perpendiculaire au Méridien de Paris, ou une Tangente du Parallele de Paris au point de Paris. Depuis le point d'attouchement cette Tangente s'écarte toujours de plus en plus de son Cercle, c'est-à-dire, que toutes les perpendiculaires à la Tangente tirées de tous les points d'un quart de ce Cercle vont toujours en croissant depuis la premiere qui est au point d'attouchement, & nulle, jusqu'à la derniere qui est égale au rayon du Cercle posé. Passé cela, il n'y a plus d'écarts à considérer, si ce n'est de l'autre côté, où la même chose se répete. De-là il suit que plus le Cercle posé est grand, plus les écarts de sa Tangente sont grands; car la derniere de ces perpendiculaires à la Tangente, qui mesurent les écarts, est toujours égale au rayon du Cercle posé.

Si la Terre eſt Sphérique, on ſait quels doivent être les écarts ou diſtances de chaque point du Parallele de Paris à chaque point de ſa Tangente. Si la Terre eſt un Sphéroïde oblong, ces écarts ſeront plus petits, parce que le Parallele ſera un petit Cercle, & au contraire, ſi la Terre eſt un Sphéroïde applati.

Cette Tangente étant actuellement tracée à l'Occident par les Triangles, il ne falloit donc plus que prendre de ce côté-là un point ſur le Parallele de Paris, c'eſt-à-dire, trouver un Lieu dont la latitude fût égale à celle de Paris, tirer de ce lieu ſur la Tangente une perpendiculaire, dont on viendroit à connoitre la grandeur en la liant aux Triangles, & comparer cette grandeur trouvée avec celle de l'hypotheſe Sphérique. Voilà la Méthode propoſée par M. Caſſini le Fils. Heureuſement ils trouverent dans leur Voyage Granville, dont la latitude eſt à une Seconde près la même que celle de Paris, & il a donné l'exemple du Calcul qu'il y avoit à faire en ce cas-là. Il en réſulte ſûrement & ſenſiblement le Sphéroïde oblong.

Comme la diſtance de Granville, par exemple, à la Tangente du Parallele de Paris, ne peut être qu'une portion du Méridien de Granville, il faut donc avoir actuellement tracé ce Méridien, comme celui de Paris l'a été à Paris: mais auſſi cette opération, jointe à l'obſervation de la latitude de Granville, eſt tout ce que demande la Méthode de M. Caſſini, la Tangente du Parallele de Paris étant ſuppoſée décrite.

Les écarts de la Tangente, par rapport à ſon Cercle, croiſſent de degré en degré depuis

puis le point d'attouchement ſelon une raiſon beaucoup plus grande que celle du nombre des degrés, & c'eſt un avantage dans cette Méthode. Pourvu que le Lieu où l'on prendra la ſeconde latitude ſoit un peu éloigné de celui d'où l'on eſt parti, de Paris, par exemple, les écarts ſeront déja conſidérables, & par conſéquent leurs differences d'avec ceux de l'hypotheſe Sphérique aſſez ſenſibles. Si le 2d lieu étoit encore un peu plus éloigné, il ſeroit impoſſible qu'il reſtât la moindre incertitude.

Il n'étoit point néceſſaire que l'on eût un Lieu comme Granville, dont la latitude fût égale ou ſi approchante d'être égale à celle de Paris. Tout autre lieu d'une latitude connue auroit ſuffi: il n'auroit pas été ſur le Parallele de Paris, mais on l'y auroit rapporté aiſément par un calcul qui n'eût été qu'un peu plus long. M. Caſſini en a donné un exemple ſur St Malo, dont la latitude differe de pluſieurs Minutes de celle de Paris.

Dans cette Méthode, 1° il ne faut que des latitudes, dont l'obſervation eſt plus commode que celle des longitudes; car les longitudes demandent les Satellites de Jupiter, & par conſéquent de grandes Lunettes, outre que l'on n'a pas les Satellites en tout tems. 2° Si les latitudes ſont égales, ou, ce qui eſt le même, les hauteurs des mêmes Aſtres dans le même Climat, ou ſeulement ſi elles approchent aſſez de l'égalité, on n'a preſque point à craindre differentes erreurs dans les Réfractions, elles ſeront à-peu-près égales, s'il y en a, & par conſéquent ne gâteront rien. 3°. Et par la même raiſon les erreurs qui viendroient de la diviſion défectueuſe de l'In-

l'Inftrument, comme il arrive fouvent, feront fans conféquence, pourvu que l'Inftrument, dont on fe fervira, foit toujours le même.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un Ecrit de M. Godin fur une Addition qu'il faut faire aux Quarts de Cercles fixes dans le Méridien.

† Les Obfervations de l'Eclipfe Solaire du 13 Mai, faites par Mrs Caffini & Godin.

‡ Celles de l'Eclipfe Lunaire du 28 Mai par M. Godin.

‖ Une Méthode de M. Pitot pour calculer la 1re Equation des Planetes.

MECHANIQUE.

SUR LES CHARROIS, LES TRAINEAUX ET LE TIRAGE DES CHEVAUX. §

LA Méchanique, qui ne s'eft d'abord appliquée qu'aux Arts les plus communs, & par-là les plus vils en apparence, s'eft dans ces derniers tems élevée jufqu'aux mouvemens des Corps céleftes: mais comme elle ne l'a fait qu'en s'appuyant toujours fur les mêmes principes, elle ne doit pas dédaigner fes premieres fonctions, plus utiles peut-être, quoique moins nobles; ni croire au-deffous d'elle de confidérer des Charrettes, & de pareilles Voitures, après avoir confidéré les pefanteurs

* V. les M. p. 50. † p. 207. 209.
‡ p. 271. ‖ p. 502. § V. les M. p. 67.

teurs mutuelles des Corps céleſtes entre eux.

Pour faire tourner & avancer une Roue ſur un terrein ſuppoſé horizontal & uni, il faut que tandis qu'un des rayons de la Roue eſt poſé verticalement ſur ce terrein, où il eſt attaché par tout ſon poids, une Puiſſance appliquée au centre de la Roue, où eſt l'extrémité ſupérieure de ce rayon, la tire à elle de façon que l'extrémité inférieure ſe détache du point du terrein qui étoit le point d'appui du rayon. Si la puiſſance tire obliquement, ce qui eſt le cas général, la perpendiculaire tirée du point d'appui ſur cette direction oblique, ſera, comme on ſait, la diſtance de l'action de la puiſſance au point d'appui, ou le bras de levier par lequel elle agira ; & plus ce bras ſera long, plus elle agira avantageuſement. Afin que pour une direction oblique ce bras de levier ſoit le plus long qu'il eſt poſſible, il faut, le point d'appui étant conçu au ſommet d'un angle formé par une horizontale & une verticale, & la direction oblique étant l'hypothénuſe de cet angle droit, que cette hypothénuſe faſſe, avec chacun des deux autres côtés, un angle de 45° ; car alors il eſt démontré que la perpendiculaire, tirée du ſommet de l'angle droit ſur cette hypothénuſe, ſera plus grande que toute autre perpendiculaire tirée ſur la même hypothénuſe autrement poſée. Il eſt très aiſé de s'en convaincre, même à l'œil.

La direction de la puiſſance étant ſelon cette hypothénuſe ſuppoſée, il eſt bien certain qu'il n'y a qu'une moitié de ſon effort employée à tirer la Roue horizontalement, & que l'autre moitié l'eſt ou à porter une

partie

partie du poids de la Roue, & à la soulever, si la puissance agit de bas en haut, ou à presser cette Roue contre le terrein, & a l'y appliquer plus qu'elle ne l'étoit déja par son poids, si la puissance agit de haut en bas. Le levier est le plus avantageux qu'il se puisse pour produire un mouvement composé de l'horizontal, & de l'un ou de l'autre de ces deux verticaux; mais quand on veut faire rouler une Roue, on ne veut que la faire rouler, c'est-à-dire, lui donner un mouvement horizontal, qui ne coûteroit absolument rien, si le terrein étoit parfaitement uni, & qui ne demande de la force qu'à cause des inégalités de ce terrein, & des frottemens qu'il faut vaincre. On est bien éloigné de chercher à soutenir une partie du poids de la Roue, ou à l'appliquer davantage contre le plan. Il ne faut donc pas que la direction de la puissance soit oblique au plan, mais parallele; & comme alors cette puissance agit toujours perpendiculairement au Rayon vertical à l'extrémité supérieure duquel elle est appliquée, ce Rayon est son levier naturel & nécessaire.

Un Cheval tire par son poitrail, & puisqu'il doit tirer parallelement au terrein horizontal, l'élévation de ce poitrail sur le terrein doit être aussi celle du centre de la Roue, ou la longueur des Rayons, & celle du levier de la puissance. De-là il suit que tout le reste étant égal, le Cheval le plus haut est le meilleur, il permettra que la Roue ait un plus grand Rayon, si on la règle sur lui, & il se donnera à lui-même un plus grand levier. Il ne s'agit ici que des Voitures qui n'ont que deux

deux Roues égales, comme les Charrettes.

Si la Charrette rencontre en son chemin quelque éminence d'une certaine hauteur verticale, par dessus laquelle elle doive passer, la puissance des Chevaux, qui auroit suffi pour faire avancer la Charrette horizontalement, ne suffira plus pour lui faire surmonter cette éminence, & M. Couplet détermine géométriquement quelle doit être en ce cas-là la puissance agissant toujours selon une direction horizontale. Cela se trouve aisément par le rapport des Leviers, dont l'un est celui de la charge totale de la Charrette, l'autre celui de la puissance, tous deux ayant pour appui le point le plus élevé de l'éminence, & étant supposés en équilibre.

Il est certain que sans ce calcul géométrique, un effort d'un moment qu'on feroit faire aux Chevaux, vaincroit aisément un obstacle ordinaire: mais il est bon de connoitre précisément & à toute rigueur de quelle force on auroit besoin. L'usage commun est que le centre de la Roue soit un peu plus bas que le poitrail du Cheval, moyennant quoi le tirage, qui ne perd guere de son parallélisme au terrein, gagne pourtant assez de direction verticale pour soutenir & soulever la charge de la Charrette autant qu'il est nécessaire à la rencontre des obstacles médiocres.

Quelquefois pour transporter plus surement des choses qui seroient perdues, ou fort endommagées, si une Charrette venoit à verser, on les met sur un Traineau, quoique ce soit une Voiture moins avantageuse en qualité de Machine, car elle présente aux frottemens une surface sans comparaison plus gran-

grande, & il ne s'y trouve aucun levier en faveur de la puiſſance motrice. Alors le Cheval ne peut plus tirer parallelement au terrein, il tire de bas en haut ſelon une direction oblique, dans laquelle entre néceſſairement du vertical, & par conſéquent il ſoutient une partie de la charge du Traineau; mais auſſi comme il le ſouleve d'autant, il en diminue le frottement contre le terrein. Ce qu'il y a de vertical dans cette direction oblique, eſt d'autant plus grand que le Traineau a ſa ſurface ſupérieure au-deſſus du terrein, & que les traits du Cheval ſont plus courts, car ils en approchent plus d'être verticaux. Si les traits étoient infiniment longs, le tirage deviendroit parallele au terrein, & le Cheval ne porteroit plus rien de la charge du Traineau.

Afin qu'il n'en porte qu'une certaine quantité, ou en général un certain poids, il faut donc une certaine longueur de traits, & M. Couplet la détermine par une formule algébrique, tout le reſte étant ſuppoſé connu, ou donné. Nous ne parlons ici que d'un Cheval, parce qu'il n'y en a qu'un dont les traits ſoient obliques à l'horizon, ou au terrein. C'eſt le dernier de la volée, ou le plus proche du Traineau: les autres, quand il y en a, tirent parallelement à l'horizon, & ne font que fortifier ce qu'il y a d'horizontal dans la direction du Cheval de volée, & ſe joindre à lui a cet égard.

Quand M. Couplet eſt arrivé par ſes raiſonnemens à des formules algébriques, il les réaliſe, pour ainſi dire, par des exemples qu'il donne en grandeurs connues & uſitées.

Si

Si l'on veut que le Cheval de volée, aidé de dix autres, ne soit chargé que de 300 livres ce qui est une charge moyenne, il se trouvera aussi-tôt que la longueur de ses traits doit être d'un peu plus de 20 pieds.

On changeroit la traction oblique du Traineau en parallele, si on le faisoit tirer par l'extrémité supérieure d'une espece de Mât, dont la hauteur seroit égale à celle du poitrail des Chevaux: mais ce seroit-là un levier assez long par lequel agiroit tout ce qui pourroit tendre à faire verser le Traineau, & rien ne seroit plus contraire à l'intention que l'on a que le transport soit plus sûr.

Nous passons sous silence plusieurs Remarques de M. Couplet, qui tiennent plus à la Pratique, qu'à la Théorie, quoiqu'elles n'en soient pas pour cela moins utiles.

SUR LE VAISSEAU

qui éprouvera la moindre résistance de l'Eau. *

NOUS avons déja parlé de ce Problême en 1699 †, mais il n'y a été qu'effleuré, non-seulement dans le peu que nous en dîmes alors, mais même dans les belles Solutions qu'en ont données Mrs Newton, Fatio, de l'Hôpital, & Herman. Ils ont supposé que la route du Vaisseau étoit *directe*, c'est-à-dire, selon sa quille, & que la figure que demandoit la Proue pour fendre l'Eau avec la plus grande facilité possible, étoit celle d'un Conoïde qu'on avoit à déterminer, mais dont la base étoit toujours circulaire.

* V. les M. p. 118.

† p. 126.

laire. Or il est très rare que la route d'un Vaisseau soit directe, & il n'est jamais de telle figure que la base du Conoïde de sa Proue, ou le plan qui en cet endroit sera perpendiculaire à sa Quille, puisse être un Cercle. Le Problême n'a donc encore été résolu que pour des cas, ou très particuliers, ou éloignés du vrai ; & c'est ce qui a invité M. Bouguer à donner une Solution nouvelle & générale, quelque compliquée & quelque pénible qu'elle dût être.

La base étant supposée telle qu'on voudra, & donnée, il faudra concevoir qu'on lui appliquera le Conoïde de la Proue, tel qu'il aura été déterminé géométriquement pour être celui de la moindre résistance que le Vaisseau puisse éprouver de la part de l'Eau. Ce Conoïde a sa surface formée par une infinité de Courbes, qui se réunissent toutes à sa pointe ou sommet. On prend pour la *principale* de ces Courbes, & pour celle dont il faut déterminer la nature, celle qui est dans un plan vertical. Son axe, qui est aussi celui du Conoïde, est parallele à la Quille.

Quand un Vaisseau se meut, il frappe l'Eau selon des lignes paralleles à sa route, & tous les côtés infiniment petits de la Courbe principale du Conoïde de la Proue doivent re conçus comme frappés chacun par un et d'eau parallele à la route; ainsi c'est de route que dépend la position des filets sur que petit côté de la Courbe. Puisque st une Courbe, ils sont tous différemnt posés sur chaque côté, c'est-à-dire, s ceux qui frappent une même moitié de Courbe. Ils sont tous obliques chacun sur leur

leur côté, hormis peut-être un qui lui ſera perpendiculaire, & un autre parallele; & tous les obliques ne frappent, comme on ſait, que par ce qu'il y a de perpendiculaire dans leur direction décompoſee. Moins un filet oblique a de perpendicularité par rapport au côté qu'il frappe, moins il le frappe; & par conſéquent moins tous les filets enſemble ont de perpendicularité par rapport à la Courbe, moins elle eſt frappée; & lorſqu'en vertu de ſa courbure, elle l'eſt le moins qu'il ſoit poſſible, elle eſt la Courbe qui doit être celle du Conoïde de la Proue.

Une route oblique, ou inclinée à la Quille, & à l'axe du Conoïde la Proue, étant déterminée, il en réſulte néceſſairement de certaines inclinaiſons des filets d'eau ſur les petits côtés de la Courbe, inclinaiſons differentes de celles qui réſulteroient d'une autre route oblique; & de ces inclinaiſons ou directions décompoſées, il en réſulte auſſi des perpendiculaires plus ou moins grandes, & autrement inclinées à l'axe du Conoïde qu'elles ne feroient pour toute autre route. Tout dépend de la force ou de la grandeur de ces perpendiculaires, que M. Bouguer appelle auſſi *impulſions relatives*, parce qu'elles ſont telles ou telles ſelon les routes differentes: il en faut prendre la ſomme dans une Zone infiniment peu large du Conoïde qui comprendra la Courbe principale; mais pour avoir cette ſomme, il faut avoir déterminé dans l'expreſſion algébrique toutes ces impulſions à être paralleles entre elles, ou dirigées en même ſens, après quoi cette expreſſion générale de la force employée par

tous

tous les filets d'eau contre la Zone, devient, par des Règles connues, celle de la moindre force possible, qui est ce qu'on cherche, car de-là nait l'équation de la Courbe principale, dont les Abscisses se prennent sur l'axe du Conoïde. Mais ce n'est pas sans beaucoup de difficulté que tout cela vient, & sans qu'il soit besoin d'employer beaucoup d'adresses de calcul; on pourra aisément s'en convaincre.

Comme M. Bouguer, pour éviter que la base de la Proue fût nécessairement un Cercle, en avoit rendu le Conoïde, qu'il cherchoit, tout-à-fait indépendant, & avoit laissé la base entierement indéterminée; il a voulu, après ce Conoïde trouvé, déterminer une base, & voir ce qui en arriveroit. Il a pris d'abord un demi-Cercle tronqué, c'est-à-dire, dont un Segment inférieur fût retranché, de sorte que la base étoit formée par deux arcs circulaires que séparoit une ligne droite, ce qui approche assez de la figure qu'auroit la coupe verticale d'un Vaisseau faite en ce même endroit. Ensuite il a pris le demi-Cercle entier, & l'application de ses Formules à cette supposition lui a fait naitre des vues nouvelles, & même paradoxes.

Après que les grands Géometres que nous avons nommés, eurent déterminé le Conoïde qui éprouvoit la moindre résistance dans la route directe, & dans le sens de cette route, c'est-à-dire, selon l'axe du Conoide, M. Bouguer s'apperçut que dans les routes obliques ce même Conoïde éprouvoit encore la moindre résistance selon son axe, ce qui étendoit les avantages de la premiere Théorie. Mais ils vont encore plus loin par celle de M. Bouguer. Ce ne sont pas seulement les

les impulſions dans le ſens de cet axe, qui y ſont les moindres qu'il ſe puiſſe, ce ſont les impulſions en tous ſens; & on le voit évidemment, parce que les changemens d'hypotheſe ſur l'inclinaiſon de la route à l'axe, & ſur celle des perpendiculaires à ce même axe, ou impulſions relatives, ne changent point le rapport des Abſciſſes de la Courbe du Conoïde à ſes Ordonnées, & que par conſéquent cette Courbe eſt toujours de la même nature : avantage très conſidérable, & qu'on ne pouvoit guere prévoir, car il étoit fort poſſible & fort vrai-ſemblable, qu'à la rigueur chaque route eût demandé ſa Courbe particuliere, & qu'on eût été réduit à ne donner à un Vaiſſeau qu'une certaine Courbe moyenne entre toutes les autres de cette eſpece, pour ſatisfaire à-peu-près à toutes les routes.

Le point le plus ſurprenant de cette Théorie de M. Bouguer, c'eſt que le Conoïde qu'elle donne pour celui de la moindre réſiſtance poſſible eſt auſſi en certains cas celui de la plus grande, de ſorte que de toutes les figures de Conoïdes, ce ſeroit la plus mauvaiſe pour le Vaiſſeau. Il eſt bien vrai qu'il n'y a qu'une même & unique Méthode pour *le plus petit* & *le plus grand*, que par cette Méthode préciſément on ne ſait point lequel des deux on trouve, & par conſéquent on peut auſſi-tôt avoir trouvé l'un que l'autre; mais ce ne ſera que l'un ou l'autre, & non pas tous les deux comme ici. J'entends *tous les deux*, non pas à la fois, mais en ce ſens que ſi ce n'eſt pas l'un dans le cas propoſé, c'eſt ſurement l'autre, ſans qu'il y ait rien de changé, ce qui n'arrive pas ainſi dans les

Cour-

Courbes ; un *plus petit* y est toujours un plus petit, & ne devient jamais un *plus grand*, & s'il y a dans la même Courbe un *plus grand*, on ne l'aura qu'en changeant quelque chose aux suppositions du premier cas. De plus, & cela est très remarquable, s'il y a dans une même Courbe un *plus petit* & un *plus grand*, ils n'y sont pas contigus, mais séparés par un intervalle, pendant lequel le changement de plus petit en plus grand est conduit par tous les degrés & les nuances que demande toujours l'ordre Géométrique, mais ici en supposant tous les Conoïdes de M. Bouguer arrangés de suite, le dernier de ceux de la moindre résistance, & le premier de ceux de la plus grande, sont contigus. Comment se fait ce saut si subit, & qui paroît sans exemple?

Tout cela s'accordera, si l'on fait réflexion que le même Conoïde qui dans deux routes differentes du Vaisseau éprouve toujours la moindre résistance possible, n'éprouve pas pour cela dans les deux routes une résistance égale, il n'éprouve que la moindre possible par rapport à chaque route particuliere; car il est visible que selon la route, l'Eau résiste plus ou moins au mouvement du Vaisseau, puisqu'elle ne résiste que le moins absolument qu'il soit possible à la route directe qui se fait selon la Quille, & absolument le plus qu'il se puisse à celle qui se feroit selon une perpendiculaire à la Quille. Si l'on conçoit toutes les routes rangées entre ces deux extrêmes à commencer par la premiere, la résistance qu'éprouvera le Conoïde de M. Bouguer, quoique la moindre possible pour chaque route, ira toujours en croissant d'une route à l'autre, & enfin viendra la plus grande

de toutes ces moindres, à laquelle sera contiguë une encore plus grande, mais d'un autre ordre, & du nombre de celles qui seront les plus grandes possibles, elle en sera la premiere & la moindre. Ainsi la Règle des *plus grands* & des *plus petits* a fait ce qu'elle a dû, & comme elle l'a dû. Elle a donné des uns & des autres, puisqu'il y en avoit réellement dans la question proposée, ce qui est rare; & elle les a donnés distribués selon cet ordre si propre aux grandeurs, qui sont l'objet de la Géométrie.

M. Bouguer n'a pas manqué de bien distinguer les deux especes de routes, dont les unes produisent la moindre résistance, & les autres la plus grande. Leur séparation étant faite, & caractérisée géométriquement, il est heureux qu'il n'y ait presque jamais que les premieres qui se trouvent réellement dans la pratique de la Navigation; les autres font de trop grands angles avec la Quille. Ainsi l'inconvénient du Conoïde de M. Bouguer n'est guere à craindre, & ne peut pas être comparé à l'avantage singulier qu'il a de convenir à toutes les routes, sauf cette exception très rare.

SUR LE MOUVEMENT

D'UNE BULLE D'AIR DANS UNE LIQUEUR. *

CE sujet paroît avoir été choisi plus pour sa difficulté géométrique, que pour son utilité. M. de Maupertuis a voulu faire voir que la Géométrie moderne étoit parvenue, & cela très rapidement, à un si haut point de per-

* V. les M. p. 357.

perfection, qu'elle avoit de la peine à trouver desormais des Problêmes assez compliqués, & où elle déployât tout son art.

Une Bulle d'Air posée au fond d'un Vaisseau plein d'eau, monte en traversant toute l'eau qui la couvroit, mais elle monte d'un mouvement fort inégal; & c'est cette inégalité qu'il s'agit de calculer, & de soumettre à une formule algébrique. La Bulle monte parce que son volume ne renferme que de l'air moins pesant que l'eau renfermée dans un volume d'eau égal. Ainsi la force motrice est l'excès de pesanteur de l'eau sur celle de l'air, les volumes étant égaux. Cette force est accélératrice, puisque c'est une pesanteur, & la Bulle montera toujours plus vîte. Quand elle est au fond de l'eau, elle est réduite à un certain état de condensation, à un certain volume, tant par le poids de la liqueur supérieure, que par celui de toute l'Atmosphere qui pese sur cette liqueur; car l'Air est compressible, comme l'on sait, & il se comprime, du moins proche la Terre, selon la proportion des poids dont il est chargé. Dès que la Bulle monte, elle est soulagée de quelque partie du poids qu'elle portoit, & toujours ainsi de plus en plus, de sorte que son volume s'étend toujours, sans perdre cependant la figure sphérique, circonstance assez avérée par l'expérience.

Une plus grande surface éprouve de la part du Liquide qu'elle divise une plus grande résistance. La Bulle qui augmente toujours de volume, reçoit donc toujours de ce chef quelque diminution à la vîtesse que la force motrice augmente toujours. D'un autre côté le Liquide qu'il faut diviser, résiste plus à une

plus grande vîtesse du Mobile qu'à une moindre, & cela se fait selon la seconde Puissance de la vîtesse, ou ses Quarrés. Or les Quarrés font une Suite fort croissante, & par conséquent la résistance du Liquide au mouvement de la Bulle d'Air se diminue beaucoup d'instant en instant, & de plus en plus.

Puisque ce mouvement est inégal en soi-même & dans le fini, il faut le transporter dans l'infiniment-petit où il deviendra uniforme, & par-là plus aisé à calculer. Quand un mouvement est uniforme, la Force motrice est d'autant plus grande par rapport au Poids ou au Corps qu'elle meut, que la vîtesse qu'elle lui donne est plus grande par rapport au tems qu'elle employe à la lui donner. Donc cette proportion sera vraye quand le tems sera supposé infiniment petit, & que la vîtesse ne sera que l'infiniment-petit, ou l'élément de la vîtesse finie. Il ne faut qu'exprimer algébriquement la force, qui est l'excès de la pesanteur d'un volume d'eau sur un volume d'air égal, mais dont on retranchera la résistance du Liquide ou Milieu exprimée de même algébriquement; or cette résistance est le produit de la surface de la Bulle d'air par le quarré de sa vîtesse. Toutes les autres expressions se présentent d'elles-mêmes.

De cette proportion nait une Equation differentielle, qu'il ne faut plus qu'intégrer pour avoir tout ce qui appartient au mouvement de la Bulle d'air pris dans le fini, c'est-à-dire, l'espace qu'elle parcourt dans un tems déterminé, & sa vîtesse pour ce tems. Mais quand on est arrivé aux intégrations, ou, pour mieux dire, aux cas où il faudroit intégrer, souvent on ne le peut pas, on est abandonné par les Règles

générales, & on a recours à differentes adresses particulieres qui, lorsqu'elles réussissent, sont des coups de génie ou de bonheur. Ici l'équation finale où l'on arrive se laisse intégrer aisément, & le Problême est parfaitement résolu.

SUR LA CONCILIATION DES DEUX REGLES ASTRONOMIQUES DE KEPLER

Dans le Systême des Tourbillons. *

ON a vu dans les Volumes précédens † de quelle façon M. l'Abbé de Molieres a déja défendu le Systême des Tourbillons Cartésiens contre les vives attaques que lui ont portées le célebre Newton & ses Disciples, qui ne sont pas aujourd'hui renfermés dans les bornes de l'Angleterre. Voici encore une objection qui méritoit bien que l'on en délivrât, s'il étoit possible, le Systême Cartésien.

Les tems que les Planetes employent à parcourir differens arcs de leurs Orbes sont entre eux comme les aires correspondantes de ces mêmes Orbes, comprises chacune entre deux rayons tirés du Foyer à la circonférence, & terminées par les arcs de cette circonférence correspondans.

Les quarrés des tems des révolutions des Planetes autour du Foyer de leur mouvement sont entre eux comme les cubes de leurs distances à ce Foyer. Voilà ces deux Règles ou Loix aujourd'hui si connues, & si heureusement

* V. les M. p. 419.

† V. l'Hist. de 1728. p. 134. & suiv. de 1729. p. 121. & suiv. de 1731. p. 92. & suiv.

ſement trouvées par Kepler, qu'il en méritcroit le nom de Légiſlateur en Aſtronomie.

Que le Tourbillon ſoit Sphérique, & que toutes ſes Couches concentriques ſoient en équilibre, c'eſt-à-dire, qu'elles ayent une Force centrifuge égale, ſans quoi le Tourbillon ne ſe maintiendroit pas comme il fait, il eſt certain que les deux Loix s'accorderoient enſemble ſans difficulté, ou plutôt naitroient toutes deux enſemble des ſuppoſitions qu'on auroit faites. Nous avons déja vu en 1728 naitre ainſi la 2de Loi; & pour la 1re il eſt viſible qu'elle en naitroit auſſi d'elle-même, puiſque dans un Cercle les aires décrites du Centre ne peuvent être que proportionnelles aux arcs. Tout vient de ce que dans le Tourbillon Sphérique, où il y a équilibre de Forces centrifuges, les vîteſſes de deux points quelconques ſont entre elles en raiſon renverſée des racines quarrées des diſtances de ces points au Centre.

Si le Tourbillon eſt Elliptique, comme l'eſt notre Tourbillon Solaire, il arrive du dérangement. Ce qui étoit Cercle devient une Ellipſe, ayant pour Foyer ce qui étoit ſon Centre, le point, qui décrivant ce Cercle étoit toujours également éloigné du Centre, ne l'eſt plus du Foyer en décrivant l'Ellipſe; il n'a donc plus dans tout ſon cours la même force centrifuge, ni par conſéquent la même vîteſſe, il a autant de vîteſſes differentes que de differentes diſtances au Foyer. Il peut ſuivre la 1re Règle de Kepler, parce qu'ayant toujours des vîteſſes en raiſon renverſée de ſes diſtances, leurs rayons tirés du Foyer plus longs pour de plus grandes diſtances, & en même tems des arcs plus petits parcourus

par

par de moindres vîtesses, pourront former des aires Elliptiques dans le rapport requis; mais alors ce même point ne peut suivre la 2de Règle, parce que n'ayant dans tous les instans de son cours qu'une distance variable au Foyer, & tout autre point du Tourbillon auquel on le compareroit n'en ayant qu'une aussi, le rapport des distances au tems des révolutions ne peut que changer continuellement.

Il semble que cette difficulté devroit être commune aux deux Systêmes de Descartes & de Newton, car elle ne vient que du mouvement Elliptique, & non Circulaire, des Planetes, également admis dans l'un & dans l'autre. Il est vrai cependant que la difficulté n'est que pour Descartes, il a supposé le Plein, de grands Tourbillons, de grands Torrens de matiere fluide qui emportent les Planetes selon des Loix bien précises & durables, & il faut rendre compte de ce que ces mouvemens peuvent produire. Newton au contraire s'est mis dans le Vuide, à des forces mouvantes connues & Méchaniques il a substitué une force inconnue & Métaphysique, une Attraction, dont on ne peut prévoir les effets, mais que l'on suppose telle que certains faits établis la demandent, & qui par conséquent satisfait toujours précisément à tout. M. l'Abbé de Molieres lui reproche même assez finement cette extrême précision: les principes Physiques n'en ont pas tant, lorsqu'on vient à les appliquer aux Phénomenes.

Il suffiroit de répondre à l'Objection dont il s'agit, que les deux Loix de Kepler sont effectivement incompatibles, à la rigueur, dans le Tourbillon Elliptique; mais qu'aussi dans un Tourbillon peu Elliptique comme le

nôtre, il s'en faut peu qu'elles ne s'accordent; & cela sera confirmé par toutes les observations. Cependant M l'Abbé de Molieres ne s'en tient pas là, il soutient que la 2de Règle de Kepler s'accomplit à la lettre dans le Tourbillon Elliptique à l'égard de deux points differens pris, non pas dans deux points quelconques de leurs Orbes, mais seulement dans des points *correspondans*, c'est-à-dire, qui soient sur le même rayon tiré du Foyer. Pour parler plus géométriquement, M. de Molieres dit que la somme des vîtesses du 1er point dans tout son Orbe sera à la somme des vîtesses du 2d dans le sien, comme la racine de la distance moyenne du 2d au Foyer sera à la racine de la distance moyenne du 1er; & delà s'ensuivra la 2de Règle de Kepler, modifiée comme elle a dû l'être en passant du Cercle dans l'Ellipse.

Ce qui rend un Tourbillon Elliptique, c'est l'inégalité de la compression des Tourbillons voisins qui agissent sur lui en faisant effort pour s'étendre. Il seroit presque contraire à la Physique, que cette compression pût jamais être égale de tous côtés. Ainsi on peut compter que tous les Tourbillons sont plus ou moins Elliptiques pour s'accommoder tous ensemble par cette figure, & comme de concert, aux differens degrés de force dont chacun est poussé par ceux qui l'environnent.

Tout ce que M. Newton a tiré de son Attraction ou Force Centripete combinée avec la Force Centrifuge, se tire aussi de la Force Centrifuge, en substituant, au-lieu de la Centripete, les appuis fixes qu'un Tourbillon se fait sur tous les Tourbillons voisins, & qui peuvent tenir la place de forces agissantes,

selon

selon que l'enseigne la Méchanique. M. l'Abbé de Molieres conserve donc toute la belle Théorie de M. Newton, seulement il la rend en quelque sorte moins Newtonienne, en la dégageant de l'Attraction, & en la transportant dans le Plein. Ce Plein où elle n'est pas née, lui étant rendu, elle n'a plus besoin de l'Attraction, & ce n'est pas là un malheur pour elle.

CEtte année le même M. le Clerc de Buffon, dont nous avons déja parlé ci-dessus *, apporta à l'Académie la Solution d'un Problême qu'il s'étoit proposé, & qui demandoit une fine Méchanique.

Un fil suspendu à un point immobile par son extrémité supérieure, & chargé à l'autre d'un Plomb, étant mis en mouvement, & faisant une vibration, rencontre par un de ses points moyens quelconque un Clou posé dans le plan vertical où se fait la vibration. Il passe au-delà, mais seulement par sa partie interceptée entre le Clou & le Plomb, & cette partie décrit un arc de Cercle, dont elle est le rayon, & le Clou, le centre. Il est évident que le fil a frappé le Clou avec une certaine force, & cela parce que le fil porte un Plomb; car autrement, où il ne se seroit seulement pas mis en vibration, ou il n'auroit fait sur le Clou qu'une impression physiquement nulle. La force de l'impression sur le Clou peut être plus ou moins grande, ce qui est visible, n'y eût il d'autre principe de variation que le plus ou le moins de vîtesse dont le fil ou Pendule est susceptible; mais il y en a encore d'autres que les Géometres appercevront bien, & que nous allons détailler. M. le Clerc demande en quel cas il arrivera

* p 59.

ra qu'un fil, dont la longueur & le Plomb qu'il porte sont donnés, frappera avec la plus grande force possible le Clou qu'il rencontrera.

Le Plomb tend le fil autant qu'il peut être tendu par ce poids déterminé, & c'est cette tension qui le rend capable de faire une impression sur le Clou. Mais le Plomb ne tend le fil, autant qu'il le peut tendre, que quand il le tire selon sa longueur, & il ne le tire selon cette direction que quand le fil est vertical; dans toutes ses autres positions, l'action du Plomb, qui est toujours nécessairement verticale, est oblique à la longueur du fil, & par conséquent le tend moins.

Une seconde cause de la tension du fil est la force centrifuge que le Plomb a nécessairement, puisqu'il décrit des arcs de Cercle, d'abord autour du point de suspension du fil, ensuite autour du Clou, devenu le centre d'un Cercle que nous nommerons le *second*. Dans l'un & l'autre cas la force centrifuge tire toujours le fil selon sa longueur, puisqu'elle tend à éloigner son extrémité inférieure de la supérieure, qui est le centre du mouvement, & à cet égard elle est une force constante; mais elle peut d'ailleurs varier à l'infini par la vîtesse, à laquelle elle est toujours proportionnée.

Plus la vîtesse de la vibration du Plomb, avant que le fil rencontre le Clou, sera grande, plus le sera aussi la vîtesse du Plomb, lorsqu'il décrira un arc du 2d Cercle, & plus par conséquent il tendra le fil par sa force centrifuge. Plus cette même vîtesse du Plomb sera grande, plus il décrira une grand arc du 2d Cercle, ce qui est clair; & par conséquent un plus grand arc de ce Cercle décrit par le

Plomb,

Plomb, marque que le Clou a été frappé avec plus de force. Quand l'aura-t-il été avec la plus grande force possible? Il faut d'abord que le Clou ait été non-seulement dans le plan vertical de la vibration, ce qui est nécessaire afin qu'il soit rencontré, mais qu'il ait été dans la ligne verticale tirée par le point de suspension du fil ou Pendule, puisque c'est dans cette ligne que le Pendule a sa plus grande vîtesse possible. Ensuite il est certain que si le Plomb décrit une moitié entiere du 2d Cercle, auquel cas le fil est replié verticalement sur lui-même, le Clou aura été frappé avec plus de force que si un arc moindre que cette moitié avoit seulement été décrit. Mais est-ce alors bien surement que la vîtesse a été la plus grande possible? n'auroit-elle pas été plus grande, si le Plomb avoit décrit plus de la moitié du 2d Cercle, si le fil arrivé à se replier sur lui-même avoit passé au-delà? la vîtesse auroit sans doute été plus grande, mais non pas l'impression du fil sur le Clou; on verra aisément que jusqu'à ce que le fil vienne à se replier sur lui-même, il pousse toujours le Clou en même sens, après quoi, s'il va plus loin, il le pousse en sens contraire, & affoiblit par conséquent sa premiere impression.

En même tems le Plomb agissant précisément comme poids pour tendre le fil, ne peut agir que selon sa longueur, puisque le fil replié sur lui-même est alors vertical; & par conséquent les deux causes qui lui donnent cette tension, qui fait toute sa force, sont alors dans leur degré le plus avantageux, & elles sont les seules dont l'effet proposé dépende.

Il reste à savoir quelle est la vîtesse néces-

faire

faire au Pendule, afin que cet effet arrive, car on voit bien qu'il en faut une bien précise & bien juste. Le fil doit en avoir assez pour se replier sur lui-même après la rencontre du Clou, & il ne doit pas en avoir davantage. Jusque-là le seul raisonnement sans Algebre, la seule analyse métaphysique des Causes & de leurs actions, nous a conduits à la Solution de M. le Clerc: mais on ne peut plus faire le dernier pas sans Algebre, & on le fait très aisément par son secours. Il résulte des expressions & des calculs qu'elle donne, que pour la vîtesse requise il faut que le Plomb tombe d'une hauteur verticale qui soit au rayon du 2[d] Cercle qui sera décrit, ou, ce qui est le même, à la partie du fil comprise entre le Clou & son extrémité inférieure, comme 17 est à 2.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Camus sur la figure des Dents des Roues & des Ailes des Pignons dans l'Horlogerie.

† L'Ecrit de M. de la Condamine sur une nouvelle maniere d'observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXXIII.

I. UNE Machine à nettoyer les Ports de Mer, & les grands Canaux, proposée par M. Guyot, Président au Grenier à Sel à Versailles. Deux Bateaux, de ceux qu'on

* V. les M. p. 165. † V. les M. p. 602.

qu'on nomme *Chalans*, accolés ensemble, portent deux grandes Roues à tambour, chacun la leur, montées sur un même axe, dans lesquelles des hommes entrent pour les faire tourner. Leur mouvement fait d'abord descendre au fond de l'eau une grande Cuillier en forme de Caisse, qui va se charger de la Vase; après quoi le même mouvement des Roues, mais en sens contraire, la fait remonter pour s'aller décharger dans un troisieme Bateau. Entre les deux mouvemens la Cuillier a labouré au fond de l'eau, tirée par une corde attachée a l'extrémité de son Manche, & qui agissoit par un Cabestan posé à terre. Pendant ce tems-là les Roues n'alloient point, & tout suivoit le mouvement de la Cuillier. S'il se trouve qu'à cause de sa forme elle ne laboure pas assez quand elle trouvera des fonds d'un peu de consistance, & qu'elle glisse dessus, comme on l'a craint, l'Auteur pourra changer cette forme. Du reste il a paru que l'invention étoit ingénieuse, & pouvoit être utilement employée.

II. Un Pont-levis de M. Galon, tout different des autres, en ce qu'il faut lever celui-ci pour passer le Fossé, & l'abaisser dans le Fossé pour en empêcher le passage: les Bascules qui le mettent en équilibre, & le font mouvoir, sont couchées horizontalement à l'entrée du Pont, lorsque le passage est libre, & verticales, quand il ne l'est pas. On l'a jugé plus commode, en ce qu'il ne cache point la vue de la Campagne, ni la Façade de la Maison; ce qui a été l'objet de l'Auteur pour les Châteaux & les Maisons des Particuliers. Les Bascules peuvent même dans leur situation horizontale servir de Bancs, & dans

dans la verticale, ce feront, si l'on veut, des Pilastres, qui feront un ornement.

III. Une espece de Hausse-col pour obliger les Enfans à porter la tête droite, inventé par M. des Hayes, Maitre à danser, & qui a paru plus commode qu'aucun de ceux qu'on a employés jusqu'à présent; & une Machine du même, pour obliger les Enfans cagneux à tourner leurs pieds en dehors, que l'on a trouvée ingénieuse & utile.

IV. Une Machine de M. Peilhou de Faret pour faire aller les grands Soufflets des Fourneaux de Mine de Fer, dans les tems où l'Eau, que l'on y employe, vient à manquer, ce qui n'arrive que trop souvent. Des Chevaux, en faisant tourner une grande Roue, feront le principe du mouvement, qui distribué ensuite dans les differentes parties de la Machine selon les directions nécessaires, se termine à faire baisser par le moyen de certains Leviers les Tables supérieures ou *volées* des Soufflets, après quoi d'autres Leviers correspondans relevent ces mêmes Tables, ce qui fait le jeu alternatif qu'on demandoit. On a jugé que cette Machine pouvoit être très utile. L'Auteur l'a même disposée à pouvoir servir lorsque l'on auroit assez d'eau.

V. Une espece de Volant, par lequel M. Bouvet connoissant la vîtesse & la direction du Vent, & les comparant ensuite au chemin du Vaisseau, en tire la connoissance des Courans. Quoiqu'on ait prévu beaucoup de difficultés dans la pratique de cet Instrument, on a reconnu que la Méthode étoit ingénieuse, & marquoit dans l'Auteur de l'application & du savoir.

ME-

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,
De l'Année M. DCCXXXIII.

REMARQUES SUR UN ENFANT NOUVEAU-NÉ, Dont les Bras étoient difformes.

Par M. PETIT le Médecin. *

M. GREGOIRE, célèbre Accoucheur, & Me. Chirurgien Juré à Paris, me remit entre les mains, il y a quelques années, un Enfant dont les Bras étoient difformes, pour le faire voir à l'Académie. C'est ce que je fis le lendemain. J'y démontrai tout ce qu'il y avoit de particulier dans la Poitrine, & quel-

* 10 Janvier 1733.

quelques jours après, j'y apportai les Bras disséqués, où je fis voir ce qu'il y avoit de remarquable dans les Muscles & dans les Os.

Le Mémoire que je vais lire, est fait il y a plus de 6 ans; j'ai hésité de le donner à l'Académie, parce qu'il me paroissoit que nous avions déja un assez bon nombre de Descriptions d'Enfans & de Fœtus monstrueux. Je l'avois comme abandonné: néanmoins l'ayant trouvé il y a quelque tems dans mes Portefeuilles, je l'ai examiné de nouveau, j'y ai joint plusieurs choses nouvelles que j'ai découvertes dans d'autres Fœtus que j'ai disséqués, & qui ont du rapport à celles que j'ai vues dans notre Enfant difforme, & qui peuvent rendre mon Mémoire intéressant.

Je me suis proposé deux choses dans ce Mémoire; la premiere, de rapporter les singularités que nous avons trouvées dans la Poitrine, & qui ont été la cause d'une mort si prompte, puisqu'il n'a vêcu que trois ou quatre minutes après sa naissance; la seconde, de donner l'anatomie de ses deux Bras difformes.

J'examinai d'abord les parties externes de son corps, je n'y trouvai rien d'extraordinaire; il n'y avoit aucune contusion, il ne paroissoit par aucun endroit que l'Enfant eût souffert dans la matrice, ni au passage. L'accouchement avoit été prompt. Je m'apperçus seulement qu'il avoit la poitrine fort courte; cela m'engagea d'en mesurer les dimensions. Elle n'avoit que 2 pouces de hauteur depuis la partie supérieure du Sternum jusques à sa

par-

partie inférieure, 2 pouces 10 lignes d'épaisseur depuis la partie inférieure du Sternum jusques à la partie postérieure des dernieres vertebres du dos, 3 pouces 8 lignes de largeur d'un côté à l'autre mesuré à l'endroit des dernieres fausses côtes, & 2 pouces 6 lignes d'un côté à l'autre mesuré sur les côtés des deux premieres côtes supérieures.

Cet Enfant avoit 21 pouces de longueur depuis le sommet de la tête jusqu'au dessous du talon: c'est la longueur ordinaire de la plupart des Enfans nouveau-nés à terme.

J'ai observé que dans ces Enfants nouveau-nés à terme, qui avoient 21 pouces de longueur, la hauteur de leur poitrine mesurée sur le Sternum étoit de 2 pouces 8 lignes, jusques à 3 pouces, ce qui fait une différence du quart ou du tiers, quoique les autres dimensions de leur poitrine ne fussent pas différentes de celles de notre Enfant difforme.

J'ai encore remarqué que tous les Enfans nouveau-nés à terme, qui n'avoient que 14, 15 à 16 pouces, n'avoient leur poitrine que de 2 pouces de hauteur, mesurée sur le Sternum; mais les autres dimensions étoient à proportion plus petites que celles de notre Enfant difforme.

Je fis l'ouverture de la poitrine, nous examinames le cœur, les poumons & la liqueur contenue dans les deux côtés de cette poitrine.

Nous remarquames d'abord que le cœur, qui naturellement est dans une situation oblique, comme l'ont très bien remarqué Vesale, Lower, & Eustachius, étoit posé tout-

à-fait tranſverſalement ſur le diaphragme. On obſerva même que le diaphragme n'avoit pas autant de convexité dans la poitrine qu'il en a pour l'ordinaire, le cœur le pouſſoit, pour ainſi dire, vers le bas-ventre, ſans quoi la poitrine n'auroit pu contenir le cœur, & les autres parties qu'elle renferme, puiſqu'elle avoit trop peu de hauteur, ce qui va du moins au quart, comme je l'ai déja dit.

Après cela on ne doit pas s'étonner ſi la veine cave étoit fort courte depuis le cœur juſques au diaphragme; elle n'avoit que 2 lignes de hauteur, elle en a trois juſqu'à 3'' ½ dans les Enfans de 21 pouces de longueur. Elle avoit 6 lignes ½ de diametre, elle n'en a pour l'ordinaire que 2 ou 2 ½. La veine cave ſupérieure avoit 3 lignes de diametre, ce qui eſt naturel; mais elle n'avoit que 5 lignes de longueur, elle en a ordinairement 8 ou 10.

Le trou ovale étoit dans ſon état naturel; l'oreillette & le ventricule droit étoient gorgés de ſang, il y en avoit peu dans l'oreillette gauche & le ventricule gauche, nous en verrons la raiſon en parlant des poumons. *

Le canal de communication avoit 4 lignes de diametre du côté de l'aorte, & 4 lignes ½ du côté de l'artere pulmonaire; & il n'a ordinairement que 3 lignes de diametre dans toute ſa longueur.

Les poumons étoient differens l'un de l'autre. Celui du côté droit étoit rouge-pâle, gonflé, comme ſont ordinairement les poumons qui ont

* *Page 8.*

ont refpiré. Le côté gauche étoit d'un rouge-brun, comme font ceux des Fœtus qui n'ont pas encore refpiré; ce qui marquoit affez que l'Enfant avoit refpiré par le poumon droit, dans lequel l'air étoit entré, mais qu'il n'avoit pu s'introduire dans le poumon gauche. Quoique cette preuve foit affez évidente, j'ai voulu la confirmer par une expérience connue. J'ai coupé un petit morceau du côté droit du poumon, je l'ai jetté dans un baffin plein d'eau, fur laquelle il a nagé. J'ai coupé un morceau du côté gauche, je l'ai jetté dans la même eau, il eft tombé au fond; ce qui eft une feconde preuve que l'air n'eft point entré dans le côté gauche du poumon.

Le côté droit du poumon étoit plus gros & plus gonflé que le gauche, parce qu'il y étoit refté de l'air, & c'eft ce qui le faifoit nager fur l'eau. Lorfque l'air eft une fois entré dans les poumons, il n'en reffort plus totalement par l'expiration.

J'avois d'abord cru que l'air qui refte dans les poumons & qui fe loge dans les interftices des lobules, n'en pouvoit plus reffortir par aucun moyen avec la même facilité qu'il y eft entré. L'expérience fuivante m'avoit induit dans cette erreur.

J'ai foufflé des poumons d'un Fœtus qui n'avoit pas refpiré; j'en ai coupé des morceaux, je les ai preffez en tout fens avec mes doigts pour en faire fortir tout l'air; & malgré la quantité de paffages que j'ai faits à l'air par l'endroit où j'ai coupé les morceaux, & qui avoit beaucoup de furface, je n'ai pu

en exprimer tout l'air; ils ont toujours nagé sur l'eau : mais j'ai fait d'autres expériences qui m'ont fait changer de sentiment.

J'ai mis un jeune Lapin vivant, de trois jours de naissance, dans la machine du Vuide. Je l'ai laissé expirer, je lui ai ouvert la poitrine, j'en ai ôté les poumons que j'ai trouvés très affaissés, & semblables aux poumons d'un Fœtus qui n'a pas respiré. J'ai coupé un morceau de ce poumon, je l'ai jetté dans l'eau, il est tombé au fond; ce qui prouve que l'air qui entre dans les interstices des lobules, passe par quelques détours, & en ressort facilement lorsqu'il vient à être dilaté dans la machine.

J'ai soufflé dans ce poumon, qui étant jetté dans l'eau a nagé dessus. Je l'ai mis dans le Vuide, je l'en ai retiré, il est tombé au fond de l'eau. Cela m'a fait juger que lorsque l'on presse les morceaux de poumons avec les doigts, l'on comprime en même tems les détours par où passe l'air dans les interstices, ce qui l'empêche d'en sortir; mais l'air, en se dilatant, ouvre facilement ces passages dans le Vuide.

M. de Poliniere, très habile Physicien, vint chez moi dans le tems que je faisois cette expérience. Il me dit que je n'étois pas le premier qui l'a imaginée, & qui l'a faite. J'ai trouvé effectivement qu'elle a été faite par M. Gnide Docteur en Médecine, sur un Chat qu'il avoit mis dans le Vuide, & ayant coupé un morceau de son poumon, il a été au fond de l'eau. Il a rapporté cette expérience dans une brochure imprimée en 1674.

Il

Il s'agit présentement de découvrir la cause qui a empêché que le poumon gauche n'ait reçu l'air en même tems que le droit. Je n'ai pour cela eu que la peine d'ouvrir la trachée artere & les bronches. J'ai trouvé la trachée ronde, elle avoit une ligne ½ de diametre, elle étoit enduite d'une humeur dont je parlerai dans la suite de ce Mémoire. Cette humeur se trouve naturellement dans la trachée artere, & dans les bronches des Fœtus; elle est ordinairement fluide, mais elle étoit très épaisse & très visqueuse dans notre Enfant difforme. Le tronc gauche de la trachée en étoit entierement rempli jusques à sa division dans le poumon, Elle s'y étoit engagée par sa viscosité, & par quelque disposition particuliere que je n'ai pu découvrir, qui sans doute ne se trouvoit pas dans le poumon droit, & qui a empêché l'air de passer dans le poumon gauche.

Lorsque le Fœtus est sorti de la matrice, & que sa poitrine & son bas-ventre ne sont plus comprimés par les caux, par la matrice & par les muscles de l'abdomen, les esprits animaux qui coulent incessamment dans les muscles de la respiration, & qui tendent toujours à les mettre en contraction, n'ayant plus cette résistance à vaincre, produisent leur action; ils mettent les muscles en contraction, la poitrine s'éleve & se dilate, l'air s'introduit par son ressort dans le poumon qui, par son gonflement, remplit l'espace qui se forme dans la poitrine à mesure qu'elle se dilate, & produit la premiere inspiration *. Mais si

* *Voy. Morg. Adv. 5. p. 46. qui est d'un sentiment différent.*

ſi le paſſage de l'air dans les poumons ſe trouve bouché, il ne peut s'y introduire; ainſi le côté gauche du poumon n'a pu remplir l'eſpace du même côté de la poitrine, puiſqu'il n'a pu ſe gonfler: d'où l'on peut ſoupçonner que le côté droit du poumon s'eſt dilaté au-delà de ſon état naturel. Il a été ſans doute pouſſé vers le côté gauche, & a fait reculer le péricarde, le cœur & le médiaſtin: pour-lors les vaiſſeaux de ce poumon ſe ſont trouvés trop allongés, & en même tems très comprimés par l'air, de maniere que le peu de ſang qui y circuloit auparavant, n'y a plus trouvé un paſſage aſſez libre; le ſang qui s'eſt porté dans le poumon gauche n'a pu dilater les vaiſſeaux, parce que les véſicules pulmonaires n'étoient point gonflées d'air, elles étoient encore affaiſſées les unes ſur les autres; le ſang s'eſt engorgé dans le tronc de l'artere pulmonaire. Voilà donc le ſang arrêté dans le ventricule droit & dans l'oreillette droite, qui ſe ſont gonflés extraordinairement. L'oreillette droite n'a pu recevoir le ſang qui lui venoit de la veine cave, de l'azygos & des intercoſtales; & c'eſt, autant que je l'ai pû conjecturer, une de ces dernieres qui s'eſt ouverte, n'ayant pu réſiſter à la trop grande dilatation que le ſang lui avoit cauſée: ce ſang s'eſt épanché dans le côté gauche de la poitrine, & s'eſt mêlé avec la liqueur qui y étoit; ce vaiſſeau s'eſt ouvert avec d'autant plus de facilité qu'il n'y avoit ni air ni partie qui pût le comprimer, & s'oppoſer à l'extenſion des vaiſſeaux de ce côté-là; car quoique le poumon droit ſe ſoit gonflé au-delà de

de son état naturel, il ne pouvoit pourtant remplir tout le vuide qui tendoit à se former dans le côté gauche. Plusieurs choses s'y opposoient : le péricarde & le médiastin joints à la résistance que faisoient les membranes du poumon du côté droit, qui empêchoit une plus grande dilatation que celle qu'il avoit reçue : le péricarde ne pouvoit être poussé que jusques à un certain point, à cause de toutes ses attaches avec le diaphragme & les autres parties qui l'environnent : le médiastin n'avoit pu beaucoup s'étendre, parce qu'il est fort étroit devant & derriere le péricarde. Toutes ces résistances jointes à celles des membranes du poumon, ont empêché une plus grande dilatation.

Voilà des causes assez particulieres de la mort de cet Enfant : la poitrine étant d'ailleurs trop petite ne pouvoit lui donner assez d'espace pour la dilatation entiere des deux poumons ; & quand même la poitrine auroit été dans son état naturel, le seul engorgement arrivé dans les bronches du côté gauche par la matiere trop visqueuse, devoit faire périr cet Enfant peu de tems après sa naissance.

Pour donner plus de jour à ce que je viens de dire, il faut prendre garde qu'il y a une liqueur qui remplit naturellement la trachée artere & les bronches du Fœtus, comme je l'ai dit ci-dessus. Je crois être le premier qui ait fait cette observation. Je me suis imaginé qu'il devoit y avoir dans toutes les cavités de notre corps une liqueur ou quelque autre matiere qui les remplit, qui les forme,

& qui les dilate peu-à-peu. C'eſt principalement dans les canaux & les vaiſſeaux qu'il y a de la liqueur. J'ai donc cru qu'il devoit y en avoir dans la trachée artere. Je l'ai trouvée dans les Fœtus humains, & dans les animaux à quatre pieds. Cette liqueur eſt la même que celle qui ſe filtre inceſſamment dans le vivant par une infinité de glandes cachées ſous la membrane, dont la partie interne de la trachée & les bronches ſont revêtues. Elle humecte la trachée artere, les bronches & les parois des cellules, & les garantit de la ſechereſſe que l'air y produiroit en paſſant & repaſſant par le poumon. L'air enlève cette liqueur, il en diſſipe la partie la plus aqueuſe, & ce qui reſte eſt pouſſé dehors par l'expectoration.

Mais dans le Fœtus cette liqueur ne ſe diſſipe point par le paſſage de l'air, qui n'entre point dans les poumons; elle augmente tous les jours & contribue à l'augmentation de la capacité de la trachée artere, des bronches & des cellules du poumon.

On demandera peut-être, & c'eſt une queſtion que je me ſuis faite à moi-même, comment l'air peut entrer dans les poumons à la premiere inſpiration, puiſque la trachée artere & les bronches ſont remplies de cette liqueur.

Pour avoir une idée bien claire de ce que je vais dire pour expliquer ce Phénomene, il faut ſe reſſouvenir que la trachée artere eſt formée pour l'ordinaire de 20 ou 21, quelquefois 17, 18 & 19 anneaux cartilagineux, & dont le cartilage ne fait pas un cercle complet,

plet, ce que l'on voit dans la premiere Figure qui représente un anneau cartilagineux d'un Homme. * *F* est la partie antérieure, *G* est la partie où le cartilage manque, mais il est remplacé par des membranes & des fibres à ressort ou charnues. Il faut encore prendre garde que dans le Fœtus & l'Enfant nouveau-né qui n'a pas respiré, le canal de la trachée artere est très petit *H*, parce que les fibres musculeuses qui sont à la partie postérieure interne de la trachée artere, sont dans une plus grande contraction que dans ceux qui ont respiré. Leur usage dans ceux qui respirent est de resserrer la trachée artere dans l'expiration, & en se relâchant dans l'inspiration elles laissent à la trachée artere la facilité de se laisser dilater: mais étant ordinairement dans une grande contraction dans le Fœtus, elles approchent les extrémités de chaque anneau, de maniere qu'ils se touchent dans quelques Fœtus, & dans d'autres ils sont tant soit peu écartés; ce qui est rare dans ceux qui n'ont pas respiré. J'y ai trouvé pour-lors une plus grande quantité de liqueur, qui a peut-être contribué à cet écartement. Ceux dont les extrémités des anneaux sont près les unes des autres, se touchent simplement par leurs extrémités; quelquefois par une longue surface, & pour-lors ils sont recourbés en dehors, *DD*.

De tous ces anneaux les uns sont ronds, *AB*, les autres ovales ou à peu près ovales *C*, *D*; ceux-ci sont comprimés ou de devant en derriere *C*, ou par les côtés, principale-

* Fig. 1.

ment ceux dont les extrémités des anneaux ſont recourbées en dehors *D*.

Tous les anneaux qui ſont ronds n'ont guere qu'une ligne ou une ligne ½, & quelquefois une ligne ¾ de diametre, *A*, *B*, dans leurs cavités, ce qui eſt bien rare; ceux qui ſont ovales, ce qui eſt le plus ordinaire, ont 2 lignes de grand diametre & demi-ligne de petit diametre, quelquefois une ligne, *C*, *D*.

Ces anneaux dans le Fœtus ſont preſſés les uns contre les autres, parce que la tête eſt panchée ſur la poitrine, qui eſt la ſituation naturelle, non ſeulement de tous les Fœtus humains dans la matrice, mais encore de la plupart des animaux à quatre pieds, & même des oiſeaux: ce qui contribue ſans doute à preſſer l'épiglotte contre la glotte, & à empêcher que la liqueur contenue dans la trachée artere n'en ſorte, quoique pouſſée par le reſſort des anneaux & des fibres muſculeuſes qui ſont à la partie interne & poſtérieure du larynx.

L'on ſait que la trachée artere ſe diviſe en deux troncs dont la ſtructure eſt toute ſemblable à celle de la trachée, tant par rapport aux anneaux que par rapport aux fibres & aux membranes qui les compoſent; mais cette ſtructure change auſſi-tôt que ces troncs entrent dans les poumons, où ils ſe diviſent en une infinité de branches & de rameaux qui ne ſont pas formés par des anneaux, mais par pluſieurs cartilages petits & irréguliers, qui ne forment pas des cercles. Ils ſont attachés les uns aux autres par des membranes dont les fibres à reſſort les rapprochent de

maniere

maniere les uns des autres, qu'une partie de leur ſurface s'applique l'une ſur l'autre, & ſe retréciſſent lorſque les poumons ſont affaiſſés.

La plupart des Anatomiſtes ont appellé *bronches* les deux troncs de la trachée ; ils ont donné le même nom aux branches de ces troncs qui ſe diſtribuent dans les poumons : néanmoins leur ſtructure eſt bien différente, comme nous venons de le voir, ce qui cauſe des équivoques qui les font ſouvent confondre les uns avec les autres. On peut les appeller ſimplement *troncs de la trachée*, comme ont fait Willis & d'autres Anatomiſtes. J'aimerois mieux les nommer *bronches trachéales*, parce qu'elles ont la même ſtructure que la trachée artere, & qu'elles ſont hors du poumon ; & appeller celles qui ſe diſtribuent dans les poumons, *bronches pulmonaires*.

Les cartilages qui compoſent les bronches pulmonaires ſont ſéparés dans le Fœtus les uns des autres à leur ſurface par une très petite quantité de liqueur qui ſuffit pour les humecter, & entretenir la cavité ; ce dont on peut ſe convaincre par la diſſection du poumon du Fœtus. L'on y verra encore que les cellules n'ont que très peu de cavité à proportion de celle qu'elles acquierent par la reſpiration : leurs membranes ſont non ſeulement comprimées les unes ſur les autres, elles ſont encore repliées ſur elles-mêmes.

Il faut préſentement prendre garde que lorſque l'Enfant ſort du ventre de la mere, il releve la tête, ou du moins on a ſoin de la lui relever, & pour-lors la trachée artere

s'allonge, ce qui n'a besoin d'autres preuves que celles que l'on peut faire sur soi-même: on n'a qu'à porter les doigts sur sa trachée, puis baisser le menton sur la poitrine, on sent baisser la trachée artere, & on la sent allonger en relevant la tête. On peut aussi s'en convaincre, comme j'ai fait, en découvrant la trachée artere d'un cadavre, & en portant sa tête sur la poitrine.

L'air qui entre dans la trachée artere, & les poumons, dans la premiere inspiration, dilate cette trachée artere, les bronches & les cellules.

La trachée artere s'élargit, comme je l'ai dit, par l'extension des fibres musculeuses transverses, qui sont à la partie postérieure interne de cette trachée. On peut s'assurer de ce fait en découvrant la trachée artere d'un Fœtus, & après avoir ouvert la poitrine, souffler dans cette trachée; on la verra d'autant plus s'élargir qu'on soufflera plus de fois.

Voici une preuve de cet élargissement par la respiration. Le 11 Juillet 1726, une Femme étant accouchée à terme de deux Enfans jumeaux mâle & femelle, le mâle mourut après quelques mouvemens de respiration. On me l'apporta: cet Enfant avoit seulement 14 pouces de longueur depuis le sinciput jusqu'au talon; ce sont les deux tiers de la longueur ordinaire des Enfans nouveau-nés, & il n'étoit pas la moitié si gros. La trachée artere de cet Enfant avoit 2 lignes de diametre de droit à gauche dans sa cavité, & demi-ligne de devant en derriere.

Trois

Trois jours après on m'apporta la sœur jumelle de cet Enfant, qui avoit vécu jusques à ce tems-là. Elle étoit devenue maigre & n'avoit que 12 pouces de longueur, c'est 2 pouces de moins que son frere: toutes les autres parties étoient plus petites à proportion. Sa trachée artere avoit 2 lignes 2 tiers de droit à gauche dans sa cavité, & 2 lignes de devant en derriere. L'on voit par cette observation que cette cavité étoit fort augmentée à proportion de celle de l'autre Enfant; leur difference étoit à peu près comme 1 à 5. *

Il est aisé de voir, par tout ce que je viens de dire, 1°. Que la cavité de la trachée artere est très petite dans l'Enfant naissant. 2°. Qu'elle est la seule cavité des poumons qui contient quelquefois plus de liqueur qu'il n'en peut rester sur sa surface interne après sa dilatation. 3°. Que la premiere action de l'air qui entre dans la trachée, est de pousser vers les poumons la liqueur qu'elle contient, & de dilater en même tems la trachée, les bronches, & les vésicules. 4°. Que cette liqueur étant un peu visqueuse, laisse un enduit sur les surfaces auxquelles elle s'attache. Cet enduit est plus épais que celui que feroit une autre liqueur qui seroit tout-à-fait liquide. 5°. Que s'il est resté un demi-quart de ligne d'enduit sur la surface interne de la trachée artere, l'air n'aura poussé que très peu de liqueur

* La premiere est un ovale de $\frac{11}{14}$ de ligne de superficie de l'ouverture. La seconde est un ovale de 4 lignes $\frac{4}{21}$. Ces deux cavités sont entre elles comme 33 à 176, ou à peu près comme 1 à 5.

queur dans les bronches de ceux qui auront la trachée artere comprimée de devant en derriere, comme étoit celle du Fœtus mâle jumeau dont je viens de parler, qui n'avoit qu'une demi-ligne de devant en derriere, quoiqu'il eût refpiré. 6°. Que quand il y auroit 14 ou 16 grains de cette liqueur pouffée dans les bronches & les véficules, qui eft la plus grande quantité que l'on peut fuppofer, elle y trouvera dequoi s'étendre même en plus grande quantité, pourvu qu'elle n'ait point trop de vifcofité, & qu'elle puiffe couler facilement. On n'aura pas de peine à fe le perfuader, fi l'on prend garde au grand nombre de bronches & de cellules du poumon, & à leur grande dilatation. On trouvera aifément que leur furface interne étendue & multipliée eft plus que fuffifante pour confommer en enduit la liqueur pouffée dans toutes les parties du poumon par l'air qui y entre dans les premieres infpirations.

Je dis plus : quand il y auroit une plus grande quantité de liqueur qui après avoir produit un enduit fur les furfaces intérieures du poumon, feroit capable de remplir un petit nombre de bronches pulmonaires & de cellules, le poumon s'en délivreroit bien vîte après quelques infpirations & expirations. L'air qui fe mêle avec cette liqueur, ne manque pas de l'entrainer avec lui en fortant du poumon, ce qu'il eft facile de remarquer dans quelques enfans nouveau-nés qui dégorgent peu à peu cette liqueur, qui fort d'autant plus mouffeufe qu'elle a plus de vifcofité.

Je vais prouver par l'expérience fuivante, que

que cette liqueur ne doit jamais embarrasser le poumon, à moins qu'elle ne soit trop visqueuse. Les trachées arteres les plus dilatées que j'aye trouvées dans les enfans mort-nés, & qui n'avoient pas respiré, n'avoient de cavité qu'une ligne ¾ au plus de diametre en tous sens. Ces trachées avoient 12 lignes de longueur, chaque bronche trachéale avoit une ligne de diametre, & 2 lignes de longueur. Le tout bien calculé, on trouve 40 lignes cubes de cavité ou environ, qui contiennent au plus 9 grains de liqueur. J'ai après cela voulu reconnoitre la quantité de volume dont les poumons augmentoient dans les premieres respirations d'un Enfant nouveau-né.

J'ai pris un Poudrier de verre qui pesoit 2 onces 4 dragmes 18 grains, je l'ai empli d'eau, le tout pesoit 12 onces 5 dragmes 60 grains; il contenoit donc 10 onces 1 dragme 42 grains d'eau. J'y ai plongé un poumon d'Enfant mort-né qui n'avoit pas respiré; j'ai pesé le vase avec l'eau qui restoit; j'ai trouvé qu'il s'est épanché une once 3 dragmes 12 grains d'eau. J'ai remis le poumon dans le poudrier, je l'ai soufflé, il s'est gonflé, & il a fait sortir du poudrier encore 2 onces 1 dragme 60 grains d'eau. Il s'est donc formé, en soufflant dans ce poumon, des cavités capables de contenir cette quantité d'eau, qui divisée par 9 grains que contient la trachée artere & les bronches trachéales, a donné pour quotient 143: ainsi ces poumons gonflés pouvoient contenir 143 fois, à très peu de chose près, autant de liqueur que la trachée artere & les bronches trachéales en contiennent; ce qui fait

fait que cette liqueur ne peut caufer aucun embarras dans le poumon, pourvu qu'elle y coule facilement; car fi elle fe trouve trop vifqueufe, enforte qu'elle ne puiffe couler, elle bouchera d'abord les bronches trachéales, & ne pourra entrer dans les bronches pulmonaires, comme il eft arrivé à notre Fœtus difforme.

Pendant que j'étois en expérience, il m'a pris envie de m'affûrer de la quantité d'air qui étoit refté dans le poumon après fon affaiffement. J'ai empli le poudrier d'eau, j'y ai plongé ce poumon, il s'eft épanché une once 6 dragmes 26 grains, c'eft 3 dragmes 14 grains de plus que lorfque j'ai plongé ce poumon la premiere fois, avant d'être foufflé: c'eft prefque la 6me partie de l'air qui étoit entré dans le poumon.

Venons préfentement à la liqueur qui fe trouve dans les deux côtés de la poitrine. Celle qui étoit dans le côté droit de cet Enfant étoit jaunâtre & fort liquide; on la trouve dans la poitrine de tous les fœtus & des nouveau-nés de l'homme, & des animaux à quatre pieds; elle eft quelquefois fans couleur, & reffemble au blanc d'œuf battu & filtré par le papier gris; le plus fouvent elle eft plus liquide, & ne file point.

* Swammerdam l'a trouvée femblable à de la lavure de chair (elle n'étoit pas dans fon état naturel) quelquefois en petite quantité, quelquefois en plus grande quantité. Je l'ai trouvée de même dans deux Fœtus qui paroiffoient

* *Swammerd. de refpir. fect.* 2. c. § 4 & 6. c. 1.

roiſſoient avoir ſouffert dans l'accouchement.

On en trouve ordinairement fort peu dans les Fœtus & les Enfans morts quelques jours après leur naiſſance, ſur-tout ſi on ne les diſſeque pas immédiatement après leur mort, parce qu'elle a été abſorbée dans les membranes. Dans notre enfant il y en avoit une plus grande quantité dans le côté droit que dans l'état naturel. La liqueur rouge qui étoit en quantité dans le côté gauche, n'étoit que la même liqueur mêlée de beaucoup de ſang qui s'y étoit épanché par l'ouverture d'un vaiſſeau de la poitrine, de la maniere dont je l'ai dit.

* On ne trouve pour l'ordinaire aucune liqueur dans la poitrine des animaux qui ont reſpiré quelque tems. Leurs poumons s'ajuſtent par leur molleſſe & leur flexibilité dans leur gonflement, de maniere qu'ils rempliſſent tous les eſpaces de la poitrine: mais dans le Fœtus le poumon eſt affaiſſé, il eſt ferme, il laiſſe quelque eſpace entre lui & les autres parties de la poitrine, & cet eſpace eſt rempli par la liqueur dont je viens de parler. Il me vint d'abord en penſée qu'elle pouvoit bien être produite par celle dont la trachée artere eſt remplie, & qu'une partie de cette liqueur, principalement la plus liquide, paſſoit à travers les membranes du poumon, & s'épanchoit dans la poitrine. Pour aſſûrer ma conjecture, je fis l'expérience ſuivante. Je pris le poumon avec le cœur d'un Fœtus de Vache qui n'avoit pas reſpiré ; j'attachai à la trachée artere un tuyau, j'accommodai

* *Swammerd. de reſpir. ſect.* 2. *c.* 1. §. 5.

accommodai ce tuyau dans un goulot qui étoit à la partie ſupérieure d'un Récipient; enſorte que l'air extérieur pouvoit paſſer par ce tuyau dans le poumon qui pendoit dans le Récipient. Je mis ce Récipient ſur la Machine du Vuide, je mis de l'eau dans la trachée artere; je pompai l'air; le poumon s'eſt auſſi-tôt gonflé, la trachée s'eſt élargie, l'eau n'a point tranſudé à travers le poumon. J'ai encore mis de l'eau dans la trachée artere, mais il n'en a point paſſé, ce qui auroit dû arriver avec d'autant plus de facilité, que l'eau eſt pouſſée avec aſſez de force par l'air extérieur, lorſque l'on pompe celui du Récipient. Il faut bien prendre garde que le poumon ne ſoit point déchiré, ou ne ſe déchire par aucun endroit pendant l'expérience. J'y ai été trompé une fois; j'ai vu l'eau couler à l'extérieur du poumon, mais ayant réitéré cette experience avec beaucoup de précaution, il ne s'eſt point écoulé d'eau.

Il m'a donc fallu chercher une autre ſource à la liqueur qui ſe trouve naturellement dans la poitrine des Fœtus. Je n'en vois point de plus probable que le thymus; je ſuis entré d'autant plus volontiers dans cette penſée, que l'on voit que le thymus ſe trouve dans l'une & dans l'autre cavité de la poitrine, qu'il eſt beaucoup gros à proportion dans le Fœtus que dans ceux qui reſpirent: ceux-ci n'ont pas beſoin d'une ſi grande quantité de cette liqueur qui ne ſert qu'à humecter les parties externes des poumons, & les autres membranes de la poitrine. Les poumons par leurs gonflemens compriment avec force à

cha-

chaque inſpiration les glandes du thymus, preſſent les vaiſſeaux qui les compoſent les uns contre les autres, & par ce moyen elle empêche non ſeulement l'augmentation de cette partie, mais même elle en diminue le volume. Si l'on ne trouve point de cette liqueur dans la poitrine de ceux qui ont reſpiré, c'eſt qu'elle eſt reſorbée peu-à-peu par les membranes avec d'autant plus de facilité, que dans la reſpiration elle eſt pouſſée & preſſée par les poumons ſur la pleure.

Tout ce que je viens d'avancer ſur l'uſage du thymus doit paſſer tout au plus pour une conjecture aſſez vrai-ſemblable, mais qui ne paroît pas encore bien démontrée.

Venons préſentement à la difformité des Bras. Elle étoit égale dans l'un & dans l'autre; ils étoient bien nourris comme tout le reſte du corps, fort gras & potelés. Leur circonférence étoit de 3 pouces 10 lignes ou environ dans toute la longueur du bras depuis l'épaule juſqu'au commencement de l'avant-bras, mais diminuant peu-à-peu; ils n'avoient que 3 pouces 3 lignes près du poignet.

* Ces bras étoient longs de 4 pouces 8 lignes depuis l'articulation de l'os du bras avec l'omoplate juſqu'au poignet ou carpe. Chacun de ces bras ne paroiſſoit d'abord compoſé que d'un ſeul os pour le bras & l'avant-bras, mais en les examinant plus particulierement, j'ai trouvé qu'ils étoient compoſés de deux os qui n'avoient qu'un mouvement très obſcur, quoiqu'il y eût une articulation, comme

* Fig. 2.

comme nous le verrons dans la ſuite de ce Mémoire.

* La main étoit jointe à la partie latérale antérieure de l'extrémité de l'avant-bras, & renverſée de maniere qu'elle formoit avec l'avant-bras un angle aigu; elle avoit un mouvement manifeſte, mais de peu d'étendue.

Cette main n'avoit que quatre doigts d'une conformation naturelle dans leur longueur, leur groſſeur & leur articulation; il n'y avoit point de pouce, les doigts étoient pliés dans la main. L'indicateur & celui du milieu étoient dans le creux de la main, l'annulaire & le petit doigt étoient par-deſſus, & ſe croiſoient avec eux. Cette main avoit 2 pouces 4 lignes de longueur en étendant les doigts, comprenant le carpe: elle avoit un pouce de largeur.

Voici ce que j'ai remarqué dans la diſſection de ces Bras. Le ſus-épineux, le ſous-épineux, le ſous-ſcapulaire, le grand rond, le très-large, le petit rond, le coracobrachial dans le bras droit n'avoient rien que de naturel; mais il y avoit quelque choſe de particulier dans le deltoïde, le grand pectoral & le très-large du côté gauche. † L'origine du deltoïde *F* étoit dans l'état naturel. Ce qu'il y avoit d'extraordinaire eſt qu'il ſe confondoit à ſon inſertion avec le brachial interne *G*, avec lequel il formoit une continuité, enſorte que le brachial interne n'avoit pas d'autre origine que celle qu'il prenoit du deltoïde; au reſte le deltoïde s'inſeroit un peu au deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os

* Fig. 2. † Fig. 3.

l'os du bras. Ce muſcle dans l'état naturel fait une continuité de pluſieurs fibres charnues avec le brachial interne *G*, mais dans cet Enfant cette continuité ſe faiſoit avec tout le muſcle.

L'origine du grand pectoral *E* étoit auſſi dans ſon état naturel, mais au lieu de s'inſérer ſur le bord de la rênure de l'os du bras dans laquelle eſt logé le tendon du biceps, il avoit deux aponevroſes diſtinctes l'une de l'autre. La premiere alloit s'inſerer au biceps *H* près de ſon inſertion *K*. L'autre aponevroſe s'attachoit aux fibres muſculeuſes antérieures du deltoïde près de ſon inſertion, enſorte que les fibres charnues qui venoient de la partie inférieure du ſternum produiſoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au biceps, & les fibres charnues qui venoient de la partie ſupérieure du ſternum, formoient l'aponevroſe qui s'inſeroit au deltoïde.

Il n'y avoit point de petit rond au bras gauche; le biceps *H* prenoit ſon origine du rebord de la cavité glénoïde de l'omoplate, tout auprès de l'apophyſe coracoïde *M* à laquelle il s'attachoit par une aponevroſe très courte, & s'alloit inſerer au-deſſus de la partie moyenne antérieure de l'os du bras *K*, où il recevoit une aponevroſe du grand pectoral, comme je l'ai dit. Il n'avoit qu'une tête charnue & large qui s'attachoit au rebord de la cavité glénoïde, & s'étendoit juſqu'à l'apophyſe coracoïde, ſans gliſſer comme dans l'état naturel dans la rênure de la tête de l'humerus, qui dans ce Sujet étoit fort ſuperficielle: ce muſcle ne pouvoit pas s'inſerer au radius, il n'y

en avoit pas, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire; ainsi ce muscle étoit très court, il n'avoit au plus que le tiers de sa longueur naturelle, & la moitié de son épaisseur. Il manquoit au bras gauche.

Le long & le court n'avoient rien que de naturel à l'un & à l'autre bras.

Je n'ai point trouvé de petit anconé au bras gauche, mais il y en avoit un dans sa situation naturelle au bras droit.

Il y avoit un muscle court & large qui embrassoit toute la partie inférieure antérieure de l'os du bras, couvroit tout l'espace qui est entre les deux condiles, passoit entre le sublime & le long extenseur des doigts, & s'inseroit à la partie supérieure du cubitus. Ce muscle auroit pu fléchir l'avant-bras, & remplacer le défaut du biceps.

* Le cubital interne *N* prenoit son origine du condile interne de l'humerus, & de la partie interne de l'olécrane: il se divisoit en deux muscles. Le plus gros s'attachoit en passant à l'extrémité du cubitus, & alloit s'inserer à l'os du carpe le plus prochain du cubitus. Le second alloit s'inserer au premier os du petit doigt. Le bras gauche n'avoit pas ce muscle, mais il en avoit un qui n'étoit pas au bras droit. Il prenoit son origine du brachial externe, avec lequel il faisoit une continuité, & alloit s'inserer à l'os du métacarpe qui soutient le petit doigt tout proche le carpe.

Le cubital externe † *G* prenoit son origine

* Fig. 1. † Fig. 4.

ne du condile externe de l'os du bras. Son tendon passoit sur l'extrémité inférieure du cubitus. Ce tendon étoit large & garni d'une substance cartilagineuse en cet endroit, au moyen de quoi il faisoit une espece d'articulation avec le cubitus sur lequel il auroit pu se mouvoir; puis ce tendon s'élargissoit en aponevrose, qui alloit s'inserer à toute la partie postérieure latérale du carpe jusqu'à l'os du métacarpe qui soutient le petit doigt.

Il n'y avoit point de palmaire ni de radial interne & externe; le long, le court, le rond & le quarré manquoient aussi, parce qu'il n'y avoit point de radius.

L'extenseur commun des doigts *H* prenoit son origine du condile externe de l'humerus. Il se divisoit en deux muscles. Le premier alloit s'attacher par une large aponevrose à toute la partie latérale externe du carpe; le second passoit sous un ligament annulaire *I* qui n'avoit pas sa conformation naturelle. Son tendon se divisoit en trois *L*, ils alloient s'inserer aux premieres & secondes phalanges du doigt du milieu, de l'annulaire & du petit doigt. Il y avoit sous ce muscle un autre muscle large qui prenoit son origine de l'os du coude depuis la partie supérieure & postérieure jusqu'aux trois quarts de cet os, il alloit s'inserer à tout l'os du carpe qui soutient le doigt indice. Les fibres de ce muscle étoient obliques.

On voyoit un autre petit muscle qui occupoit le quart de la partie inférieure & postérieure de l'os du coude, & formoit une aponevrose qui s'étendoit jusqu'aux prémieres

phalanges des quatre doigts auxquels elle s'attachoit.

Le ſublime * *O* prenoit ſon origine du condile interne de l'humerus. Il formoit une aponevroſe, dont une partie alloit s'inſerer à l'os du métacarpe qui ſoutient le petit doigt, & l'autre formoit quatre tendons qui alloient s'inſerer aux ſecondes phalanges des quatre doigts ſelon l'état naturel. Il n'y avoit point de ligament annulaire, deſſous lequel ce muſcle auroit dû paſſer.

Le profond † *P* prenoit ſon origine de la partie ſupérieure interne du cubitus juſqu'à ſa partie moyenne, paſſoit obliquement ſous le cubital interne *N*, puis ſous l'aponevroſe du ſublime *O*, où il ſe diviſoit en quatre tendons, garnis de leurs muſcles lumbricaux. Ces tendons paſſoient par les fentes des tendons du ſublime, & alloient s'inſerer aux troiſiemes phalanges des doigts.

Tous les muſcles du pouce, & tous ceux qui y ont quelque rapport, manquoient, parce qu'il n'y avoit pas de pouce.

Je n'ai point trouvé d'indicateur ni d'extenſeur propre du petit doigt, mais il y avoit un abducteur du petit doigt.

Après avoir décrit les muſcles, il faut faire voir la conformation des os du bras; elle étoit la même dans l'un & dans l'autre.

L'os du bras ‡ *A* avoit ſa forme ordinaire, il étoit long de 3 pouces. Sa tête *B* avoit 7 lignes ½ de diametre, elle n'avoit qu'une ſinuoſité *C* très ſuperficielle pour loger le muſ-

* Fig. 3 † Fig. 3. ‡ Fig. 5.

muscle biceps. La partie moyenne *E* de cet os avoit 3 lignes de diametre. L'extrémité inférieure *F*, qui s'articule avec le coude, étoit large de 7 lignes ½, elle étoit épaisse de 3 lignes ½ au condile externe *F*, & de 2 lignes au condile interne *G*.

Le radius manquoit à tous les deux bras. Le cubitus *HH* avoit 22 lignes de longueur, ce qui n'a point de proportion avec l'os du bras, puisqu'il est moins long de plus du tiers, & que pour l'ordinaire il n'y a qu'un huitieme ou environ de difference. Sa cavité demi-circulaire *I*, articulée avec l'os du bras, étoit moins profonde que dans l'état naturel; elle avoit 7 lignes de longueur, elle étoit épaisse de 3 lignes ¾. Cette extrémité n'avoit point une cavité qui reçoit la partie supérieure du radius qui manquoit dans ce Sujet. L'os étoit épais de 2 lignes dans sa partie moyenne *HH*. Son extrémité inférieure *L* formoit une tête ronde qui avoit 3 lignes de diametre; elle n'avoit pas la petite apophyse courte d'où partent les ligamens qui l'attachent aux os du carpe, elle étoit garnie d'un cartilage recouvert du tendon du cubital externe avec lequel elle formoit une espece d'articulation, comme je l'ai dit ci-dessus; ainsi cette tête n'étoit point articulée avec le carpe.

Le carpe *M* étoit attaché par des membranes au côté externe de la partie inférieure du cubitus. La surface du carpe qui touchoit le cubitus étoit cartilagineuse & polie, mais la partie du cubitus qui la touchoit ne l'étoit pas. La largeur de la surface du carpe qui

touchoit le cubitus étoit de 3 lignes, & son épaisseur de 2 lignes $\frac{1}{2}$, & dans le naturel elle a depuis 5 lignes jusqu'à 6 lignes de largeur, & depuis 2 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 3 lignes d'épaisseur. Ce carpe se joignoit aux os du métacarpe *N* par une largeur de 5 lignes $\frac{1}{2}$ & une épaisseur de 2 lignes. Le carpe dans les Enfans nouveau-nés a pour l'ordinaire 7 lignes de largeur à l'endroit de son articulation avec les os de l'avant-bras, & 9 lignes $\frac{1}{2}$ de largeur à son articulation avec les os du métacarpe; il a 6 lignes de longueur & 3 lignes d'épaisseur.

Les os du métacarpe *N* & des quatre doigts *O* n'avoient rien de different de ceux des autres Enfans. Après cet examen, on ne sera pas étonné de la difformité de ces bras. Il n'y avoit pas de radius, ainsi le carpe manquoit de plus des trois quarts de son appui, qu'il reçoit par son articulation avec le radius, & par conséquent tous les muscles qui alloient s'inserer au carpe & aux autres parties de la main, ont dû par leur seul ressort tirer la main du côté où il n'y avoit pas d'appui, & la retirer même de l'articulation du cubitus, comme il est arrivé.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

Elle représente plusieurs anneaux cartilagineux de la trachée artere, comme on les trouve dans les Fœtus; un anneau d'Homme, & une trachée artere de Fœtus.

A, B,

A, *B*, deux anneaux ronds ; l'un d'une ligne ½ de diametre, & l'autre *B* d'une ligne. Les extrémités du premier sont écartées, ce qui ne paroît pas dans la Figure, & celles du second se touchent.

CC, anneaux comprimés de devant en derriere. L'un de 2 lignes de diametre d'un côté à l'autre, & de demi-ligne de devant en derriere. L'autre est irrégulier.

DD, anneaux comprimés par les côtés. L'un a une ligne de devant en derriere, & deux tiers de ligne par les côtés. L'autre a une ligne ½ de devant en derriere, & demi-ligne d'un côté à l'autre.

F, *G*, l'anneau d'une trachée d'Homme. *F* est la partie antérieure, *G* la postérieure, qui est membraneuse.

H, la trachée artere d'un Fœtus ou Enfant nouveau-né, vue par sa partie postérieure.

FIGURE II.

Le Bras représenté par sa partie antérieure avec la main renversée; on y voit les quatre doigts pliés les uns sur les autres.

FIGURE III.

Le Bras disséqué, représenté par sa partie antérieure.

A, l'omoplate vue par sa partie interne, revêtue du muscle sous-scapulaire.
B, le grand rond.
C, le grand dorsal.
D, le petit pectoral renversé.
E, le grand pectoral.
F, le deltoïde.
G, le brachial interne.
H. le biceps.
I, le coracobrachial.
K, l'insertion du biceps & du grand pectoral.
L, le long & le brachial externe.
M, l'apophyse coracoïde.
N, le cubital interne.
O, le sublime.
P, le profond.

FIGURE IV.

Le Bras disséqué, & vu par sa partie postérieure.

A, l'omoplate vue par sa partie externe avec le sus-épineux & le sous-épineux.
B, le grand rond.
C, le long.
D, le brachial externe.
E, le brachial interne.
F, le deltoïde disséqué.
G, le cubital externe.
H, l'extenseur commun des doigts.
I, le ligament annulaire par où passe le second muscle de l'extenseur des doigts.
L, le tendon de l'extenseur commun des

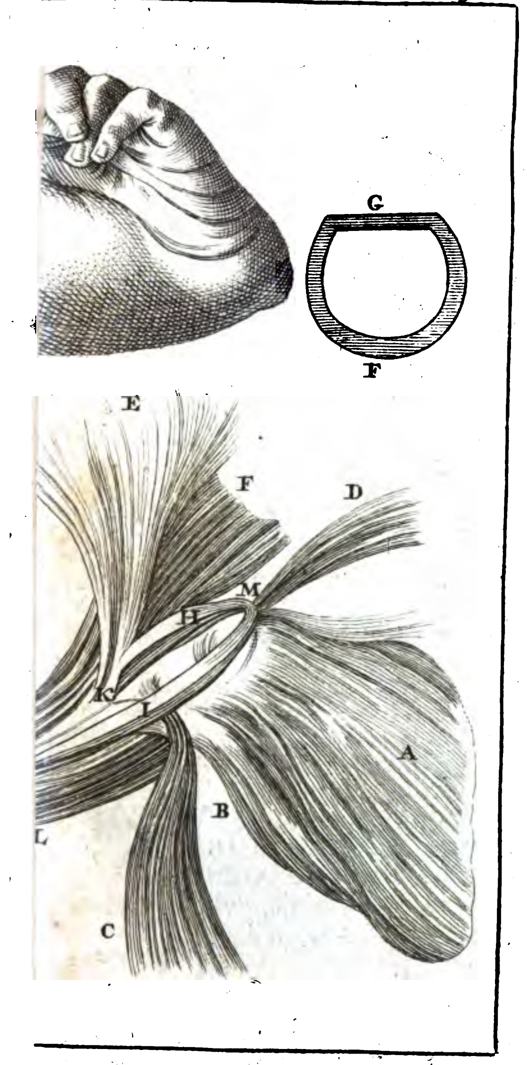
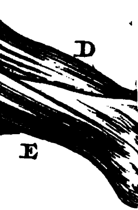
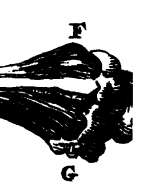

G
F
E
F
D
M
H
K
I
A
B
L
C

Fig. 4.








H
L
I
G
O
O
O
N
M
L
L

des doigts divisé en trois tendons.

FIGURE V.

Tous les os du bras & de l'avant-bras représentés par leur partie antérieure.

A, l'os du bras ou humerus.
B, la tête de l'os du bras.
C, la sinuosité qui logeoit le biceps.
E, la partie moyenne de l'os du bras.
F, l'extrémité inférieure & le condile externe.
G, le condile interne.
HH, le cubitus & sa partie moyenne.
I, cavité demi-circulaire.
L, son extrémité inférieure.
M, le carpe.
N, le métacarpe.
OO, les doigts.

PREMIER MEMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ.

Par M. DU FAY. *

HISTOIRE DE L'ELECTRICITÉ.

L'ELECTRICITÉ est une propriété commune à plusieurs matieres, & qui consiste à attirer les corps légers de toute espece pla-

* 25 Avril 1733.

placés à une certaine diſtance du corps électrique, après qu'il a reçu une préparation qui n'eſt autre que de le frotter avec du linge, du papier, du drap, la main &c.

Le nom qu'on a donné à cette propriété prouve que c'eſt dans l'Ambre qu'on l'a reconnue d'abord; elle y eſt en effet très manifeſte: mais il y a pluſieurs matieres dans leſquelles elle eſt auſſi conſidérable, & quelques-unes même où elle eſt beaucoup ſupérieure.

Si je voulois parler ici de tous ceux qui ont traité de l'Electricité, il me faudroit citer tous les Auteurs qui ont écrit ſur la Phyſique; il y en a peu qui ne ſe ſoient arrêtés à ce phénomene, & qui n'ayent tâché d'en trouver l'explication chacun dans ſon ſyſtême; d'autres ſe ſont appliqués à examiner plus particulierement cette propriété, & à faire des expériences, tant ſur les differentes matieres qui en ſont ſuſceptibles, que ſur les circonſtances particulieres à chaque corps électrique. Pour ne m'arrêter qu'à ceux qui ont écrit ſur ce ſujet avec le plus d'intelligence, ou qui y ont fait quelque découverte conſidérable, & ſur l'exactitude deſquels on peut le plus compter, je commencerai par Gilbert *, qui a ajouté au nombre des corps électriques une infinité de matieres dans leſquelles cette vertu n'avoit point été reconnue. Comme il y en a dans leſquelles elle eſt très foible, il a imaginé, pour la rendre plus ſenſible, de ſe ſervir d'une Aiguille, de quelque métal que ce ſoit, ſuſpendue ſur un pivot

* *Gilbert, de Magnete, l. 2. c. 2.*

pivot comme une Aiguille aimantée; si l'on approche d'un des bouts de cette aiguille un corps électrique, il l'attire plus ou moins fortement, suivant la force de son électricité. Il a reconnu, par ce moyen, que non seulement l'Ambre & le Jayet ont cette proprieté, mais qu'elle est commune à la plupart des Pierres précieuses, comme le Diamant, le Saphir, le Rubis, l'Opale, l'Améthiste, l'Aiguemarine, le Crystal de roche; qu'on la trouve aussi dans le Verre, la Belemnite, le Souphre, le Mastic, la Gomme lacque, la Résine cuite, l'Arsenic, le Sel gemme, le Talc, l'Alun de roche. Toutes ces differentes matieres lui ont paru attirer non seulement la paille, mais tous les corps légers, comme le bois, les feuilles, les métaux, soit en limaille ou en feuille, les pierres, & même les liqueurs, comme l'eau & l'huile.

Il lui a semblé de même qu'il y avoit des corps qui n'étoient nullement susceptibles d'électricité, comme l'Emeraude, l'Agate, la Cornaline, les Perles, le Jaspe, la Calcedoine, l'Albâtre, le Porphyre, le Corail, le Marbre, la Pierre de touche, le Caillou, la Pierre hématite, l'Emeril, les Os, l'Yvoire, les bois les plus durs, les métaux, l'Aimant.

Il remarque que tous les corps électriques n'ont aucune vertu s'ils ne sont frottés, & qu'il ne suffit pas qu'ils soient échauffés, soit par le feu, par le soleil, ou autrement, quand même ils seroient brûlés ou mis en fusion. Il ajoute plusieurs autres observations sur le changement qu'apporte l'interposition de differens

ferens corps, mais nous approfondirons dans la suite cette matiere beaucoup plus qu'il ne l'a fait. Nous passerons sous silence, par la même raison, des remarques fort curieuses qu'il a faites sur l'effet que font les corps électriques sur le feu, la flamme, la fumée, l'air, &c.

Quelque tems après, Otto de Guerike fit sur un globe de Souphre plusieurs expériences qui auroient dû porter beaucoup plus loin les connoissances que l'on avoit sur l'Electricité; mais il ne paroît pas qu'on se soit appliqué à les suivre, puisqu'il n'en est point mention dans les Auteurs qui depuis ont traité la même matiere avec le plus de détail: on les trouve dans le Recueil des Experiences de Magdebourg, page 147. Voici les principales. On fait tourner sur son axe, par le moyen d'une manivelle, une boule de Souphre grosse comme la tête d'un enfant. Cette boule étant mûe avec rapidité, si on applique la main dessus, elle devient électrique, & attire les corps légers qui lui sont présentés: si on la détache de la machine sur laquelle elle a dû être posée pour la faire tourner, & qu'on la tienne à la main par l'axe, non seulement elle attire une plume, mais elle la repousse ensuite, & ne l'attire plus de nouveau que la plume n'ait touché quelque autre corps; il remarque que la plume chassée par le globe attire tout ce qu'elle rencontre, ou va s'y appliquer, si elle ne peut pas l'attirer vers elle, mais que la flamme d'une chandelle la chasse & la repousse vers le globe: il ajoute que la partie, ou le côté de la plume

me qui a été attiré & repoussé par le globe est toujours le même qui s'y applique, ensorte qu'elle se retourne si on présente le globe à sa partie opposée. Si l'on suspend un fil au dessus du globe, ensorte qu'il ne le touche point, & qu'on approche le doigt du bout inférieur de ce fil, on verra le fil s'éloigner du doigt. Il a aussi remarqué que la vertu électrique du globe se transmettoit par le moyen d'un fil jusqu'à la distance d'une aulne; & que lorsque le globe avoit été rendu électrique par la rotation, & la main appliquée dessus, il conservoit sa vertu pendant plusieurs heures. Tenant l'axe de ce globe ainsi frotté dans une position verticale, il promenoit une plume par toute la chambre sans qu'elle s'appliquât au globe. On peut voir dans le récit abrégé de ces expériences la base & le principe de toutes celles qui ont été faites depuis avec le tube & le globe de verre, & on ne peut s'empêcher d'être surpris qu'elles ayent demeuré si longtems dans l'oubli, ou du moins qu'on ne se soit pas avisé de les répéter, & de tâcher de les porter plus loin.

* A peu près dans le même tems, le fameux Boyle fit des expériences sur l'Electricité. Il étoit difficile qu'un sujet aussi curieux ne fît pas à son tour l'objet des recherches d'un homme qui a parcouru avec tant d'exactitude toutes les parties de la Physique, & à qui nous avons obligation d'un si grand nombre de belles découvertes. Il rapporte plusieurs observations qu'il a faites à ce sujet. Quel-

* *De mechanica Electricitatis productione.*

Quelques Phyſiciens avoient avancé que l'Ambre & les autres corps électriques chauffés au feu, devenoient capables d'attirer; d'autres aſſuroient que ce n'étoit que par le frottement que cette vertu pouvoit être excitée. M. Boyle prend ce dernier parti, mais il remarque que l'Ambre ayant été chauffé au feu, acqueroit plus de vertu par une ſeule friction, qu'un frottement quatre fois plus long ne lui en pouvoit procurer lorſqu'il étoit froid.

Il paſſe enſuite à divers effets des corps électriques ſur la fumée, ſur les matieres embraſées, & autres; enfin il fait un détail de pluſieurs matieres qui ſont ſuſceptibles d'électricité, ſoit par elles-mêmes avec le ſeul frottement, ſoit par le ſecours de quelque préparation. Du nombre de ces dernieres ſont la Thérébentine épaiſſie en conſiſtence ſolide, un mêlange d'Huile pétréole & d'Eſprit de vin deſſeché de la même maniere, le Verre d'Antimoine, celui de Plomb, la Tête-morte du Karabé diſtillé ſans addition; il met auſſi au nombre des corps électriques le Cryſtal de roche, le Saphir blanc, l'Amethiſte, & l'Emeraude qui avoit été exceptée par Gilbert; il remarque que cela n'eſt pas toujours certain à l'égard de cette derniere pierre, & qu'il en avoit trouvées qui attiroient, tandis que d'autres ne faiſoient aucun effet. Il fait la même remarque ſur la Cornaline, dont la plupart, dit-il, n'ont aucune vertu électrique, quoiqu'il en poſſede un morceau qui attire très vivement. On trouve encore dans le même Auteur deux obſervations très importantes : l'une eſt, que la vertu électrique

ſe

ſe conſerve dans le vuide; & l'autre, qu'elle ſe communique aux differentes matieres par l'approche des corps électriques. Voici ſon expérience. Il a pris un morceau d'Ambre dont la vertu avoit été puiſſamment excitée en le chauffant d'abord, & le frottant enſuite; il a approché ce morceau d'Ambre des barbes les plus déliées d'une petite plume de duvet, en ſorte qu'elles y demeuroient attachées. La plume & l'Ambre étant dans cet état, il approcha le doigt des barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre, & s'apperçut qu'elles tendoient à s'appliquer à ſon doigt, & s'y appliquoient effectivement lorſqu'il l'en approchoit aſſez près: craignant que cela ne vînt de quelque vertu électrique particuliere à ſon doigt, ou à ſon ongle, il en approcha differens corps, comme du Bois, du Fer, du Marbre, & tous ſans exception firent le même effet, c'eſt-à-dire, que les barbes de la plume les plus éloignées de l'Ambre s'inclinerent vers ces corps, & s'y appliquerent. Voilà donc une nouvelle propriété reconnue dans les corps électriques, non ſeulement ils attirent les corps légers, mais ils communiquent encore cette vertu à tous les corps ſolides qui ſe rencontrent dans leur tourbillon. Cette découverte ne fut pas alors pouſſée plus loin, il falloit des corps qui poſſedaſſent cette vertu dans un degré plus éminent; & quoique le Verre fût déja mis au nombre des électriques, on ne ſavoit pas à beaucoup près juſqu'à quel point il pouvoit le devenir.

On trouve encore dans le Recueil des Ex-

périences faites par l'Académie de Florence, pusieurs bonnes obſervations ſur les corps électriques, tant ſur ceux qui ſont incapables d'acquérir cette propriété, que ſur plusieurs circonſtances concernant la vertu de l'Ambre. Ce ſeroit nous engager dans un trop long travail que de rapporter toutes ces obſervations, nous nous contenterons d'indiquer les principales. On y voit que l'Ambre n'attire point la flamme, qu'il attire la fumée, que le froid ne détruit point ſa vertu, qu'il n'en acquiert point s'il eſt frotté ſur des corps liſſes & polis, comme le Verre, le Cryſtal, l'Yvoire, &c. que les Diamans à facettes ont plus de vertu que ceux qui ont une grande table, que ceux qui ſont épais en ont plus que les autres, qu'enfin il y en a dans leſquels il a été impoſſible d'exciter aucune vertu; que l'Ambre n'attire pas plus les corps qu'il en eſt attiré, & que cela dépend de ſon volume; qu'il attire toutes les liqueurs, & même le Mercure; qu'il y a des liqueurs que l'Ambre n'attire plus, lorſqu'il en a été mouillé, quoiqu'il ſoit enſuite frotté à l'ordinaire; telles ſont les Eaux diſtillées, l'Eau commune, le Vin, le Vinaigre, les liqueurs acides, les liqueurs tirées des Animaux, le Baume, les Juleps, les Huiles diſtillées, enfin tout ce qui ſe tire par diſtillation; au-lieu que l'Huile pétréole, l'Huile commune, l'Huile d'Amandes douces, ou d'Amandes ameres, le Suif, le Lard, font un effet contraire, &c. Ces dernieres expériences m'ayant paru très ſingulieres, je les ai faites avec beaucoup d'exactitude; mais je n'ai trouvé aucune liqueur

queur qui ne fût attirée par les corps électriques, après même que ces corps en ont été mouillés, pourvu qu'ils ſoient enſuite bien eſſuyés, & parfaitement ſechés : ainſi il y a apparence que ces faits tenoient à d'autres principes. Mais avant que d'entrer dans un examen plus particulier, il faut rapporter les progrès qui, depuis ces premiers tems de la Phyſique, ont été faits ſur cette matiere.

On trouve dans les Tranſactions Philoſophiques N°. 308 & 309, pluſieurs expériences faites par M. Hauksbee, touchant l'électricité du Verre ; le même Auteur ayant continué ſes recherches, a conſidérablement augmenté le nombre de ſes expériences, & le détail s'en trouve en divers endroits des Tranſactions Philoſophiques : il a enſuite raſſemblé dans un ſeul Ouvrage toutes ſes découvertes, tant ſur l'Electricité que ſur la Lumiere, & ſur la difference de ces phénomenes dans le Vuide ou dans le Plein ; c'eſt dans ce Livre imprimé à Londres en 1709, en Anglois, & traduit en Italien en 1716, que nous avons pris ce que nous allons rapporter en peu de mots pour continuer l'idée que nous avons commencé de donner des progrès de cette découverte.

M. Hauksbee remarqua qu'un tuyau de verre long d'environ 30 pouces, gros d'un pouce, ou un pouce & demi, & bouché par une de ſes extrémités, étant frotté avec la main, du papier, de la laine, de la toile, &c. devenoit ſi fort électrique, qu'il attiroit d'un pied de diſtance des feuilles de métal, qu'enſuite il les repouſſoit avec force, & leur don-

noit

noit en tous ſens divers mouvemens très ſinguliers. On a vu dans le récit des expériences de Magdebourg des effets tout pareils, produits par le globe de Souphre. Il remarqua de plus que la differente température de l'air apportoit un grand changement à tous ces effets, qui étoient bien plus conſidérables quand l'air étoit pur & ſerein; il obſerva que cette vertu étoit preſque entierement détruite, lorſque le tube étoit vuide d'air, & ſe rétabliſſoit lorſqu'on l'y laiſſoit rentrer; que lorſque le tuyau étoit frotté, & qu'on en approchoit les doigts, ou quelque autre corps ſans le toucher, on entendoit un petillement dans la ſurface du tuyau, & que ſi on le mettoit proche le viſage, on ſentoit comme une eſpece de voile délié ou de toile d'araignée qui venoit frapper le viſage.

Ces expériences faites dans l'obſcurité, étoient accompagnées de circonſtances très ſingulieres: car tandis qu'on frottoit le tuyau, on en voyoit ſortir une lumiere conſidérable, & même des étincelles qui accompagnoient ces petillemens dont nous venons de parler: lorſque le tube étoit vuide d'air, cette lumiere étoit plus vive en dedans, mais elle ne ſortoit pas au dehors, & ne s'attachoit pas aux corps voiſins, comme lorſqu'il étoit rempli d'air. Voilà les principales expériences qu'il fit avec le tuyau; on pourra conſulter le Livre, ſi on en veut un plus grand détail, & on y trouvera pluſieurs circonſtances curieuſes.

M. Hauksbee prit enſuite un vaiſſeau de verre ſphérique, & diſpoſé de ſorte qu'on le

pût

pût faire tourner sur son axe par le moyen d'une grande roue, & d'une machine qu'il décrit, & qu'il est très aisé de se représenter. L'un des pivots sur lesquels tournoit le Globe, étoit un robinet qui s'ajustoit sur la Machine pneumatique pour en pouvoir pomper l'air quand il jugeoit à propos. Ce vaisseau étant ainsi disposé, & tournant très rapidement sur son axe, devenoit lumineux intérieurement lorsqu'il étoit vuide d'air, & qu'on appliquoit la main dessus; mais lorsqu'il étoit rempli d'air, l'effet étoit bien plus singulier, car la lumiere s'élançoit au dehors, & s'attachoit aux corps voisins en forme d'étincelles, ou de petites particules de Phosphore. A l'égard de la vertu électrique de ce globe, voici de quelle maniere il imagina de la rendre extrêmement sensible: il fit un demi-cercle de fer qui entouroit le globe à environ un pied de distance de sa surface; il avoit attaché à ce demi-cercle des fils de laine qui n'étoient pas tout-à-fait assez longs pour atteindre la surface du vaisseau. Venant ensuite à faire tourner ce globe rapidement sur son axe, & posant la main dessus, en sorte que cela occasionnoit un frottement très considérable, les fils qui auparavant pendoient librement, étoient alors attirés tous ensemble par la surface du vaisseau sphérique, & sembloient tendre vers son centre. Cette même direction ou tendance des fils subsistoit 4 ou 5 minutes après que le mouvement du globe étoit cessé, & qu'on avoit retiré la main de dessus. Si le frottement avoit été fait sur l'équateur du globe, les fils tendoient au centre; au contraire s'il avoit été fait

fait vers un des poles, le point de tendance se trouvoit dans l'axe, mais plus proche de ce pole que de l'autre. La direction de ces fils étoit dérangée, lorſqu'on approchoit de leur extrémité le doigt, ou quelque autre corps, & ils en étoient attirés ou repouſſés très ſenſiblement. On a vu dans ce que nous avons rapporté des expériences de Magdebourg, quelque choſe de tout-à-fait ſemblable, lorſqu'on approche le doigt des fils qui ſont attirés par la boule de Souphre; mais l'effet eſt beaucoup plus ſenſible dans l'expérience préſente, au moyen de la diſpoſition des fils ſur un cercle de bois ou de fer. M. Hauksbee ayant introduit dans ce même globe un axe garni dans ſon milieu d'un cylindre de bois ou de liège, à la ſurface duquel étoient attachés de pareils fils, un peu trop courts pour atteindre la ſurface intérieure du globe; ces fils s'écartoient en rayons, lorſque par la rotation du globe & la main appliquée deſſus, on avoit excité ſa vertu électrique: ainſi ces fils tendoient alors du centre à la circonference, au lieu que dans l'expérience précédente, lorſqu'ils étoient placés au dehors du vaiſſeau, ils paroiſſoient tendre de la circonference vers ſon centre. On troubloit de même cette direction, & on la dérangeoit lorſqu'on approchoit le doigt de la ſurface extérieure du globe ſans cependant la toucher; ce qui eſt bien ſingulier, car l'épaiſſeur du verre ſemble devoir ôter toute communication entre ces fils qui ſont renfermés en dedans, & le doigt qu'on ne fait qu'en approcher par dehors. Le même déran-

rangement étoit causé en soufflant simplement avec la bouche à la distance de deux ou trois pieds du globe.

On trouve encore dans le même Ouvrage un grand nombre d'observations, tant sur l'électricité du Verre, que sur celle de la Gomme lacque, du Souphre, de la Poix, de la Colophone; mais comme nous avons rapporté les principales, & que les autres n'en sont que des suites, dont les variétés résultent du changement de quelques circonstances, nous nous en tiendrons à celles dont nous venons de parler, & nous passerons aux autres découvertes qui se sont faites depuis sur la nature de l'électricité.

En 1720, M. Etienne Gray donna dans les Transactions Philosophiques, N°. 366, la découverte qu'il avoit faite de l'électricité de plusieurs corps dans lesquels cette vertu n'étoit point connue; tels sont les plumes, les cheveux, des écheveaux de soye, le poil des animaux, des rubans passés avec vîtesse dans la main, ou entre les doigts, de la toile de lin, de chanvre & de coton, de la laine, du papier, des copeaux de bois, du cuir, du parchemin, les peaux dont on sert pour battre les feuilles d'or; toutes ces matieres étant chauffées, ou seulement bien fechées, acquierent la vertu électrique, lorsqu'on les frotte vivement, & non seulement elles s'approchent de la main, ou de quelque autre corps qu'on leur présente, mais elles attirent quelquefois d'assez loin les corps que leur peu de volume met en état d'être enlevés.

M. Gray remarque aussi que la plupart de ces

ces corps étant frottés dans l'obſcurité, rendent de la lumiere, & même que la lumiere en ſort, & s'attache aux doigts, comme il arrive avec le tuyau de verre, & ainſi que M. Hauksbee l'avoit remarqué à l'égard du globe. La ſoye, la toile & le papier ſont ce qui fait le mieux; mais il faut les avoir chauffés auſſi vivement que les doigts peuvent le ſouffrir. J'omets pluſieurs circonſtances curieuſes que l'on peut voir dans l'Auteur, mais qui ne donnent aucunes connoiſſances particulieres ſur la nature de la vertu électrique, ce qui eſt actuellement notre objet principal.

Si les découvertes dont on vient de rendre compte, ont paru ſingulieres, on peut aſſurer que celles dont on va parler doivent étonner les eſprits les plus hardis en conjectures, puiſqu'elles étendent les bornes de la vertu électrique fort au-delà de ce que l'on pouvoit imaginer, & qu'elles laiſſent douter ſi elles ne peuvent pas être portées encore infiniment plus loin. C'eſt le même Auteur, dont nous venons de parler, qui les rapporte dans les Tranſactions Philoſophiques, N°. 417; nous ne parlerons que des principales, mais nous exhorterons à lire l'Ouvrage entier, dans lequel on trouvera une ſuite d'expériences ſurprenantes qui ont enfin conduit l'Auteur juſqu'à celles que nous allons rapporter.

Il s'eſt ſervi d'un tube de verre long de 3 pieds, & d'un peu plus d'un pouce de diametre; ce tube étoit bouché par chacune de ſes extrémités avec un bouchon de liège: il s'aviſa d'abord d'ajuſter dans le bouchon

de

de l'extrémité la plus éloignée de la main, lorsqu'il tenoit le tuyau, une baguette fort longue; l'extrémité de cette baguette entroit dans une boule d'yvoire percée: alors le tuyau étant rendu électrique par le frottement, la vertu se communiqua à la boule; en sorte qu'elle avoit, de même que le tuyau, la vertu d'attirer & de repousser les feuilles d'or, le duvet, &c. Ayant porté la longueur de cette baguette, formée de plusieurs piéces, jusqu'à 32 pieds, & ne pouvant, à cause de l'embarras de l'expérience, la porter plus loin, il s'avisa d'y substituer une corde, & ayant monté sur un lieu élevé, il vit que l'électricité se continuoit de même par le moyen de la corde; & à 52 pieds de distance la boule faisoit les mêmes effets que le tuyau. Il vint enfin à poser la corde horizontalement, & après avoir levé un grand nombre de difficultés qui se rencontroient à chaque instant, il la soutint d'espace en espace sur une soye déliée, & l'étendant tantôt en ligne droite, tantôt lui faisant faire plusieurs allées & venues, tours & détours, il parvint à lui donner la longueur de 886 pieds Anglois: la boule suspendue à l'extrémité de cette corde, & à une si grande distance du tuyau, étoit encore sensiblement électrique, & auroit peut-être pu être portée beaucoup plus loin sans avoir perdu toute sa vertu. Et afin qu'on ne soupçonnât pas que la boule d'yvoire eût quelque propriété particuliere, il a suspendu au bout de la corde differens corps, comme du bois, du plomb du liège, des feuilles, une pierre d'aimant, une

une boule de ſavon, un fer rouge, un poulet, une mappemonde, un paraſol, &c. & chacun de ces corps a contracté la vertu électrique auſſi parfaitement que l'yvoire.

M. Gray a remarqué de plus, qu'il n'eſt pas néceſſaire que le tube touche immédiatement le bout de la ficelle, ou de la perche, pour que la vertu paſſe à l'autre extrémité; il ſuffit de l'en approcher lorſqu'il a été frotté & rendu électrique: il a fait à ce ſujet pluſieurs expériences très curieuſes avec diverſes matieres, & entre autres avec un Enfant de huit à dix ans ſuſpendu ſur deux cordes dans une ſituation à peu près horizontale; mettant alors le tuyau proche des pieds de l'enfant, ſa tête, ſes cheveux, ſon viſage devenoient électriques, ce qui arrivoit de même aux pieds, lorſque l'on approchoit le tube proche de la tête de l'enfant. Les mêmes expériences ont été faites à peu près avec les mêmes circonſtances, en ſe ſervant d'un Cylindre de verre ſolide, d'environ un pied de long, & de près d'un pouce de diametre; mais l'effet n'en étoit pas ordinairement ſi conſidérable.

On a de même tranſmis la vertu électrique par le moyen d'un Cercle, ou Cerceau, ſoit qu'il fût poſé horizontalement, ou verticalement; la partie oppoſée à celle où l'on appliquoit le tube devenoit électrique, ſoit que le tube y touchât immédiatement, ou qu'il en fût ſeulement approché.

En faiſant toutes ces expériences, on réuſſit bien mieux, & l'électricité eſt beaucoup plus ſenſible & agit de plus loin, ſi l'on poſe

se les feuilles d'or, plumes, ou autres corps légers, sur une espece de petit guéridon élevé d'un pied, ou un pied & demi, que sur la table, ou sur le plancher; ce qui vient sans doute de ce que les écoulemens électriques, de quelque nature qu'ils soient, s'étendent le long de la table, & qu'il y en a une moindre partie qui exerce son action sur les feuilles. C'est par la même raison que si, dans l'expérience que nous avons rapportée, on se sert de cordes ou de bois pour soutenir la corde qui porte l'électrité du tube à la boule, cette vertu n'y parvient point, elle s'attache à cet appui; & il semble que cette détermination à un corps plutôt qu'à un autre, dépende du volume des corps qu'elle rencontre. Il arrive la même chose, & la vertu de la boule est arrêtée de même, si l'on pose sur la ligne de communication le doigt, un bâton, ou quelque autre corps capable de détourner les écoulemens électriques.

M. Gray finit, en remarquant que les corps de même nature & de même espece sont diversement susceptibles d'électricité, relativement à leur couleur, en sorte que le rouge, l'orangé ou le jaune attirent trois ou quatre fois plus fortement que le verd, le bleu ou le pourpre: mais il se réserve à donner une autre fois le détail de ces expériences.

Dans un autre endroit des Transactions Philosophiques de l'année derniere, N°. 422, M. Gray fait voir que l'Eau peut devenir électrique. Voici de quelle maniere se fait cette expérience. On remplit d'eau une petite écuelle de bois, ou une soucoupe de porce-

laine, on la pose sur un de ces petits guéridons, ou sur un verre à boire bien sec, & un peu chauffé; pour-lors ayant frotté ce tube, on l'approche de la soucoupe, le passant par dessus & par les côtés deux ou trois fois, sans néanmoins y toucher: cela suffit pour communiquer une vertu électrique très sensible à l'écuelle, ou la soucoupe, & à l'eau qui y est contenue, ce que l'on reconnoit en approchant un cheveu, ou un fil délié dans une situation horizontale de la surface de l'eau; on voit alors ce fil s'en approcher jusqu'à ce qu'il s'y soit plongé. Cette expérience m'a réussi de la maniere que je viens de la décrire; & avec autant de facilité, de la maniere suivante. J'avois ajusté au bout de mon tuyau un bouchon de liège auquel étoit attaché un bout de corde: le tuyau étant rendu électrique par le frottement, j'ai plongé l'extrémité de la corde dans la soucoupe remplie d'eau, & posée sur un verre chauffé, ce qui a communiqué la vertu à la surface de l'eau, de même que par l'opération précédente; & il est vraisemblable qu'il en seroit de même de toutes les liqueurs: mais il est à observer que cette vertu est moins considérable dans l'eau que dans les corps solides.

M. Gray rapporte aussi dans le même endroit, que l'eau est attirée par ce tube: mais cela avoit déja été observé par Otto de Guerike & plusieurs autres Physiciens à l'égard du Souphre, de la Gomme lacque & de l'Ambre. Il ajoute que lorsque l'expérience se fait dans l'obscurité, on voit sortir de la petite élévation d'eau qui se forme à l'approche du

corps

corps électrique, une espece de lumiere accompagnée d'un petit bruit.

Voilà à peu près quels sont les progrès qui ont été faits jusqu'à présent sur cette matiere, & pour ainsi dire, l'histoire abrégée de l'Electricité. Je ne répéterai pas que mon dessein n'a point été de parler de tous ceux qui en ont traité, on voit assez que mon objet a été de ne faire mention que de ceux qui y ont fait quelque découverte singuliere, & qui ont contribué à porter les connoissances que nous en avons au point où elles sont aujourd'hui. Je ne pouvois me dispenser de faire cet abrégé, afin de mettre sous les yeux du Lecteur l'état où est actuellement cette partie de la Physique; & cela étoit d'autant plus nécessaire, qu'aucun des Auteurs dont je viens de faire mention n'a parlé des découvertes de ceux qui l'ont précédé: il semble même qu'ils les ayent ignorées, & l'on a pu voir que les derniers ont quelquefois donné comme des observations nouvelles, des choses qui avoient été remarquées par les premiers. C'est ce qui m'a engagé à rapporter le plus succinctement qu'il m'a été possible, ce qui a été écrit de plus important sur cette matiere jusqu'à présent, avant que d'en venir aux expériences que j'ai faites, & dont je donnerai le détail dans les Mémoires suivans.

ADDITION

Qu'il faut faire aux Quarts-de Cercle fixes dans le Méridien.

Par M. GODIN. *

UN Quart-de-Cercle fixé dans le plan du Méridien a ordinairement sa Lunette en alhidade, dirigée au Midi, & on s'en sert pour prendre les hauteurs méridiennes des Astres, depuis le point *Sud* de l'horizon jusqu'au Zénith. Pour avoir de la même maniere les hauteurs méridiennes des Astres, depuis le point *Nord* de l'horizon jusqu'au Zénith, il faut fixer un autre Quart-de-Cercle, semblable au premier, dans le plan du Méridien, mais tourné du côté du Nord.

M. Roemer fit part à M. Leibnitz en 1700 d'un Instrument de son invention, qui servoit à prendre en même tems les hauteurs, tant au Sud qu'au Nord: cet Instrument est succintement décrit dans le troisieme tome des *Miscellanea Berolinensia* †. C'est un Cercle entier placé dans le Méridien, & porté par un Axe fermement appuyé de part & d'autre, sur deux murs. Ce Cercle porte une Lunette en alhidade, & l'Instrument entier est placé dans une chambre, dont le toit & les deux côtés, Nord & Sud, sont ouverts d'une longue fenêtre, dirigée

* 11 Février 1733. † Page 276.

dirigée le long du Méridien. Cette machine est assez difficile à bien exécuter ; mais quand elle seroit une fois bien exécutée, elle seroit d'ailleurs sujette a beaucoup d'inconvéniens.

Voici un moyen facile, & qui peut être exact, d'avoir au même Quart-de-Cercle, fixé du côté du Midi, les hauteurs des Astres qui sont vers le Nord.

Il faut ajouter à l'extrémité de la Lunette du Quart-de-Cercle, à un pouce ou un pouce & demi de distance de l'Objectif, un petit miroir rond, d'environ un pouce de diametre, lequel soit incliné à la ligne de foi de la Lunette, sous un angle de 45 degrés. La face du miroir qui réfléchit, regardant le Nord, les Astres qui passeront par le Méridien du côté du Nord seront peints sur ce miroir, & leur image sera réfléchie au foyer commun des verres de la Lunette, lorsqu'on fera répondre cette Lunette au degré du complément de la hauteur de l'Astre sur l'horizon; ce qui est évident, à cause de l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, & que le miroir est incliné de 45 degrés à l'axe de la Lunete. On aura donc sur le même Instrument, & de la même maniere, les hauteurs des Astres & leurs passages par le Méridien, soit au Midi, soit au Nord.

On peut faire cette addition à une seconde Lunette qu'on fera convenir avec celle dont on se sert du côté du Midi. Je crois cependant qu'il est plus simple de la faire à la Lunette même dont on se sert.

En ce cas, il faut pouvoir ôter & remet-

tre le miroir toutes les fois qu'on voudra, car s'il restoit toujours, il boucheroit le champ de la Lunette pour les Astres qui sont au Midi. Il faut donc que le miroir soit logé dans une coulisse bien solide, & solidement attachée sous un angle de 45 degrés, aux règles qui portent la Lunette de l'Instrument, & de cette maniere on pourra retirer & remettre aisément le miroir dans sa coulisse. Ce qu'on peut faire encore par le moyen d'une petite vis qui l'élevera ou l'abbaissera ; & par ce moyen laissera l'ouverture de la Lunette libre.

Il est nécessaire de pouvoir vérifier l'inclinaison du miroir à la ligne de foi de la Lunette ; car si l'angle d'inclinaison étoit de plus ou moins que 45 degrés, les hauteurs de l'Astre ne seroient pas les mêmes que celles que la Lunette indiqueroit sur le limbe : mais cette vérification se peut très aisément faire.

1°. En observant avec un autre Quart-de-Cercle vérifié, les hauteurs méridiennes du côté du Nord, & les comparant à celles que l'on aura trouvées par la nouvelle méthode.

2°. Si l'on applique pour cela une seconde Lunette au Quart-de-Cercle, il faudra la mettre en dessus de la premiere, & en ce cas on pourra, par le moyen des 6 ou 7 degrés de plus que l'on marque sur le limbe, au-delà de 90, prendre la hauteur d'une Etoile qui passera à 6 ou 7 degrés près du Zénith par les deux Lunettes, c'est-à-dire, par les deux méthodes, ce qui fera voir s'il y a de l'erreur dans la position du miroir.

3°.

3°. En ne se servant que d'une seule Lunette, on pourra faire la même chose que je viens de dire, & par cette voye rectifier la position du miroir, ou tenir compte de l'erreur qu'il produira dans les hauteurs.

Outre cette position du miroir incliné de 45° à la ligne de foi, il faut encore que son plan soit exactement dirigé dans la *ligne de six heures*, ou de l'Est à l'Ouest, supposé le Quart-de-Cercle exactement dans le plan du Méridien; si cela n'étoit pas, le moment auquel l'Astre passeroit dans la Lunette, ne seroit pas celui de son passage par le Méridien: & c'est une objection que M. Cassini m'a faite avec raison, contre l'usage de cette addition. Mais cette position nécessaire du miroir, & même la premiere, quoiqu'il soit peut-être moralement impossible de les lui donner, ou de les lui conserver, ne doivent pas plus en faire rejetter l'usage, que celui des Quarts-de-Cercle fixes ordinaires, dont il n'y aura peut-être jamais un seul qui soit exactement dirigé dans le plan du Méridien. On employe cependant ceux-ci tous les jours, & on se contente de faire qu'ils ne soient que très peu éloignés de leur juste position, & d'en connoitre, ce qu'on peut toujours aisément, la déclinaison, qui est ordinairement differente en differens points.

Pour m'assurer donc de la position du miroir que je propose, je ferai les mêmes opérations que pour m'assurer de la position d'un Quart-de-Cercle fixe dans le Méridien.

J'observerai, par exemple, *Capella*, dont la hauteur est d'environ 86° 55' avec la Lunet-

te ordinaire de mon Quart-de-Cercle fixe,& dans le même instant de son passage par le Méridien, je la ferai passer aussi par le vertical de la Lunette à miroir, ce que je peux faire en élevant la Lunette à 3° 5' au-dessus du point de 0° sur le limbe. Je placerai donc alors le miroir en telle situation qu'il transmette dans la ligne de foi de la Lunete, l'image de l'Etoile à l'instant de son passage par le Méridien ; ce qui ne se peut faire sans que ce miroir ne soit dirigé exactement Est & Ouest, comme il faut qu'il le soit.

Je prendrai ensuite des hauteurs correspondantes de quelques autres Etoiles du Nord, afin d'avoir l'heure de leur médiation, & après les avoir observées par la Lunette à miroir rectifiée, comme je viens de dire, je connoitrai la difference, s'il y en a, qui conviendra à chaque point du limbe. Cette difference doit s'accorder à la déclinaison des mêmes points du limbe, que l'on doit connoitre d'ailleurs pour l'usage ordinaire du Quart-de-Cercle, indépendamment de cette addition.

R E-

REFLEXIONS
SUR LA HAUTEUR DU BAROMETRE
Observée sur diverses Montagnes.

Par M. CASSINI. *

DANS le Voyage que nous avons fait en 1700 pour mesurer la grandeur de la Terre, & prolonger la Ligne méridienne de l'Observatoire de Paris jusqu'à l'extrémité méridionale du Royaume, nous avions entrepris de déterminer la hauteur de diverses Montagnes d'Auvergne, du Languedoc, du Roussillon & des Pyrenées sur le niveau de la Mer, dans le dessein d'y faire des observations du Barometre, pour pouvoir connoitre quelle étoit à ces differentes élevations l'abaissement du Mercure causée par la diminution du poids de l'Atmosphere.

Comme la saison étoit avancée, auquel tems les plus hautes montagnes des Pyrenées sont inaccessibles à cause des neiges dont elles sont couvertes; nous ne pumes faire les observations du Barometre que sur celles dont la hauteur perpendiculaire n'excédoit pas 860 toises, & nous nous contentames de déterminer l'élévation des plus hautes montagnes que nous pumes appercevoir, pour servir

* 17 Janvier 1733.

vir à ceux qui auroient dans la ſuite occaſion de s'y tranſporter pour faire de ces ſortes d'obſervations.

C'eſt ce qui vient d'être exécuté par M. de Plantade, Avocat-général de la Cour des Aydes de Montpellier, qui a été chargé par les Etats de Languedoc, de la direction des Obſervations néceſſaires pour lever une Carte exacte de cette Province.

Il nous avoit déja fait part des opérations géométriques qu'il avoit faites dans les lieux que nous avions déterminés par nos Triangles, où il avoit trouvé dans la plupart une conformité avec nos opérations au-delà de ce que l'ón peut eſperer; il vient préſentement de nous envoyer quelques Obſervations du Barometre qu'il lui a réuſſi de faire ſur diverſes montagnes de Rouſſillon & des Pyrenées, nonobſtant les differens obſtacles qu'il lui a fallu ſurmonter, tant par la difficulté de ſe tranſporter avec des inſtrumens ſur le ſommet de ces Montagnes, que par la viciſſitude du tems & la température de l'air, qui y a été telle, qu'il y a reſſenti des froids extrêmes dans le tems de la plus grande chaleur de l'Eté.

M. de Plantade remarque d'abord qu'il a trouvé de grandes variations dans la ſuſpenſion du Vif-argent en divers tuyaux dont il s'eſt ſervi, & qu'à une élévation ſur le niveau de la Mer qui n'excédoit pas 1000 toiſes, le Vif argent s'eſt toujours tenu plus bas dans les tuyaux d'un diametre étroit, que dans ceux qui étoient plus larges, & cela conſtamment ſur ſeize montagnes differentes, où il a fait des

des expériences avec toutes les précautions nécessaires ; mais que depuis 1000 toises & au dessus, le Vif-argent s'est mis au même niveau dans tous les tubes, de quelque diametre qu'ils fussent, larges ou étroits.

Sur le Pic de Canigou, au haut de la pointe de la Pyramide élevée pour les opérations de la Méridienne, M. de Plantade mit le 4. Août 1731 à 10 heures du matin, par un tems assez tranquille, trois tubes de differente largeur en expérience, & le Vif-argent descendit dans tous les trois à 20 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$.

Pour déterminer par le moyen de cette expérience, l'abaissement du Vif-argent qui répond à la hauteur de cette montagne sur le niveau de la Mer, que nous avons trouvée par nos opérations de 1441 toises, nous avons cru devoir employer les observations du Barometre qui ont été faites à Marseille par M. Arazy dans un lieu élevé seulement de 6 pieds au dessus du nivèau de la Mer, & qui nous ont été communiquées par le P. Pezenas ; & nous avons préferé ces observations à celles qui ont été faites à Paris, qui se trouve beaucoup plus éloigné, sous un climat fort different, & dont nous ne connoissons la hauteur que sur le niveau de la Mer Océane, qui peut être un peu differente de celle de la Méditerranée, à l'égard de laquelle nous avons mesuré les differentes hauteurs des montagnes.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marseille, de 28 pouces 2 lignes, dont retranchant celle qui a été observée sur le haut de

Canigou de 20 pouces $2^l\frac{1}{2}$, reste 7 pouces $11^l\frac{1}{2}$ pour l'abaissement du Mercure, qui répond à la hauteur de cette montagne sur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1441 toises, & que M. de Plantade a trouvée par plusieurs opérations géometriques & réitérées, de 1453 toises, plus grande que suivant nos dimensions, de 12 toises, qui est une difference que nous ne jugeons pas de grande conséquence dans ces sortes d'observations.

M. de Plantade remarque à cette occasion que par les expériences que M. Scheuchzer a faites pendant les cinq derniers mois de l'année 1728 sur le Mont St. Godard, qu'il dit être le plus haut des Alpes, & la plus haute montagne de l'Europe, il a trouvé que le Vif-argent n'a jamais été au dessous de 21 pouces, au-lieu que sur le Canigou, il a été de 20 pouces $2^l\frac{1}{2}$; ce qui fait voir que cette montagne est plus haute que le Mont St. Godard, & qu'en général, les Pyrenées sont beaucoup plus hautes que les Alpes.

Le 18 Août 1732, M. de Plantade ayant mis en expérience sur la montagne du Mousset les mêmes tubes à une heure après midi, par un vent d'Est assez grand, le Vif-argent demeura dans tous les trois, à 20 pouces $10^l\frac{3}{4}$. Il étoit ce jour-là à Marseille de 28 pouces 0^l au bord de la Mer. On aura donc 7 pouces $1^l\frac{1}{4}$ pour l'abaissement du Mercure, qui répond à 1289 toises, dont il a trouvé que la pointe la plus élevée de cette montagne étoit au-dessus du niveau de la Mer. Nous avons déterminé dans le voyage de la Méridienne,

la

la hauteur du Mouflet de 1253 toiſes, plus baſſe de 36 toiſes que M. de Plantade ne l'a trouvée, ce qui lui fait croire que celle que l'on nous indiqua pour le Mouflet, eſt la pointe du Bernard ſauvage, que l'on appelle auſſi communément dans ce païs, la montagne de Madre ou du Mouflet, & à laquelle nos angles paroiſſent répondre.

Enfin, le 25 Août à midi, il mit les trois mêmes tubes en expérience ſur la pointe la plus occidentale de la montagne de S^t. Barthelemy, & la hauteur du Vif-argent fut obſervée dans tous les trois de 21 pouces 0^l $\frac{1}{3}$. Le vent étoit à l'Oueſt aſſez fort, le Ciel fort ſerein, & il faiſoit un froid très aigu & très cuiſant, enſorte que trois étangs qui étoient vers le haut de cette montagne étoient entierement glacés, & toute la montagne, de même que les voiſines, couverte de verglas, avec de la neige en divers endroits.

La hauteur du Barometre étoit ce jour-là à Marſeille de 28 pouces 0^l au bord de la Mer, dont retranchant 21 pouces 0^l $\frac{1}{3}$, hauteur obſervée ſur S^t. Barthelemy, on aura 6 pouces 11^l $\frac{2}{3}$ pour l'abaiſſement du Mercure, qui répond à l'élévation de cette montagne ſur le niveau de la Mer, que nous avons déterminée de 1184 toiſes & demie, plus petite ſeulement de 5 toiſes & demie que celle que M. de Plantade a trouvée de 1190 toiſes. Cette élévation peut être regardée comme la meſure du Mont S^t. Godard, où, ſuivant M. Scheuchzer, le Mercure n'eſt jamais deſcendu plus bas de 21 pouces.

Nous ajouterons à ces obſervations, cel-

les qui ont été faites en 1704 par le P. Feuillée sur le Pic de Ténériffe, dont il avoit mesuré géometriquement la hauteur perpendiculaire sur le niveau de la Mer de 2213, c'est-à-dire, d'environ une lieue à plomb, ce qui surpasse de 760 toises la plus haute que l'on a mesurée jusqu'à présent dans les Pyrenées. La hauteur du Barometre fut observée sur le haut de cette montagne de 17 pouces $5^l 0'$, qui étant retranchés de 28 pouces 0^l, hauteur moyenne du Barometre au bord de la Mer, donnent 10 pouces 7^l pour l'abaissement du Vif-argent, à la hauteur de 2213 toises. Nous avons préféré la hauteur moyenne du Barometre à celle qui avoit été observée quatre jours auparavant au bord de la Mer de 27 pouces $9^l \frac{3}{4}$, à cause que dans cet intervalle il peut y avoir eu quelque variation.

Si l'on compare présentement les observations que nous venons de rapporter, avec la Table de la hauteur de l'air, qui répond à l'abaissement du Vif-argent, qui est inserée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1705, p. 92, où l'on a marqué quelle doit être cette hauteur, tant suivant les principes de M. Mariotte, que suivant nos observations; on trouve que la hauteur du Mercure ayant été observée sur la montagne de St. Barthelemy de 21 pouces $0^l \frac{1}{2}$, plus basse qu'au niveau de la Mer de 6 pouces $11^l \frac{2}{3}$, la hauteur de cette montagne auroit dû être, suivant M. Mariotte, de 1012 toises, plus petite de 178 toises que celle que M. de Plantade a déterminée; & qu'au contraire,

fui-

ſuivant les règles fondées ſur des obſervations faites ſur des montagnes moins élevées, cette hauteur auroit dû être de 1427 toiſes, plus grande de 237 toiſes qu'elle ne l'eſt effectivement.

Si l'on examine de même l'obſervation du 18 Août, faite ſur la montagne du Mouflet, qui eſt élevée de 1289 toiſes ſur le niveau de la Mer, on trouve que l'abaiſſement du Vif-argent y a été de 7 pouces 1l ¼, plus grand ſeulement d'une ligne & deux tiers, qu'on ne l'a trouvé le 25 Août ſur St. Barthelemy, quoiqu'il y ait une différence de 99 toiſes de hauteur entre ces deux montagnes, ce qui peut venir de ce que dans l'obſervation du 25 Août, les frimats qui ſe ſont fait ſentir ſur cette montagne, ont cauſé quelque variation extraordinaire dans l'Atmoſphere.

Suivant cette obſervation, on trouve que la hauteur du Mouflet devoit être, ſuivant les principes de M. Mariotte, de 1035 toiſes, plus petite de 254 toiſes qu'on ne l'a déterminée, & ſuivant notre méthode, de 1467 toiſes, plus grande de 178 toiſes qu'elle ne l'eſt en effet.

Dans l'obſervation du Barometre, faite le 4 Août, ſur le ſommet du Canigou, qui ſuivant M. de Plantade eſt élevé de 1454 toiſes ſur le niveau de la Mer; on a trouvé que la diminution de la hauteur du Mercure a été de 7 pouces 11l ½. Comme la Table qui eſt rapportée dans les Mémoires de l'Académie de 1705, ne s'étend qu'à 7 pouces 2 lignes, nous l'avons prolongée ſuivant les mêmes principes; & nous avons trouvé que la

 hau-

hauteur de l'air, qui répond à 7 pouces 11l ½ devoit être, suivant M. Mariotte, de 1183 toises, plus petite de 271 toises que M. de Plantade ne l'a déterminée, &, suivant nos principes, de 1728 toises, plus grande de 275 toises qu'elle ne l'est en effet; de sorte que la véritable mesure se trouve à peu près moyenne entre les déterminations de M. Mariotte & les nôtres.

Enfin, si l'on compare les observations du Barometre, faites par le P. Feuillée sur le Pic de Ténériffe, avec la hauteur de cette montagne, qu'il a déterminée de 2213 toises, c'est-à-dire, d'environ une lieue à plomb, ce qui surpasse de 760 toises les plus hautes que l'on a mesurées jusqu'à présent dans les Pyrenées; on trouvera que l'abaissement du Mercure ayant été observé sur le haut de cette montagne de 10 pouces 7l, son élévation n'auroit dû être, suivant M. Mariotte, que de 1686 toises, plus petite de 533 toises qu'elle n'a été observée; & qu'au contraire, suivant notre méthode, cette hauteur auroit dû être de 2624 toises plus grande de 411 toises qu'elle ne l'est en effet.

Les règles que nous avons rapportées pour trouver la hauteur de l'air, qui répond à l'abaissement du Vif argent, étant donc insuffisantes, nous avons cherché si l'on pouvoit en trouver quelque autre qui pût représenter les Observations qui ont été faites sur les diverses montagnes dont on a observé la hauteur sur le niveau de la Mer.

Nous avons consideré pour cet effet, que puisque suivant les expériences de M. Ma-

riot-

riotte, l'air renfermé dans un tube se condense à proportion des poids dont il est chargé, & que cette règle ne s'observe pas dans la dilatation de l'air observée sur les montagnes lorsqu'il est libre, il faut nécessairement que l'air en liberté suive d'autres règles que lorsqu'il est renfermé.

Comme il seroit difficile de déduire cette règle immédiatement de quelque cause physique, parce qu'il faudroit connoitre la nature du ressort de l'air, nous avons supposé que cette dilatation se fait dans la raison réciproque du quarré des poids dont il est chargé.

Dans cette supposition, le poids de l'Atmosphere étant au niveau de la Mer en équilibre à une colomne de Mercure de 28 pouces de hauteur, & à l'élevation de l'air qui répond à une ligne de diminution de Mercure de 63 pieds, comme M. Mariotte l'a déterminé, il suit que lorsque le poids de l'Atmosphere sera diminué de moitié, & que la hauteur du Mercure sera de 14 pouces, l'air sera dilaté quatre fois davantage, & occupera 42 toises: car si l'on fait, comme le quarré de 14 est au quarré de 28, c'est-à-dire comme 1 est à 4; ainsi la dilatation de l'air, lorsqu'il est au niveau de la Mer où une ligne de Mercure répond à 63 pieds de hauteur, est à sa dilatation lorsqu'il n'est chargé que de la moitié du poids de son Atmosphere; on trouvera 42 toises pour la hauteur de l'air, qui répond alors à une ligne de diminution du Mercure, ce qui est le double de celle qui résulte des principes de M. Mariotte.

Suivant

Suivant cette règle, la hauteur de l'air qui répond à un pouce d'abaissement de Mercure, est de 130 toises.

Celle qui répond à 2 pouces est de 269
à 3 pouces de 419
à 4 pouces de 582
à 5 pouces de 759
à 6 pouces de 962
à 7 pouces de 1173
à 8 pouces de 1405
à 9 pouces de 1662
à 10 pouces de 1947

Toutes ces mesures se trouvent moyennes entre celles de M. Mariotte & les nôtres, dont elles s'écartent d'abord davantage, & se rapprochent ensuite, comme on le peut voir dans la Table que nous avons citée.

En comparant présentement les observations qui ont été faites sur les montagnes dont la hauteur est mesurée, avec la règle que nous venons de proposer, nous trouvons que la dilatation qui en résulte n'est pas encore suffisante pour représenter les observations; car dans celle qui fut faite le 12 Mars 1701 sur le haut de la Tour de la Massane, on a trouvé qu'à la hauteur de 397 toises, entre le sommet de cette montagne, & le lieu où nous faisions nos observations à Collioure sur le bord de la Mer, l'abaissement du Mercure a été de 2 pouces 7^l, au-lieu que suivant cette règle, la hauteur de l'air qui répond à cette diminution de Mercure, n'auroit dû être que de 354 toises.

Cette difference est encore plus grande sur la montagne de Bugarach, où nous avons trou-

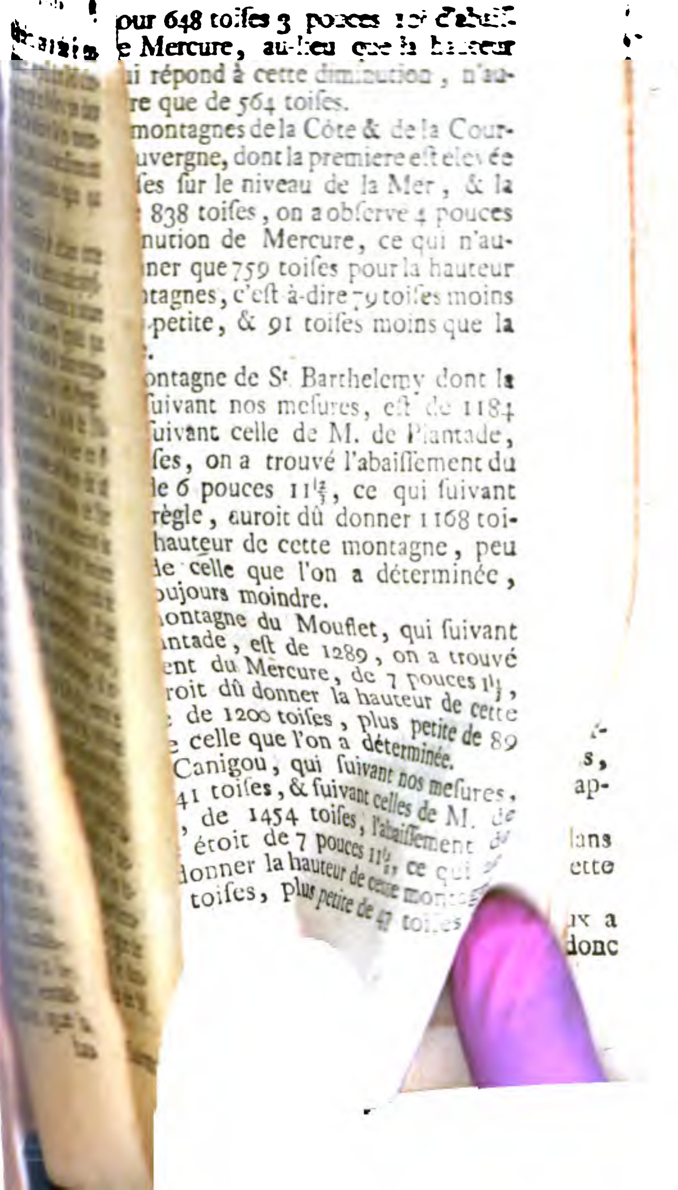
trouvé pour 648 toises 3 pouces 10l d'abaissement de Mercure, au-lieu que la hauteur de l'air qui répond à cette diminution, n'auroit dû être que de 564 toises.

Sur les montagnes de la Côte & de la Courlande en Auvergne, dont la premiere est élevée de 851 toises sur le niveau de la Mer, & la seconde de 838 toises, on a observé 4 pouces 10l de diminution de Mercure, ce qui n'auroit dû donner que 759 toises pour la hauteur de ces montagnes, c'est-à-dire 79 toises moins que la plus petite, & 91 toises moins que la plus grande.

Sur la montagne de St. Barthelemy dont la hauteur, suivant nos mesures, est de 1184 toises ½ & suivant celle de M. de Plantade, de 1190 toises, on a trouvé l'abaissement du Mercure, de 6 pouces 11l⅘, ce qui suivant la derniere règle, auroit dû donner 1168 toises pour la hauteur de cette montagne, peu differente de celle que l'on a déterminée, quoique toujours moindre.

Sur la montagne du Mouflet, qui suivant M. de Plantade, est de 1289, on a trouvé l'abaissement du Mercure, de 7 pouces 1l⅓, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette montagne de 1200 toises, plus petite de 89 toises que celle que l'on a déterminée.

Sur le Canigou, qui suivant nos mesures, est de 1441 toises, & suivant celles de M. de Plantade, de 1454 toises, l'abaissement du Mercure étoit de 7 pouces 11l½, ce qui auroit dû donner la hauteur de cette montagne, de 1394 toises, plus petite de 47 toises que nous



pour 648 toises 3 pouces 10 d'abaiss...
e Mercure, au-lieu que la hauteur
...i répond à cette diminution, n'au-
...re que de 564 toises.

...montagnes de la Côte & de la Cour-
...uvergne, dont la premiere est élevée
...ses sur le niveau de la Mer, & la
... 838 toises, on a observé 4 pouces
...nution de Mercure, ce qui n'au-
...ner que 759 toises pour la hauteur
...tagnes, c'est-à-dire 79 toises moins
...petite, & 91 toises moins que la
...

...ontagne de St Barthelemy dont la
...suivant nos mesures, est de 1184
...suivant celle de M. de Plantade,
...ses, on a trouvé l'abaissement du
...de 6 pouces 11 1/3, ce qui suivant
...règle, auroit dû donner 1168 toi-
...hauteur de cette montagne, peu
...de celle que l'on a déterminée,
...oujours moindre.

...ontagne du Mouflet, qui suivant
...ntade, est de 1289, on a trouvé
...ent du Mercure, de 7 pouces 1 1/3,
...roit dû donner la hauteur de cette
... de 1200 toises, plus petite de 89
...e celle que l'on a déterminée.

...Canigou, qui suivant nos mesures,
...41 toises, & suivant celles de M. de
..., de 1454 toises, l'abaissement du
... étoit de 7 pouces 11 1/11, ce qui
...donner la hauteur de cette monta...
... toises, plus petite de 47 toises
... s, ... ap- ... lans ... ette ... ux a ... donc

nous ne l'avions trouvée, & de 60 toiſes, que ſuivant M. de Plantade.

Enfin ſur le Pic de Ténériffe, qui ſuivant les meſures du P. Feuillée, eſt élevé de 2213 toiſes ſur le niveau de la Mer, l'abaiſſement du Mercure y a été trouvé de 10 pouces 7[l], ce qui, ſuivant la derniere règle, auroit dû donner 2120 toiſes pour la hauteur de cette montagne, 93 toiſes moins qu'on ne l'a obſervé.

De ce que nous venons de rapporter, il réſulte que la dilatation de l'air dans l'Atmoſphere, à differens degrés de hauteur, ſe fait encore dans une proportion plus grande que les quarrés des poids dont il eſt chargé, ce qui doit donner la hauteur de l'Atmoſphere beaucoup plus grande qu'on ne l'a cru juſqu'à préſent, puiſque, ſuivant cette règle, lorſque l'air ne ſera chargé que du poids d'une ligne de Mercure, l'étendue qui y répond ſera de 1185450 toiſes, ou plus de 500 lieues.

Nous n'entreprendrons point ici de donner des cauſes phyſiques de cette dilatation, & nous nous ſommes contentés de faire voir le rapport qu'il y a de la dilatation réelle de l'air avec celle qui réſulte de diverſes hypotheſes dont les Phyſiciens pourront ſe ſervir dans la ſuite pour expliquer ſes divers effets.

R E-

REFLEXIONS
SUR LE TIRAGE DES CHARRETTES
ET DES TRAINEAUX.

Par M. COUPLET. *

L'USAGE des Charrettes & des Traineaux pour transporter de lourds fardeaux est si ancien, qu'il seroit étonnant que ces machines n'eussent point toute la solidité qui leur est nécessaire, & toutes les commodités qu'on en peut attendre.

Un Traineau sur un plan horizontal parfaitement dur & poli, sera mu par la moindre puissance, quelle que soit la charge du Traineau.

Une Charrette dont les roues seroient parfaitement dures & rondes, dont l'essieu & le moyeu seroient aussi parfaitement durs, polis & centrés, étant sur un plan horizontal parfaitement dur & poli, sera aussi mue par la moindre puissance, quelle que soit la charge de la Charrette.

Mais il s'en faut beaucoup que les Charrettes, les Traineaux & les chemins où ils passent, ayent les perfections dont nous venons de parler.

Les roues des Charrettes ne sont point parfaitement rondes, les cloux de leurs bandes

* 29 Avril 1733.

y font même des éminences qui obligent la charrette & sa charge à s'élever; les chemins sont remplis de tant d'éminences & d'ornieres qu'il faut continuellement monter & descendre, qu'on est obligé d'appliquer aux Charrettes & aux Traineaux un nombre considerable de chevaux pour les trainer.

Ce nombre de chevaux ne peut point être déterminé par la charge seule de la voiture, il faut encore avoir égard aux chemins par lesquels elle doit passer.

Le Traineau demande une troisieme attention; c'est la longueur des traits du dernier cheval de volée; car nous ferons voir dans la suite de nos réflexions, que plus il faudra de chevaux pour le tirage, plus les traits de ce dernier cheval doivent être longs, pour qu'il puisse résister à la charge qu'il auroit à souffrir.

La comparaison de la Charrette & du Traineau mérite encore quelques attentions.

M. Duquet a présenté il y a quelque tems à l'Académie, un Modele de Charrette posée sur un chemin incliné, sur lequel il y avoit des inégalités comme il s'en trouve sur un chemin pavé; & cette Charrette tirée par une certaine puissance, n'a pu monter ce chemin incliné.

La même Charrette devenue Traineau par la suppression de ses roues & de son essieu, étant posé sur le même chemin & tiré par la même puissance, a facilement monté le chemin.

L'Auteur, fondé sur cette expérience, a prétendu que l'usage du Traineau étoit pré-

fé-

femble à celui des autres voitures portées fur des roues ; mais au lieu de conclure comme il a fait, examinons ce qui eft arrivé dans fa propre expérience.

1°. La puiffance *P* * qui a fait monter le Traineau, agiffoit fuivant une direction *FB* (*Fig.* 2.) prefque parallele au plan incliné *CB*; & cette même puiffance qui n'a pu faire monter la Charrette, agiffoit fuivant une direction *AB* (*Fig.* 1.) inclinée au même plan *CB*.

2°. Le Traineau n'étant autre chofe que la Charrette dont on avoit ôté l'effieu & les roues, étoit beaucoup plus leger que la Charrette.

L'on avoit donc donné au Traineau deux avantages fur la Charrette.

1°. On a donné le premier avantage au Traineau en le tirant fuivant la direction la plus avantageufe, favoir fuivant la direction parallele au plan.

2°. L'on a donné au Traineau le fecond avantage fur la Charrette, en le faifant plus leger qu'elle.

Il n'eft donc pas étonnant que la même puiffance *P*, qui a enlevé le Traineau, n'ait pu enlever la Charrette.

L'expérience même a fait voir que le Traineau n'avoit point d'autres avantages fur la Charrette, que ceux qu'on lui avoit donnés; car ayant ôté au Traineau le fecond avantage, c'eft-à-dire, l'ayant chargé des roues & de l'effieu pour le rendre auffi pefant que la Char-

* Fig 1. & 2.

Charrette, la puiſſance *P*, qui n'a pu monter la Charrette, & qui avoit monté le Traineau ſans être chargé des roues & de l'eſſieu, n'a pu monter le Traineau lorſqu'il en a été chargé, quoique le Traineau eût encore ſur la Charrette le premier avantage, qui eſt celui de la direction du tirage.

Si l'on eſt obligé de convenir que dans les chemins pavés le Traineau a un avantage réel ſur la Charrette, en ce que le Traineau gliſſe ſur le pavé comme ſur un plan, au-lieu que la Charrette a ſouvent ſes roues enfoncées entre deux pavés, & eſt par conſéquent obligée de monter comme ſur un plan *ED*, perpendiculaire au rayon *AE*, & par conſequent plus roide que le plan général du pavé *FGHI*, que le Traineau toucheroit en ces ſeuls points:

* Il faut auſſi avouer que la Charrette a un autre avantage ſur le Traineau, en ce que le frottement de l'eſſieu de la Charrette dans le moyeu de ſes roues eſt moindre, & plus facile à vaincre, que le frottement du Traineau ſur le pavé.

1°. Le frottement dans le moyeu des roues eſt moindre, parce que la ſurface frottante eſt plus petite, & qu'elle peut être enduite de graiſſe qui fait l'office de rouleaux entre le moyeu & l'eſſieu, ce que l'on ne ſauroit faire dans le Traineau ſimple.

2°. Le frottement de l'eſſieu dans le moyeu eſt plus facile à vaincre que celui du Traineau ſur le pavé, quand même les frottemens

* Fig. 1. & 2.

mens feroient les mêmes; car on n'a aucun levier pour vaincre le frottement du Traineau contre le pavé, & l'on a presque tout le rayon de la roue pour vaincre le frottement qui se fait dans le moyeu; de sorte que la tenacité du frottement est à la force qui peut le vaincre, étant appliquée à la circonférence de la roue, comme le rayon de l'essieu est au rayon de la roue.

Cet avantage est si considérable, qu'il compense de reste les desavantages que trouve la charrette dans l'inégalité du pavé.

L'on voit tous les jours des charrettes attelées de trois chevaux, porter autant de pierres qu'un traineau attelé de sept à huit chevaux.

Lorsqu'on a transporté par tronçon les Figures qui sont au-dessus d'un des portails de St. Sulpice, on l'a fait sur un traineau attelé de 10 à 12 chevaux; cependant il n'y avoit sur le traineau que deux tronçons, qui vraisemblablement avoient chacun été apportés en charrette chez le Sculpteur; l'on pourroit même assûrer que le Sculpteur a perdu plus d'un quart de la pierre, en sorte que l'une des deux pierres apportées de la carriere, pesoit les deux tiers de ce qu'il y avoit sur le traineau, puisque le traineau n'étoit chargé que du poids d'une $+\frac{1}{2}$ de ces pierres, ou 6 quarts, & que la charrette en avoit apporté une entiere, ou 4 quarts.

Cependant l'on ne voit presque jamais dans Paris plus de trois chevaux sur une charrette chargée de pierres.

Une charrette attelée de trois chevaux a donc

donc apporté aussi pesant que les deux tiers de la charge d'un traineau attelé de dix à douze chevaux ; d'où il suit que trois chevaux tirent en charrette aussi pesant que les deux tiers de 10 à 12 chevaux, c'est-à dire, aussi pesant que 7 à 8 chevaux attelés sur un traineau.

Un si grand avantage de la charrette sur le traineau pourroit passer pour un paradoxe, si la charrette n'avoit d'autres avantages sur le traineau que la facilité de vaincre ses frottemens.

L'on est assez porté à croire que cet avantage est compensé & détruit par les difficultés que la charrette trouve à passer par dessus les éminences du pavé ; mais cette difficulté même qu'elle trouvé dans son chemin, se compense en partie par les avantages qui la suivent.

* Si la charrette trouve quelques difficultés à monter l'éminence *b* d'un pavé, elle trouve ensuite de la facilité à descendre de l'autre côté du pavé ; elle acquiert même en le descendant par son propre poids, une force capable de lui faire monter une partie de l'éminence du pavé suivant, & cette force acquise, aidée de la puissance moyenne des chevaux, suffira pour monter ce pavé en entier, quoique cette puissance moyenne des chevaux ne soit point seule capable de lui faire monter ce pavé : ainsi une charrette en repos, prête à monter l'éminence d'un pavé, ayant reçu, pour la mettre en mouvement, un

* Fig. 1.

un coup de colier plus vif que la force moyenne des chevaux, n'a plus besoin dans la suite que de cette force moyenne pour continuer son mouvement ; la charrette trouve donc souvent des avantages dans les difficultés mêmes qu'elles rencontre, ce qui n'arrive point dans le traîneau, qui a besoin d'une puissance presque toujours égale à celle qui a commencé à le mouvoir.

C'est donc une erreur de dire que le traineau est plus avantageux que les voitures ordinaires.

Je ne prétends pas cependant détruire les avantages du traineau, je sai qu'il en a de réels : mais ces avantages ne consistent pas dans la facilité du transport des marchandises, ils consistent seulement dans leur sureté.

Quantité de corps arrivent sans accident au lieu de leur destination, qui ne pourroient soutenir les cahots d'une charrette.

D'ailleurs le traineau, comme plus bas, est plus facile à charger & à décharger. Aussi, après la lecture que j'ai faite à l'Académie de ce Mémoire, M. Duquet m'a-t-il dit que le principal objet qu'il avoit envisagé, en proposant l'usage du traineau, étoit de transporter des personnes incommodées.

J'ai encore remarqué dans le transport des Figures de St. Sulpice sur un traineau, que le dernier cheval de volée étoit extrêmement fatigué, & qu'il auroit été hors d'état de faire une traite un peu longue, attendu que ses traits étoient trop courts, & qu'il résultoit de la résistance du traineau & de la puissance

des premiers chevaux de volée, une charge trop considérable sur le dernier.

Les réflexions que j'ai faites à l'occasion de ce Traineau que j'ai comparé à la Charrette, m'ont engagé à faire quelques remarques sur le Tirage des chevaux attelés, soit à une charrette, soit à un traineau.

Du Tirage des chevaux attelés à une Charrette.

Le tirage d'un cheval se fait de son poitrail, directement à l'essieu de la charrette; l'essieu engagé dans les moyeux des roues les pousse en avant par l'intérieur de leur moyeu, & les oblige à tourner, & par conséquent à parcourir un espace égal au chemin circulaire que fait un point quelconque de la circonférence de la roue autour de son essieu.

* Le rayon *A N* de la roue, qui porte sur le sol, peut donc être regardé comme un levier; le point *N* ou *B* du sol où porte le rayon, ou contre lequel ce rayon arcboute, peut être regardé comme l'appui du levier; & le centre *A* de la roue, comme le point où est appliquée la puissance *P*.

Si la roue ne portoit jamais que sur un rayon vertical *A N*, il est évident qu'un tirage infiniment peu puissant la feroit tourner, & feroit par conséquent marcher la charrette sur un plan horizontal dur & poli.

Si la roue porte sur plusieurs rayons, comme il arrive quand elle enfonce dans le terrein sur lequel elle roule, ou qu'elle se trouve sur un

* Fig. 1.

un sol inégal tel que le pavé, il y a toujours des rayons qui portent avant d'être arrivé au vertical; le point *B* où porte ce rayon oblique *AB*, doit être consideré comme l'appui, & pour-lors le plan naturel du chemin *FL* se trouve dans ce point *B* transformé dans le plan *GH*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB*; la perpendiculaire *BM* tirée de cet appui *B* sur le tirage *AD*, comme le levier employé à faire tourner la roue; & la perpendiculaire *BC*, tirée de ce même point d'appui *B* sur la verticale *AN*, qui passe par le centre *A* de l'essieu, comme le levier où est appliquée la charge de la voiture.

Or, plus un bras de levier est long, plus la puissance qui lui est appliquée a d'avantage; il faut donc, autant qu'il est possible, conserver la longueur du bras de levier auquel le tirage est appliqué.

Mais ce bras de levier où est appliqué le tirage, ne peut jamais être plus grand que le rayon de la roue; il faut donc faire en sorte que le tirage soit perpendiculaire au rayon qui arcboute sur le terrein.

Comme le rayon *AB* qui arcboute sur le terrein est toujours incliné vers le derriere de la voiture, le tirage (pour être le plus avantageux) devroit être oblique à l'horizon, comme, suivant *AI* perpendiculaire au rayon *AB*, c'est-à-dire, que le poitrail du limonier devroit être plus élevé que l'essieu, ou que le centre *A* de la roue.

Mais comme le poitrail d'un cheval est d'environ 3 pieds $\frac{1}{2}$ de haut, il sembleroit que les roues qui auroient moins que trois pieds $\frac{1}{2}$ de

rayon, feroient plus avantageufes que de plus grandes roues.

Cependant plus les roues font grandes & plus elles ont d'avantage, car l'on voit que dans les roues dont les rayons * *AB*, *CB*, font differens, le levier *FB* de la plus grande qui eft employé dans le tirage *CD*, eft plus grand que le levier *AB* de la petite roue qui eft employé dans le tirage *AD*, pris du même point *D*, & avec la même puiffance *P*. Il faut donc faire les roues les plus grandes que l'on pourra, & conferver en même tems, autant qu'il fera poffible, la longueur du levier du tirage.

Si la longueur du tirage eft déterminée, comme il l'eft ordinairement par la longueur des charrettes, ou plutôt par la diftance qui fe trouve entre l'effieu & le bout des limons, la hauteur des roues pour être la plus avantageufe qu'il eft poffible, doit être telle que le tirage fe faffe de haut en bas fous un angle de 45°, comme il eft facile de le démonter.

THEOREME I.

La longueur du tirage étant déterminée, comme pour exemple de la longueur du cordage † AB, *dont on veut fe fervir le plus avantageufement qu'il eft poffible pour faire effort fur le levier* AC, *il faudroit que la direction du tirage fe fît fous un angle* CAB *de* 45°.

Quoique cette propofition foit connue, com-

* Fig. 4. † Fig. 5.

comme elle vient au sujet présent, je ne laisserai pas d'en rapporter la démonstration le plus en abregé qu'il sera possible.

Dans quelque position que se trouve le cordage *A B*, entre les côtés de l'angle droit *A C B*, le milieu *F* de ce cordage sera toujours éloigné du sommet *C* de cet angle de la quantité $BF = \frac{AB}{2}$; car si du milieu *F* du cordage l'on abaisse *F G* perpendiculaire sur *C B*, elle la coupera en deux également, ce qui donnera $CF = GB = \frac{AB}{2}$.

Puisque le point *F*, milieu du cordage *A B*, est toujours à une même distance du point *C*, il s'ensuit que ce point *F* décrira un arc de cercle, si l'on fait glisser les deux extrémités du cordage *A* & *B* le long des côtés *A C*, *C B*, de l'angle droit *A C B*; en tenant ce cordage *A B* toujours tendu.

Il suit aussi que l'angle *B A C* étant de 45°, la ligne *C F*, moitié de *A B*, sera perpendiculaire sur *A B*.

Ainsi la corde *A B* faisant un angle *C A B* de 45°, aura un levier *C F* égal à sa moitié $\frac{AB}{2}$.

Mais si le cordage *A B* prenoit la situation $\alpha\beta$, dans laquelle il ne seroit point incliné de 45°, la droite *C F*, qui étoit levier dans le premier cas, tombera en $C\varphi$.

Or, $C\varphi$ étant oblique sur le cordage, $\alpha\beta$ ne sera plus le levier employé, mais ce sera la perpendiculaire *C Q*, tirée du point *C* sur

ce même cordage $\alpha\beta$, laquelle sera plus courte que $C\varphi$, & par conséquent plus courte que $\varphi\beta$ ou FB, qui sont chacune moitié de leur corde AB, ou son égal $\alpha\beta$.

Donc, quand la corde $\alpha\beta$ fait un angle $Q\beta C$, moindre de 45°, le levier CQ de cette corde est plus court que sa moitié $= CF$; au-lieu que quand l'angle est de 45°, le levier que cette corde employe est égal à sa moitié, c'est-à-dire, $= CF$.

Donc, la corde doit être inclinée de 45°, pour avoir le plus grand levier qu'il est possible. Mais cette théorie ne peut point s'appliquer au tirage des Charrettes, comme nous voyons dans le Théorême suivant.

THEOREME II.

* *En supposant, comme nous avons fait, la hauteur du poitrail d'un cheval de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & donnant 6 pieds de place horizontale pour le limonier, si le tirage* AP *étoit incliné de haut en bas sous un angle* CAM *de 45°, pour-lors le rayon* AC *des roues seroit de la hauteur* PD *ou* BC *du poitrail du limonier, plus de la distance* AP *de l'essieu* A *au bout* P *des limons, multiplié par* $\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Car le rayon $AC = BC + AB$.

Mais AB *étant le côté du triangle rectangle & isoscele,* ABP *est* $= AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$, *car* $AP^2 = AB^2 + BP^2 = 2AB^2$.

Ainsi $AB^2 = \frac{1}{2} \times AP^2$, *& tirant la racine quarrée, l'on aura* $AB = AP \times \sqrt{\frac{1}{2}}$.

DANS

* Fig. 4.

DANS CE CAS,

1°. Le cheval feroit incommodé par le tirage de haut en bas.

2°. La caiffe de la charrette feroit beaucoup moins longue que le diametre de fes roues.

Car la diftance AP de l'effièu A au bout P des limons réduite à l'horizontale, feroit $PB = AB$, qui eft plus court que AC de la hauteur BC du poitrail du cheval, laquelle nous avons fuppofée de 3 pieds $\frac{1}{2}$.

Et comme le cheval doit être commodément dans les limons, les limons doivent faillir d'environ 6 pieds au-delà de la caiffe de la charrette; ainfi prenant $PE = EF = BG$ de 6 pieds pour la place du limonier dans les limons, pour-lors $EB = FG = AG$ feroit la demi-longueur de la caiffe de la charrette réduite à l'horizontale.

Et par conféquent le rayon AC de la roue furpafferoit la demi-longueur AG de la caiffe de la grandeur $CB + BG = CB + PE = 3$ pieds $\frac{1}{2}$ + 6 pieds = 9 pieds $\frac{1}{2}$.

D'où il fuit que le diametre de la roue furpafferoit la longueur de la caiffe de 19 pieds.

Ainfi, faifant le diametre de la roue de 19 pieds, il ne fe trouveroit point de caiffe à la charrette, & par conféquent des roues d'une grandeur démefurée, comme de 25 pieds de diametre, ne pourroient admettre qu'une caiffe de fix pieds de longueur; ce qui formeroit une charrette, qui feroit tout à la fois fort pefante, fort petite, & impraticable; car,

3°. De si grandes roues demanderoient des essieux fort longs, pour que la charrette ne soit point trop exposée à verser; elles demanderoient encore de fort longs moyeux, pour ne point vaciller sur l'essieu.

4°. L'essieu étant fort long, & la charrette fort élevée, la voiture non seulement ne pourroit pas entrer dans les portes ordinaires des maisons, mais encore par les portes des villes; outre que lès charrieres ordinaires ne lui pourroient pas servir.

Les charrettes les plus avantageuses pour le tirage, & pour la commodité, ne sont donc pas celles dont les roues sont les plus hautes, & où le tirage donné de longueur tire suivant la direction la plus avantageuse; il faut tout combiner dans la construction d'un instrument dont l'usage est fréquent, l'on a non seulement égard à la conservation, & à la commodité des animaux qu'on employe, mais encore au coût, & à la solidité de la voiture.

C'est pourquoi, sans avoir égard aux raisons géométriques qui peuvent donner un avantage d'une voiture sur une autre, l'usage n'a donné que six à sept pieds de diametre aux plus grandes roues; par-là, le poitrail du cheval se trouve un peu au-dessus du centre de l'essieu, & par conséquent le tirage a pour levier presque tout le rayon de la roue.

AVERTISSEMENT.

Dans l'examen que je ferai du tirage de la charrette & du traineau, je supposerai le poitrail

trail du cheval de même hauteur que l'essieu; & par conséquent, je supposerai toujours le tirage parallele au sol.

PROBLEME I.

* *Le Rayon* AN, *& la charge* p *d'une roue étant donnée avec la hauteur* BE *d'une éminence par-dessus laquelle elle doit passer, déterminer quelle force* P, *suivant l'horizontale* AD, *il faut appliquer à cette roue, pour la faire passer par-dessus l'éminence* AE?

SOLUTION.

Du centre A de la roue soit tirée la verticale AN, & l'horizontale AD; du point B, de l'éminence contre lequel la roue est arcboutée, soient tirées la verticale BM & l'horizontale BC; MBC sera un levier coudé, B l'appui de ce levier, BM le bras de la puissance horizontale appliquée à la roue, & BC le bras de la charge de la roue.

Soit maintenant la charge de la voiture ou de la roue . . . . $= p$.

Le rayon AN ou AB de la roue . . . $= a$.

La hauteur du point B contre lequel arcboute la roue . . . . $= b$.

La puissance P du tirage horizontal $= x$.

L'on aura BM ou $AC = a - b$, & $\overline{BM}^2 = aa - 2ab + bb$, BC ou $MA = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{aa - aa + 2ab - bb} = \sqrt{2ab - bb}$.

Mais

* Fig. 3.

Mais les puiſſances p, x, étant en équilibre, ſont entre elles en raiſon réciproque de leurs bras BC, MB, ou de leur diſtance à l'appui B.

L'on aura donc cette analogie, $MB : BC :: p : x$, c'eſt-à-dire, $a-b : \sqrt{2ab-bb} :: p : x$.

Donc $x = p = \frac{\sqrt{2ab-bb}}{a-b} = \frac{\sqrt{2abpp-bbpp}}{a-b}$

$= \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Si une autre roue, dont le rayon eſt A, chargée du même poids p, rencontroit le même obſtacle dont la hauteur eſt b, appellant X le tirage horizontal des chevaux, l'on auroit par le Problême précédent

$$X = \frac{\sqrt{\overline{2A-b} \times bpp}}{A-b}.$$

Mais nous avons trouvé dans Problême précédent $x = \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b}$.

Donc $X : x :: \frac{\sqrt{\overline{2A-b} \times bpp}}{A-b} : \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b}$

$:: \frac{\sqrt{2A-b}}{A-b} : \frac{\sqrt{2a-b}}{a-b}$. C'eſt-à-dire, que les puiſſances qu'il faut appliquer à differentes roues également chargées, pour ſurmonter un même obſtacle, ſont en raiſon compoſée de la directe des racines des differences qui ſe trou-

trouvent entre les diametres des roues & la hauteur de l'obſtacle, & de l'inverſe des différences qui ſe trouvent entre les rayons de ces roues, & la hauteur du même obſtacle.

Application du Problême.

Soit le poids de charrette, ou $p = 4000$.
le rayon de la roue, ou . . . . . $a = 36$ pouces.
la hauteur du point B contre lequel arcboute la roue, ou . . . $b = 6$ pouces.

L'on aura $pp = 16000000$

$$\frac{bpp = 96000000.}{2a - b = 66.}$$

$$\overline{2a-b} \times bpp = 6336000000.$$

$$\& \frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp} = 79599.}{a - b = 30.}$$

& $\frac{\sqrt{\overline{2a-b} \times bpp}}{a-b} = x$, qui eſt l'effort horizontal requis $= 2653 \frac{3}{10}$.

Si l'on ſuppoſe avec M. de la Hire, page 227. des Mémoires de l'Académie, de l'année 1699; qu'un homme tire dans un travail continuel, avec une force de 27 livres; pour lors admettant avec lui, qu'un cheval tire autant que 7 hommes, il tirera avec 189 livres de force, ou environ, 200 livres.

Donc, ſi l'on diviſe par 189 ou 200, la puiſſance motrice horizontale, $2653 \frac{3}{10}$, que nous venons de trouver qu'il eſt néceſſaire pour faire mouvoir la charette, le quotient qui eſt de 13 à 14, exprimera qu'il faudroit 13 à 14 chevaux pour ſurmonter l'obſtacle

proposé de 6 pouces de hauteur, avec une charge de quatre milliers.

Mais comme dans un obstacle accidentel les chevaux sont capables d'un effort au moins quadruple de celui qu'ils sont capables d'employer dans un travail continuel, l'on voit qu'avec 3 à 4 chevaux, la charrette surmontera l'obstacle proposé.

REMARQUE.

Nous avons jusqu'à présent consideré la charge entiere de la charrette, comme portée sur une seule roue; cependant comme elle est portée sur deux roues dans ces sortes de voitures, & que par conséquent chaque roue ne porte que la moitié de la charge totale, chaque roue pourra donc surmonter au moins deux fois plus facilement les obstacles qui se présenteront, sur-tout en profitant de la longueur des limons que l'on pourra employer, comme levier, pour rabattre de côté & d'autre, ce qui se fait en calant une roue pour l'empêcher de reculer, dans le tems que l'autre surmonte l'obstacle; après quoi ayant acoré ou calé la roue montée, pour l'empêcher de redescendre, l'on fait monter l'autre roue à son tour, en rabattant les limons sur la roue la premiere montée, ce qui facilite beaucoup; ensorte qu'avec deux chevaux, l'on peut par ce moyen surmonter des obstacles que le double de chevaux ne surmonteroit qu'à peine, en faisant leur tirage direct.

Si

Si on se servoit de chariots, les roues fatigueroient de moitié moins que celles des charrettes, & les chevaux du timon fatigueroient beaucoup moins que les limoniers des charrettes.

Il faut encore remarquer que des roues qui ne sont point rondes, font le même effet que des éminences qu'il faudroit monter; car les roues n'étant point rondes, la voiture & sa charge sont obligées de s'élever, comme elles s'éleveroient en montant une éminence.

Le défaut de rondeur aux roues cause encore un desavantage, qui est que souvent la voiture & ses roues trouvent moins de résistance à glisser qu'à s'élever, lorsque le plus grand rayon de la roue approche du sol.

L'essieu même monte dans son moyeu plus qu'à l'ordinaire, & retombe brusquement lorsque la résistance de la voiture diminue considérablement; & cette chute, jointe à la vacillation de l'essieu dans son moyeu, cause souvent la rupture de l'essieu ou des roues, & même de tous les deux ensemble.

Nous avons dit, qu'il faut autant qu'il est possible, que le tirage se fasse perpendiculairement au rayon d'appui de la roue, sans quoi il y a une force perdue, proportionnément à la quantité dont cette ligne de tirage déclinera, de côté ou d'autre, soit en dessus soit en dessous de cette perpendiculaire, qui passeroit par le centre de la roue, & qui a pour levier son rayon d'appui, qui est le plus grand levier que l'on puisse employer, comme il est aisé de s'en convaincre.

Car si la ligne de tirage étoit suivant la direction * *AD*, parallele au sol *NO*, qui est parallele à la ligne *BE*, qui passe par le point d'appui *B* de l'obstacle à surmonter, l'on voit qu'elle n'auroit pour levier, que la partie *AC* du rayon de la roue.

De même, si cette ligne de tirage étoit *AE*, elle n'auroit que sa perpendiculaire *BF* pour levier, qui est encore plus petit que celui *AC*, comme il arrive quand il faut que les roues passent sur quelque éminence, ou que l'on double quelque montagne; car dans cet état, le tirage devient oblique comme ici.

Mais si le tirage au-lieu d'être suivant les directions *AD*, *AE*, qui n'ont que *AC*, *BF*, pour levier, se faisoit suivant la direction *AG*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB* de la roue qui se trouve avoir un obstacle *B* à surmonter, le tirage auroit pour-lors le rayon entier *AB* pour levier, qui est le cas le plus avantageux que l'on puisse avoir, comme on l'a vu ci-devant, (*Fig.* 3.) lorsque le tirage *AI* s'est fait parallelement au plan *GH*, & perpendiculaire au rayon d'appui *AB*.

† Et si le tirage se faisoit suivant les direction *AH*, *AI*, également éloignées du tirage *AG*, perpendiculaire au rayon d'appui *AB* de la roue, ils seront tous deux également foibles, puisque pour-lors le tirage *AH* aura sa perpendiculaire *BL* pour levier, & que le tirage *AI* prolongé, aura sa perpendi-

* Fig. 7. † Fig. 7.

diculaire *BM* pour levier, & que *BL*, *BM*, sont égaux & plus petits que l'hypothénuse *AB* des deux triangles rectangles *ALB*, *AMB*.

L'on voit que ces deux tirages *AH*, *AI*, sont moins avantageux que celui *AG*, mais qu'ils sont préférables à celui *AD*; & beaucoup plus à celui *AE*.

Ensorte que la différence qui est entre les leviers *BF*, *BM*, *BL*, *BA*, *AC*, chacun perpendiculaire à la direction de son tirage *AE*, *AI*, *AH*, *AG*, *AD*, indique parfaitement le tirage préférable.

De ce que nous venons de dire, l'on voit que les plus grands chevaux limoniers sont les plus avantageux, puisqu'ils tirent de plus haut, ayant le poitrail plus élevé que d'autres, & que nous venons de voir, que lorsqu'il y a des ornieres ou des obstacles *B*, comme dans la Figure 7e, les directions du tirage, comme *AH*, & particulierement comme *AG*, sont plus favorables que l'horizontale *AD*, & encore beaucoup plus que celle *AE*, qui lui est inclinée de haut en bas.

L'on voit que les chevaux sont capables d'un effort beaucoup plus considérable que celui que nous leur avons donné ci-dévant pour force moyenne, puisque les charrettes ordinaires attelées de trois chevaux, mènent coutumierement sur le payé, une charge de pierre de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conséquent de près de 7 milliers; & aussi à Rome, les charrettes montées à l'ordinaire, sur leurs roues de 6 pieds de diametre, & attelées d'un seul cheval, mènent-elles

les des charges que l'effort moyen de 200 livres ne pourroit pas furmonter, comme nous le voyons à Paris, fur nos haquets de braffeur attelés d'un feul cheval grand & fort, ou fur une charrette chargée à l'ordinaire, d'une demi-corde de bois qui eft d'environ 64 pieds cubiques, & par conféquent de plus de 4 milliers; outre que fouvent cette même charrette fe trouve chargée encore d'autres marchandifes au par-delà du poids de la charrette même.

Si l'on tenoit les roues des voitures d'un rayon plus grand que la hauteur du poitrail du limonier, pour-lors les fardeaux dont la charrette feroit chargée, feroient fur un plan incliné, & par conféquent tendroient & feroient effort pour gliffer & charger le limonier, & glifferoient réellement fi on ne les affujettiffoit fortement avec des cordages ou des chaines: mais ces cordages toujours tendus & forcés, romproient bien-tôt, & la charge gliffant inopinément écraferoit le limonier, fur-tout dans les defcentes.

PROBLEME II.

* *Le nombre de chevaux qu'il faut atteler fur un traineau, & la hauteur du poitrail du dernier cheval de volée étant donné, avec la charge moyenne d'un cheval; & la hauteur des crochets* B *du traineau, déterminer quelle doit être la longueur des traits de ce dernier cheval de volée, c'eft-à-dire, la diftance qu'il doit y avoir entre les*

* Fig. 6.

les crochets & la dossiere de ce cheval, pour qu'il n'ait qu'une charge moyenne à supporter?

SOLUTION.

Le nombre des chevaux qu'il faut atteler sur le traineau soit . . . . = m.
La hauteur AD du poitrail du cheval de volée . . . . = a.
La hauteur BF ou CD du point B du crochet d'où part le trait au-dessus du sol GFD . . . . = b.
La charge moyenne d'un cheval. . . = p.
La longueur AB du trait du dernier cheval de volée . . . . = x.
L'on aura AC . . . . = $a-b$.

$$BC=\sqrt{xx-aa+2ab-bb}.$$

Et tirant CE parallele à AB, l'on aura aussi

$$AE=\sqrt{xx-aa+2ab-bb}.$$

Soit f. le tirage d'un cheval.

mf sera le tirage du nombre m de chevaux.

Mais BE étant un parallelogramme, & le tirage des chevaux se faisant suivant son côté AE, la résistance du traineau suivant AB, & la résultante de ces deux puissances, qui est la charge de ce dernier cheval de volée, se faisant suivant la diagonale AC, ces trois forces doivent être entre elles comme les côtés AB, $AE=BC$, & la diagonale AC du parallelogramme BE, ou comme les trois côtés AB, BC, AC, du triangle rectangle ACB.

Ce qui donnera cette analogie $mf:p::AE:AC$, c'est-à-dire, $mf:p::\sqrt{xx-aa+2ab-bb}:a-b$

: $a-b$. Donc $\frac{mf \times a-b}{p} = \sqrt{xx-aa+2ab-bb}$.

Quarrant chaque membre, l'on aura

$\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} = xx-aa+2ab-bb$.

Transportant $-aa+2ab-bb$, l'on aura

$\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} + aa-2ab+bb = xx$.

Ou bien $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2}{pp} + \overline{a-b}^2 = xx$.

Et donnant même dénominateur au premier membre, l'on aura $\frac{mmff \times \overline{a-b}^2 + pp \times \overline{a-b}^2}{pp}$ $= xx$, c'est-à-dire, $\frac{\overline{mmff+pp} \times \overline{a-b}^2}{pp} = xx$.

Tirant la racine quarrée de chaque membre, l'on aura $\sqrt{mmff+pp} \times \frac{a-b}{p}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

Application du Problême.

Soit le nombre des chevaux	$=$ 10
Le tirage f d'un cheval	$=$ 200
La charge moyenne p d'un cheval	$=$ 300
La hauteur a du poitrail d'un cheval	$=$ 3 pieds $\frac{1}{2}$
La hauteur b du crochet	$=$ 6 pouc. ou $\frac{1}{2}$ pied.

L'on

L'on aura mm . . . . = 100.
ff . . . . = 40000.

Donc $mmff$ . . . . = 4000000.
pp . . . . = 90000.

Donc $mmff + pp$ . . . . . . = 4090000.
Et $\sqrt{mmff + pp}$ . . . . . = 2022.

Mais $a - b$ . . . . = 3 pieds.
Donc $\sqrt{mmff + pp} \times \overline{a - b}$ = 6066.
Enfin $\frac{\sqrt{mmff + pp} \times \overline{a - b}}{p}$ . . = 20 pieds $\frac{1}{5}$.

C'eſt-à-dire, que le dernier cheval de volée doit avoir ſes traits de 20 pieds $\frac{1}{5}$ pour n'être chargé que de 300 livres, qui eſt celle que nous avons pris pour charge moyenne.

Le même Problême, ou plutôt ſa réſolution, ſervira à déterminer la charge du dernier cheval de volée, quand la longueur de ſes traits ſera donnée, le nombre des chevaux attelés ſur le traineau auſſi donné, avec la hauteur du poitrail ou du tirage, & la hauteur des crochets du traineau, comme auſſi le nombre des chevaux qu'il convient de mettre ſur un traineau étant donné, la longueur des traits du dernier cheval de volée ſera toujours déterminée, ſelon les differentes charges que l'on voudra lui faire ſupporter.

Car nous ſervant des expreſſions du Problême précédent, nous aurons, comme dans ce Problême,

$$mf : p :: \sqrt{xx - aa + 2ab - bb} : \overline{a - b}.$$

D'où

D'où l'on tire la charge $p = \frac{mf \times \overline{a-b}}{\sqrt{xx-aa+2ab-bb}}$

$= \frac{mf \times \overline{a-b}}{\sqrt{\overline{x+a-b} \times \overline{x-a+b}}}$.

Comme la longueur x des traits est supposée connue, & qu'il n'y a que la charge p d'inconnue, le second membre de cette Equation est connu, & par conséquent, la valeur de la charge p est trouvée.

Il est évident, que moins x sera grand, & plus la valeur de p sera grande; c'est-à-dire, que moins la longueur des traits du dernier cheval de volée sera grande, plus la charge de ce cheval sera considerable.

Si l'on étoit obligé d'employer un trop grand nombre de chevaux pour enlever le traineau, les traits du dernier cheval de volée se trouveroient excessivement longs, & causeroient par conséquent un embarras au moindre détour, & le tirage deviendroit impossible, pour peu que le détour fût considerable.

Il y a un moyen facile d'éviter cet inconvénient; c'est d'atteler tous les chevaux sur une charrette, ou sur ce que les Charpentiers appellent un diable, & d'attacher le traineau à l'essieu de la charrette; car si l'on étoit obligé de se servir de traits trop courts, le dernier cheval de volée seroit hors d'état de soutenir la charge résultante de la résistance du tirage des chevaux de volée.

L'on pourroit encore, si le terrein le permettoit, mettre tous les chevaux de front;

&

& dans ce cas, ils feroient tous chargés également: mais le moyen feroit difficile, ou du moins feroit très embarraffant quand il y auroit un nombre confiderable de chevaux à employer.

Un autre moyen, feroit de tenir les crochets du traineau, auffi élevés que le poitrail des chevaux; dans ce cas, on les attelcroit à l'ordinaire, fans que le dernier cheval de volée fatiguât plus que les autres: mais cette élévation des crochets donneroit un levier égal à toute cette élévation, qui dans les tournans, feroit renverfer le traineau, que l'on n'employe cependant que pour que fa charge foit plus en fureté que dans une autre voiture: donc, les crochets trop élevés ne doivent point être employés. Il eft vrai que fi l'on n'avoit qu'une droite route à parcourir, ces crochets élevés, ou ces mâts entés fur le devant du traineau, fe pourroient employer; mais ces mâts ne conviennent que fur un fluide.

Nous venons de voir que dans les traineaux, les traits les plus longs font ceux qui foulagent davantage le dernier cheval de volée, de la charge que les chevaux de la volée entiere lui feroient fouffrir. De même, les limons les plus longs font les plus avantageux pour le foulagement du limonier: mais de fi longs limons ne peuvent avoir lieu dans la plupart des lieux habités, où le tournant & la largeur des rues leur donnent des bornes abfolues.

J'ai dit que les moyeux devoient être fort longs, pour empêcher que la roue ne balotte

fur

ſur ſon eſſieu; mais cette longueur fait encore que les moyeux & l'eſſieu s'uſent moins, puiſque le frottement ſe fait ſentir ſur une plus grande ſurface. Il convient encore que les moyeux ſoient fort épais, parce que la ſaillie de ſes rais en devient d'autant plus courte, & par conſéquent plus renforcée. Une attention qui eſt encore néceſſaire, eſt que les ſemelles dans leſquelles s'encaſtre l'eſſieu, ſoient fort épaiſſes, parce que la roue, ou l'eſſieu, ſe caſſant, ces ſemelles ſerviront d'appui au corps de la charrette, & garantiront les jambes du limonier, qui pourroient ſe trouver deſſous les limons dans cet accident.

Les roues des voitures, en ſe caſſant, ſe plient ordinairement en-deſſous.

Je vais examiner pourquoi cette rupture ſe fait de cette maniere

* Soit une roue quelconque, dont le centre eſt en *A*, par lequel paſſe l'eſſieu.

Selon la conſtruction commune à toutes les roues, ce centre *A*, eſt le ſommet d'un cône droit dont la baſe eſt formée par un plan circulaire, terminé par la bande qui recouvre les jantes, & dans la ſurface duquel cône paſſent tous les rais qui s'écartent en dehors dans la figure conique.

Dans cet état, chaque rais venant à ſon tour chercher ſon appui ſur le ſol que la roue parcourt, il ſe trouveroit incliné ſur lui dans la direction *AG*, qui n'eſt point la plus avantageuſe qu'elle puiſſe avoir.

Mais

* Fig. 9.

Mais pour y remédier, c'eſt-à-dire, pour que chaque rais ſe trouve vertical ſur le ſol, comme *A B*, l'on fait l'eſſieu coudé ou cambré en deſſous dans la longueur du moyeu ſeulement, de maniere que ce cambre rachete l'écu de la roue ; c'eſt-à-dire cette saillie que les rayons de la roue ont en dehors, ſuivant la conſtruction de la roue ; en ſorte que par ce méchaniſme, le rais *A B* ſe trouve vertical ſur le ſol où il doit avoir ſon appui, qui eſt la direction la plus avantageuſe pour qu'il réſiſte plus facilement à ſa charge.

Mais ſi l'eſſieu eſt trop aiſé dans ſon moyeu, la roue vacillera continuellement, & le rais qui rencontrera le ſol, au-lieu de s'y trouver vertical ſelon *A B*, s'y trouvera incliné ou ſuivant *A C*, ou ſuivant *A G*.

Il eſt évident que plus cette inclinaiſon du rais *A B*, transformée en celui *A C*, ſera conſiderable, plus le rais ſera facile à rompre, & qu'il ſe rompra de ce côté-là.

Car ſi de l'extrémité *C* du rais incliné *A C*, l'on éleve la verticale *C E*, & que du centre *A* de la roue qui eſt le point de rencontre de tous les rais, l'on mène l'horizontale *A E*, perpendiculaire ſur cette verticale *C E*; pour-lors la verticale *C E* exprimant la charge que la roue *A* reçoit, l'horizontale *A E*, ou ſon égale *B C*, exprimera le levier que cette même charge employe pour rompre le rais *A C*, d'où il réſultera un momentum de *A E*, multiplié par *E C*, qui fera effort ſuivant la direction *E C*, pour rompre *A C*. Donc la roue ſe doit rompre en deſſous de la charrette. Si au contraire les rais étoient

dans

dans les directions inclinées *AG*, *AF* dans les deux roues de la charrette, ses rais se contrebutteroient & ne pourroient point casser, à moins qu'il n'arrivât un cas extraordinaire.

Donc lorsqu'une roue casse, ce doit être plus ordinairement lorsque le rais de l'une est perpendiculaire comme *AH* sur le sol, dans le tems que le rais de l'autre roue est incliné comme *AC*; parce que pour-lors, la charge que la roue supporte, employera le levier *AE* pour rompre le rais *AC*, avec d'autant plus de facilité que l'essieu *AA* présente dans cet état un plan incliné *AA*, sur lequel le centre de gravité de la charge entiere de la charrette se trouvera d'autant plus porté sur le rais *AC*, que son inclinaison sera grande, sur-tout si le sol est encore incliné de ce côté-là; & dans la rupture du rais *AC*, le rais *AH* se transformera en celui *AF* en contrebuttant.

L'on voit qu'attendu l'assemblage des jantes à tenon & mortoise, & les bandes de fer qui les retiennent dans la forme circulaire qu'elles doivent avoir, le rais *AC* ne cassera point que les autres rais ne cèdent, ni même que quelque jante ne se détruise, soit en s'éclatant ou se fendant, soit en rompant leur tenon, & en même tems que quelque bande ne se détache absolument; puisque toutes les parties quelconques de la roue, tendent ensemble à leur conservation mutuelle, & qu'une partie ne peut pas se détruire que la roue ne change de forme, & ne sorte de la surface d'un cône droit, dans la-

laquelle tous les rayons ſont placés; d'où l'on voit que cette forme conique eſt avantageuſe, & que par conſéquent la force & le grand nombre des rais ſont également néceſſaires, pour avec leurs jantes bien aſſemblées & bandées, & leur moyeu renforcé, conſerver à la roue ſa forme & ſa réſiſtance; & que ſur-tout aux charrettes qui ſont deſtinées à voiturer de lourds fardeaux, l'on ne peut faire les moyeux trop gros ni trop longs, puiſque ſans ſe trouver trop affoiblis, ils pourront recevoir autant de mortoiſes que l'on voudra mettre de rais, qui ſe trouveront d'autant moins saillans, & par conſéquent d'autant plus renforcés que le moyeu ſera gros; outre que ce n'eſt point par l'affoibliſſement que ces mortoiſes cauſent au moyeu que la roue périt, puiſque ſur-tout quand le moyeu eſt long, on peut l'armer de bandes de fer (que l'on nomme frettes) autant & auſſi fortes que l'on voudra: de ſorte que ſi la roue périt, c'eſt plutôt par les jantes, qui étant mortoiſées tout à travers pour recevoir les tenons des rais, ſe fendent & s'éclatent.

Quoique les jantes n'aient pas beſoin d'une épaiſſeur conſiderable, cependant il leur en faut donner une d'autant plus grande que les tenons des rais ſeront plus forts.

Il faut encore avoir attention que les jantes ſoient faites de courbes naturelles, afin que leurs fibres ne ſoient point coupées, comme auſſi de n'y laiſſer aucun aubier; car ſi l'aubier eſt dans la partie concave de la jante, le tenon du rais fera éclater l'aubier, & ce

rais sera comme inutile: si au contraire l'aubier est dans la partie convéxe de la jante, les bandes, & particulierement les bouts des bandes seront forcés par la charge à entrer dans la jante, & la roue perdant sa rondeur, sera plus difficile à rouler, & ira par sauts & secousses qui contribueront beaucoup à sa destruction entiere, & à casser la bande qui porteroit à faux.

SCHOLIE.

☞ L'écu des roues, c'est-à-dire cette forme de section conique, porte avec elle plusieurs avantages.

1°. Ces roues qui dans les carosses & dans les chaises roulent ordinairement avec vîtesse, ont par leur forme conique, (dont, comme nous l'avons déja dit, le sommet est du côté de la caisse) l'avantage par leur direction de jetter leurs éclaboussures plutôt en dehors que du côté de la caisse.

2°. Cette forme de roue permet par sa saillie en dehors, que la caisse soit renflée vers le siege; ce qui donne à ces voitures une commodité très considerable.

3°. Cette même forme de roue permet à la caisse les mouvemens indispensables qu'elle a sur les côtés par ses oscillations, occasionnées tant par ses suspensions ordinaires, que par les inégalités des chemins, sans pour cela rencontrer la roue, qui dans sa partie supérieure déverse en dehors, pour l'éviter & lui donner le champ nécessaire à ses balancemens, dans le tems même que le rais infé-

rieur

rieur qui sert de point d'appui, se trouve vertical au sol qu'elle parcourt, & cela au moyen du cambre que l'on donne à la partie de l'essieu qui occupe le moyeu.

4°. Cette roue de figure conique est selon le méchanisme qui est employé dans sa construction, beaucoup plus solide, c'est-à-dire, beaucoup moins facile à changer de figure, & par conséquent beaucoup moins facile à rompre, que si elle étoit d'une figure plane (qui est celle de toutes la plus facile à plier), parce que ses rais sont tous autant de ressorts occupés mutuellement à la conservation de cette figure conique qu'on lui a donnée, & à laquelle on l'a assujettie, tant par l'union des jantes en forme circulaire, que par la bande qui renferme & contient le total dans sa premiere forme; ce qui n'arrive point dans la figure plane, où une partie peut cèder sans que l'autre s'y oppose, au-lieu que dans la figure conique lorsqu'un rais est forcé, tous les autres le sont à la fois, puisqu'une partie quelconque de cette roue conique ne peut changer de place que toutes les autres n'en soient, pour ainsi dire, averties & ne s'y opposent, puisqu'il se trouve entre elles une parfaite adhésion & une mutuelle correspondance, pour conserver cette forme conique.

Il est vrai que cet écu, c'est-à-dire, cette saillie en dehors, demanderoit à ces roues une plus grande voie que si elles étoient planes; mais cette saillie se trouve rachetée par le moyeu qui est incliné sur le sol, de la même quantité que ce même écu cherche à s'en écarter, & qu'il est saillant ou incliné

du côté opposé à la caisse; en sorte que tout consideré, il me paroît que cette forme est la plus avantageuse que l'on puisse donner aux roues, sur-tout appliquées aux carosses & aux chaises, & qu'il convient de conserver aux moyeux le plus de grosseur & de longueur qu'il sera possible, sans cependant devenir trop disgracieux.

SECOND MEMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ.

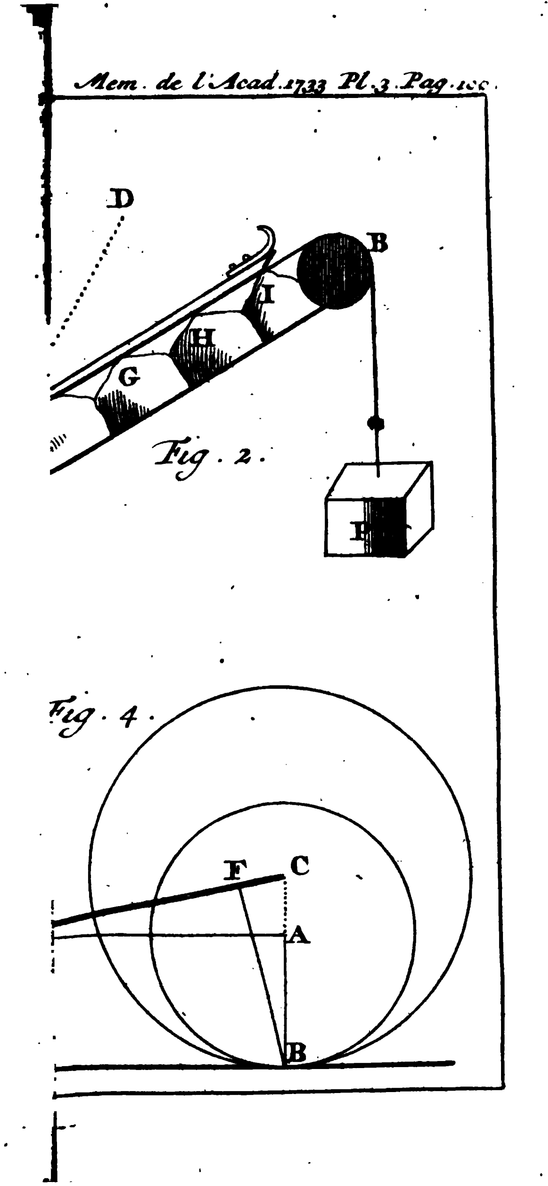
Par M. DU FAY. *

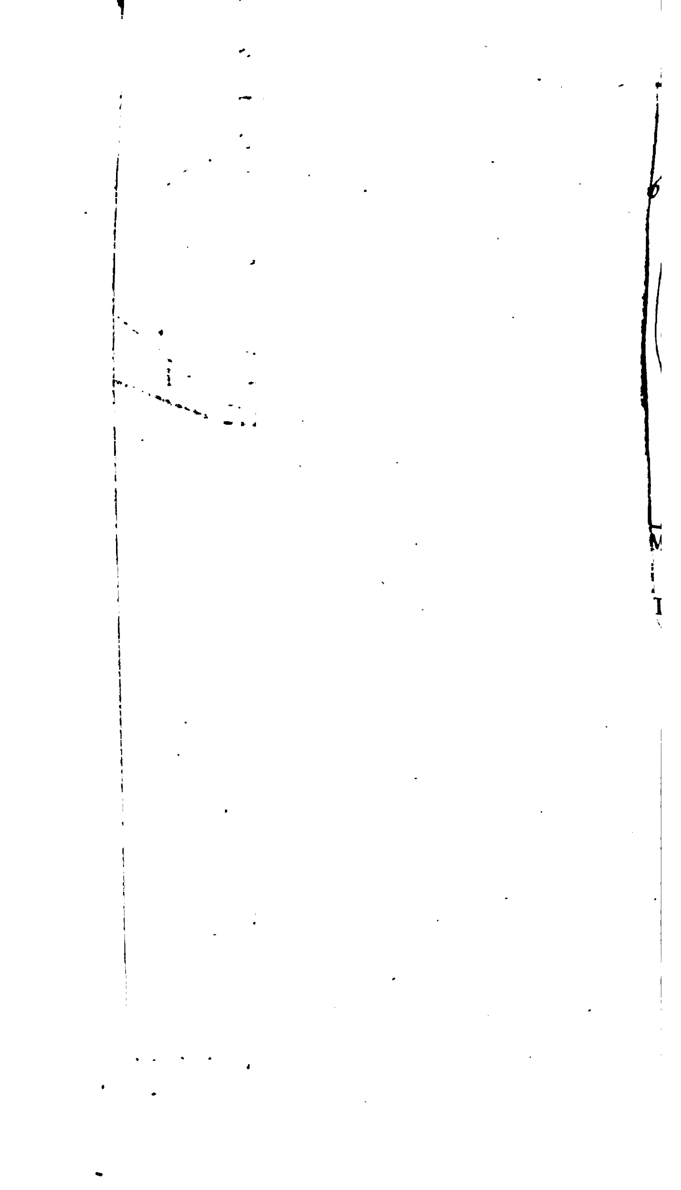
Quels sont les Corps qui sont susceptibles d'Electricité.

IL se présente, comme on le voit par le premier Mémoire que j'ai donné sur l'Electricité, plusieurs objets à considerer qui méritent d'être examinés chacun en particulier, & qui peuvent fournir un grand nombre de nouvelles découvertes; je vais exposer ces differens objets, & je rapporterai ensuite, tant dans ce Mémoire, que dans les suivans, les expériences que j'ai faites sur chacun en particulier.

Il s'agit, 1°. De savoir si tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes; si ceux dans lesquels on ne sauroit parvenir à

* 22 Mai 1733.

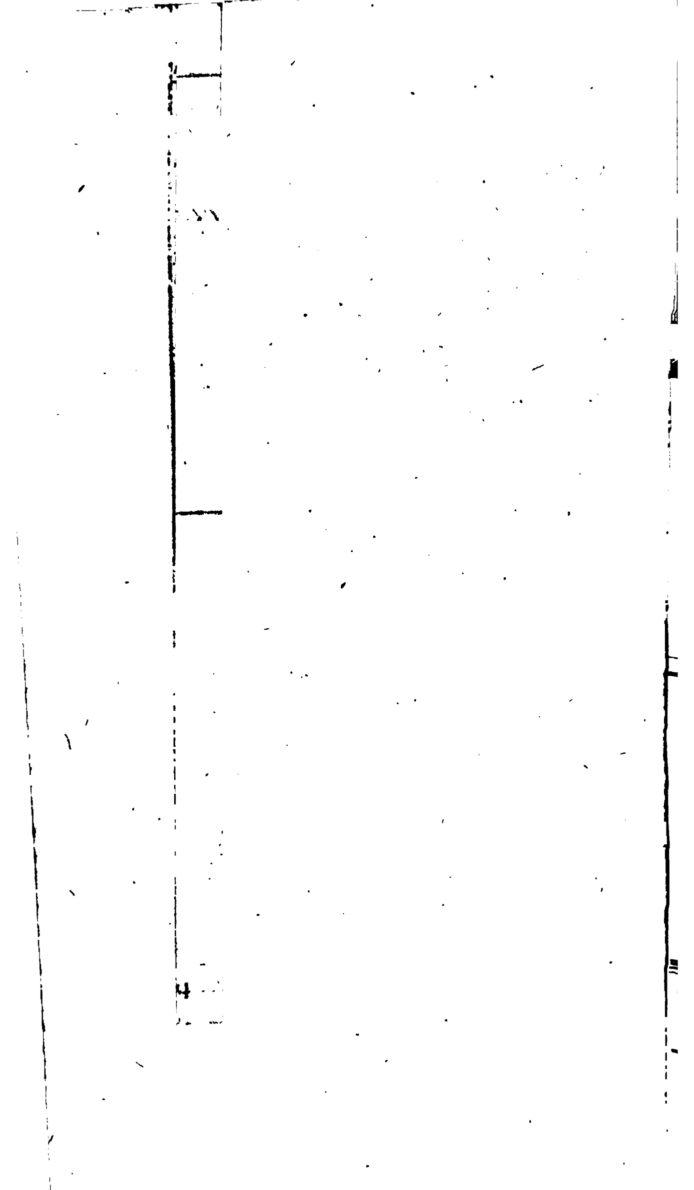

D
B
I
H
G
Fig. 2.
Fig. 4.
F
C
A
B



6.

A
F G
E
P B
M D C

I
L
A
F
M
C
B
N



A

H

F

à exciter cette vertu, ne ſont tels, que parce qu'ils ne ſont pas ſuſceptibles d'un frottement convenable; enfin ſi l'électricité eſt une qualité commune ou applicable à toute la matiere. 2°. Si toute matiere eſt ſuſceptible de contracter cette vertu, ſoit par l'attouchement immédiat d'une corde, ou de tout autre corps continu qui eſt attaché au corps électrique, ſoit par la ſimple approche du corps électrique. 3°. Quels ſont corps qui peuvent arrêter, ou faciliter la tranſmiſſion de cette vertu, ſoit qu'elle ſe faſſe par le moyen d'une corde, d'une baguette, ou de la ſeule approche du tuyau; & quels ſont ceux qui ſont le plus vivement attirés par les corps électriques. 4°. Ce qu'a de commun, la vertu qu'ont les corps électriques de repouſſer, avec celle d'attirer; & ſi ces deux propriétés ſont liées l'une à l'autre, ou indépendantes l'une de l'autre. 5°. Quelles ſont les circonſtances qui peuvent apporter quelque changement à l'électricité pour l'augmentation ou la diminution de ſa force, comme le vuide, l'air comprimé, la température de l'air, &c. 6°. Quel rapport il y a entre l'électricité, & la faculté de rendre de la lumiere qui eſt commune à la plupart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport. Ces ſix differens objets ſemblent renfermer tout ce qui concerne l'électricité: les deux premiers, qui ſont ceux qui ont le plus de liaiſon entre eux, feront la matiere de ce Mémoire.

ARTICLE I.

Si tous les Corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes.

Une proposition aussi générale auroit paru bien étrange lorsqu'on ne connoissoit cette propriété que dans l'Ambre, & dans un petit nombre d'autres corps dont on s'étoit avisé de faire l'épreuve; mais après ce que nous venons de voir des découvertes qui ont été faites sur ce sujet, on est disposé à croire que tous les corps peuvent devenir électriques par eux-mêmes, & que cette vertu est une propriété commune à tous les corps, quoiqu'elle ait été jusqu'à présent inconnue, & regardée seulement comme particuliere à quelques-uns: c'est ainsi que nous avons vu * tous les corps devenir des éponges de lumiere, tandis que la Pierre de Boulogne avoit été pendant plus d'un siecle seule en possession de cette propriété, que l'on trouvoit alors si singuliere.

L'Electricité semble être moins éloignée de devenir générale, par les differens corps que nous avons reconnu pouvoir l'acquérir; cependant, comme plusieurs habiles Physiciens ont travaillé dans cette vue, sans y pouvoir parvenir, & que la plupart ont soutenu qu'il y avoit des matieres qui ne pouvoient devenir électriques, il a falu apporter dans les expériences plus de soin & d'attention,

* *Mém. Acad.* 1730. *p.* 748 & *suiv.*

tention, & il s'y est trouvé plus de difficultés que dans la recherche des Phosphores, dont personne ne s'étoit avisé jusqu'à présent.

Les matieres qui ont été les premieres reconnues électriques, sont l'Ambre, les Résines, les Bitumes, & les Pierres précieuses; entre ces dernieres il y en a qui ont été soutenues électriques par quelques Auteurs, tandis que d'autres le nioient; on a même vu quelque chose de plus singulier, c'est que Boyle dit avoir deux Cornalines, dont l'une étoit électrique, & l'autre n'avoit jamais pu le devenir. Ces bizarreries & ces contrariétés m'ont fait examiner la chose avec plus d'attention, & m'ont engagé à faire plusieurs fois les mêmes expériences que je vais décrire en peu de mots, après les avoir divisées par matieres principales.

Toutes les matieres résineuses, bitumineuses ou grasses, qui ont assez de solidité pour être frottées, sont électriques: telles sont l'Ambre, le Jayet, l'Asphalte, la Gomme copal, la Gomme lacque, la Colophone, le Mastic, le Souphre, la Cire blanche, le Vernis de la Chine, &c.

On croira aisément que toutes ces matieres ne sont pas également électriques; mais un détail de leurs differens degrés de force seroit très difficile, nous meneroit trop loin, & ne seroit d'aucune utiltié: je me contenterai de remarquer les differences les plus considerables. Le Vernis de la Chine, par exemple, est beaucoup moins électrique que toutes les matieres que je viens de nommer, & il a besoin d'être chauffé assez fortement avant

que d'être frotté. Je dirai à cette occasion qu'il y a plusieurs corps qu'il m'a été impossible de rendre électriques sans les avoir chauffés auparavant, & que ceux même qui n'ont pas besoin de cette préparation, le deviennent beaucoup plus fortement lorsqu'on les a chauffés, ou du moins parfaitement sechés.

Il ne manque aux autres corps résineux ou bitumineux pour devenir électriques, que la solidité nécessaire pour être frottés: car si on mêle avec la Poix, ou la Terebenthine, assez de brique pilée, pour en faire un corps dur, on les rendra électriques par le frottement; ainsi, voilà déja une Espece générale, & une nature de corps qui sont tous susceptibles d'électricité par le simple frottement.

Ceux qui sont le plus connus ensuite pour avoir la même propriété, sont d'une nature bien differente; ce sont les Pierres précieuses transparentes : je les ai toutes essayées, & je n'ai pas trouvé que leur vertu fût plus grande, à raison de leur dureté, ou de leur transparence; voici à peu près l'ordre qu'elles tiennent entre elles, suivant leur degré de vertu. Le Diamant blanc est ordinairement le plus électrique de toutes, sur-tout celui qui est brillanté, car celui dont les faces sont plus larges, l'est beaucoup moins; les Diamans de couleur, & principalement les jaunes, le Grenat, le Péridore, la Pseudopale, ou Oeil de chat, le Saphir de toutes especes, le Rubis, la Topase, l'Améthyste, le Crystal de roche, (je comprends sous ce nom les Cailloux du Rhin, de Médoc, & autres),

tres) l'Emeraude, l'Opale, la Jacinte. On conçoit assez qu'il se rencontre de grandes variétés dans la vertu de ces differentes pierres; mais il y a tant de circonstances desquelles elles peuvent dépendre, qu'il est absolument inutile de s'y arrêter.

Je mettrai encore dans la classe des corps électriques, les Verres de toutes especes, & de toutes couleurs, mais plus que tous le Verre blanc & transparent, la Porcelaine, la Fayence, la Terre vernissée, le Verre de Plomb, d'Antimoine, de Cuivre, enfin toutes les vitrifications; le Talc de Venise, & celui de Moscovie, le Phosphore de Berne, le Gyps, & les Sélénites transparentes, & généralement toutes les pierres transparentes, de quelque nature qu'elles soient.

Venons maintenant aux pierres opaques en totalité, ou en partie. La plupart des Auteurs qui ont écrit sur cette matiere, assurent qu'elles ne peuvent point devenir électriques, & je ne connois personne qui ait dit y avoir réussi sur aucune; nous avons seulement vû que Boyle a trouvé une Cornaline électrique, quoique les autres ne le fussent point: mais il assure, ainsi que tous ceux qui ont écrit sur ce sujet, que les Agates, les Jaspes, les Marbres, &c. ne le peuvent devenir. J'ai été aussi dans la même opinion, lorsque je me suis tenu à la méthode ordinaire, & qui suffit pour les matieres dont nous avons parlé jusqu'à présent; mais la maniere de rendre électriques ces dernieres étoit si simple, que je ne comprends pas qu'on ne s'en soit point avisé: on savoit qu'en chauffant le corps a-

vant que de le frotter, on augmentoit considerablement son électricité; il étoit facile d'imaginer qu'il pouvoit y avoir des corps dans lesquels cette vertu étoit si foible, qu'elle avoit besoin de chaleur pour être sensible. C'est en effet toute la préparation qu'il faut faire, & par ce moyen j'ai rendu électriques les Agates & Jaspes de toutes les especes que j'ai essayées, le Porphyre, le Granit, les Marbres de toutes couleurs, & de tous les degrés de dureté, l'Aimant, le Grès, l'Ardoise, la Pierre de taille; ensorte que je crois qu'il seroit très difficile de trouver quelque espece de pierre qu'on ne pût rendre électrique par cette voie. Il est vrai qu'on peut considérer deux classes dans lesquelles se doivent ranger toutes les pierres; les unes sont électriques sans autre préparation que le frottement, & les autres ont besoin d'être chauffées précédemment, & même quelques-unes très vivement; telles sont les Jaspes, les Agates opaques, les Marbres les plus durs; il faut qu'ils soient très chauds, longtems frottés, & l'électricité qu'ils acquierent est peu considerable: il m'a paru que les pierres les plus dures avoient besoin d'être plus chauffées, & étoient moins électriques que les autres; le Marbre noir, par exemple, est moins électrique que le blanc, & le Marbre blanc moins que la Pierre de taille; cette loi néanmoins ne paroit être observée que dans les corps opaques, car le Diamant semble être la plus électrique des pierres fines, & le Péridore qui est très tendre, l'est plus que le Saphir. J'aurois été tenté de croire que ces diffe-

differences dépendent de la couleur de la pierre; mais je n'ai pas trouvé que cela fût exact, & j'examinerai ce point sur des matieres plus homogènes, les pierres naturelles étant très peu propres à cet examen par les grandes variétés qui se rencontrent, tant dans celles de differentes especes, que dans celles qui sont de même nature & de même espece; il nous doit suffire pour le présent, de savoir que toutes les pierres sont vraisemblablement susceptibles d'électricité, car n'en ayant trouvé aucune qui ne le fût, & en ayant essayé un très grand nombre, il est à présumer que c'est une qualité commune à toutes les pierres.

Si maintenant on ajoute aux corps dont nous venons de parler, ceux qui ont été reconnus électriques par les Auteurs que nous avons cités dans le premier Mémoire, on verra que le nombre en devient prodigieux; car nous avons vu que toutes les matieres filées, comme soie, laine, fil, coton, sont de ce nombre; les plumes, les cheveux, le poil de tous les animaux morts ou vivans: entre ceux-ci, ce qui m'a paru le plus singulier, c'est le dos du chien, & principalement celui du chat; l'un & l'autre sont fort électriques, & sur-tout ceux dont le poil est le plus rude, pour peu qu'on y ait passé la main trois ou quatre fois, ils attirent & repoussent des petits flocons de laine ou de plume. On a vu aussi que le papier, le parchemin, le cuir, pouvoient le devenir; mais ce sont-là les corps électriques, que je nomme de la seconde classe, car ils ont besoin

d'être chauffés, & même vivement, pour que leur vertu ſoit excitée. J'ai reconnu par expérience qu'on pouvoit mettre dans cette claſſe, la paille, & toutes les herbes ſeches, l'yvoire, les os, la corne, l'écaille, la baleine, les coquilles de toutes eſpeces; la plupart de ces matieres demandent à être chauffées juſqu'à être rouſſies, ou commencées à bruler, pour que leur vertu ſoit manifeſtée. Je ne doute pas qu'on ne la trouve de même dans les matieres qui peuvent être analogues à celles-là, & que je n'ai pas eſſayées, par l'impoſſibilité qu'il y a de tout eſſayer, & le tems infini que cela demanderoit: je me ſuis donc contenté d'en éprouver un certain nombre de chaque eſpece, & je crois qu'on peut, ſans trop de hardieſſe, préſumer qu'il en eſt de même des autres.

J'ai fait, par exemple, l'examen des bois, & j'y ai trouvé d'abord des variétés, &, pour ainſi dire, des caprices qui m'ont étonné: venant enſuite à examiner de plus près, j'ai reconnu que des brouillards, de l'humidité, qui avoient pénétré les pores du même bois plus avant dans des endroits que dans d'autres, étoient la cauſe de tous ces caprices: enfin il réſulte de mes expériences, que tous les bois dont je me ſuis aviſé de faire l'épreuve, ſont, ou peuvent devenir électriques. Nous avons vu que M. Gray avoit trouvé que les copeaux de ſapin l'étoient: quant à moi je n'ai point trouvé de bois qui ne le fût, mais avec des differences qui méritent extrêmement d'être remarquées par l'analogie qui s'y rencontre, avec ce que nous avons vu arri-

arriver à l'égard des pierres, dont les plus dures demandent à être chauffées plus vivement que les autres pour que leur vertu puisse être excitée: car il arrive la même chose dans les bois; les plus durs, tels que le buis, l'ébène, le gayac, &c. doivent être chauffés très vivement, & même roussis & prêts à bruler; le santal, le chêne, l'orme, le frêne, &c. le doivent être un peu moins; & enfin le tilleul, le sapin, l'ozier, le liège, &c. sont ceux de tous qui le doivent être le moins. Ces differences sont fort sensibles, & très aisées à remarquer; car lorsque l'on fait chauffer un morceau de bois, & qu'on le frotte ensuite, on voit que dans les uns, c'est la partie qui a été le plus chauffée qui attire, au-lieu que dans les autres, c'est celle qui l'a été le moins. J'ai encore essayé la canne ordinaire, le roseau, le rottin, ou petit roseau des Indes, & plusieurs autres bois dont je ne fais aucune mention, parce qu'ils sont tous devenus électriques; ensorte qu'on peut dire à l'égard des bois ce que nous avons dit à l'égard des pierres, c'est qu'il est très vraisemblable qu'il n'y en a aucun qui ne puisse acquérir la vertu électrique en le chauffant d'abord, & le frottant ensuite plus ou moins fortement, ou plus ou moins longtems.

Quoique mon dessein ne soit pas de parler ici de toutes les matieres qui sont susceptibles d'électricité, parce que ce seroit faire l'énumération de tout ce qui est renfermé dans la Nature; il y en a néanmoins encore quelques-unes qui méritent qu'on en dise un

mot en particulier; tels sont les gommes aqueuses, & les sels; les premieres ne m'ont point paru électriques en les frottant simplement sans les chauffer, & lorsque je les ai voulu chauffer, elles se sont amollies, ensorte qu'elles ne peuvent plus être frottées, ainsi elles deviennent dans le cas des matieres que leur consistence ne permet pas de mettre au rang des corps électriques. Il en est de même de la colle-forte, de la colle de poisson, & des autres matieres semblables.

A l'égard des sels, je n'ai essayé que l'alun, & le sucre candi, qui, tous deux, sont devenus électriques en les chauffant, & les frottant ensuite: mais outre que les sels sont à peu près dans le cas des corps dont nous venons de parler, puisque plusieurs s'humectent en les chauffant, ils ont encore l'inconvénient de s'altérer pour la plupart en les approchant du feu, ce qui jette dans ces expériences des difficultés qui ne méritent pas d'être surmontées. Il faut de plus que les sels soient exactement polis pour les pouvoir frotter commodément: de façon que je m'en suis tenu aux deux dont je viens de parler, que j'ai reconnu très sensiblement être électriques, & qui me font présumer que les autres le seroient de même, si l'on vouloit se donner la peine de prendre toutes les précautions qui seroient nécessaires pour y parvenir.

Il ne reste plus que les métaux: mais quelque peine que je me sois donnée, & de quelque maniere que je m'y sois pris, je n'ai pu parvenir, non plus que M. Gray, à les rendre électriques; je les ai chauffés, frottés,

limés,

limés, battus, sans y remarquer d'électricité sensible; j'ai cru quelquefois y appercevoir quelque légere vertu, mais cela ne s'est pas confirmé, lorsque j'ai examiné la chose de plus près. Je ne voudrois pas assurer néanmoins qu'ils ne pussent le devenir par quelque voie que je n'ai point tentée, & dont quelqu'un s'avisera peut-être un jour: mais je n'ai pas cru que cela valût la peine de mettre beaucoup de tems & de soins à une chose, que le hazard me présentera peut-être dans le moment que j'y penserai le moins. Qu'il nous suffise, quant à présent, de savoir, qu'à l'exception des métaux, & des corps que leur fluidité ou leur mollesse met hors d'état d'être frottés, tous les autres qui sont dans la Nature sont doués d'une propriété qu'on a cru longtems particuliere à l'Ambre, & qui, jusqu'à présent, n'avoit été reconnue que dans un petit nombre de matieres.

De ce que les métaux ne sont point rendus électriques par les moyens que je viens d'indiquer, il résulte l'éclaircissement d'un point qui me faisoit quelque peine, & qui fournissoit une objection contre l'universalité de cette propriété; car nous avons vu dans le Mémoire précédent, que le tuyau rendu électrique communiquoit sa vertu aux corps qu'il touchoit ou qu'il approchoit seulement sans les toucher: or, on pourroit croire que la laine, la soie, ou le papier, dont on se sert pour frotter les pierres, marbres, agates, &c. leur communiquent cette propriété par le seul attouchement, & qu'ainsi c'est le

cas

cas de l'approche du tuyau, & non une vertu particuliere à chacun de ces corps, qui seroit excitée en eux par la chaleur, & par le frottement. Mais ce qui arrive aux métaux détruit cette objection, car ils sont pour le moins aussi susceptibles que tous les autres corps, de contracter l'électricité par l'attouchement du corps électrique, & cependant quelque longtems qu'ils soient frottés sur la laine, la soie, &c. ils ne contractent aucune vertu; ce qui prouve que si les pierres, les bois, les sels, & autres corps en acquierent par ce moyen, c'est parce qu'elle est réellement excitée en eux, & qu'ils doivent par conséquent être mis dans la classe des corps électriques par eux-mêmes.

ARTICLE II.

Nous nous sommes proposés d'examiner maintenant si tous les corps peuvent devenir électriques, soit en les attachant au bout d'une corde liée à l'extrémité du corps électrique, soit par l'attouchement, ou simplement l'approche d'un corps dans lequel cette vertu a été puissamment excitée. Si l'on se borne à cet examen, la question sera bientôt décidée; car M. Gray rapporte un grand nombre de corps qu'il a attachés au bout de la corde qui étoit liée au tuyau, & il a toujours trouvé qu'ils devenoient électriques, de quelque forme & de quelque matiere qu'ils fussent. J'ai éprouvé la même chose, & tous les corps que je me suis avisé d'y attacher, le sont devenus, jusqu'à l'eau, lorsque

que j'y ai fait tremper le bout de la corde; il est vrai que tous ne le sont pas également, mais comme cette inégalité peut venir de la difference de la forme, ainsi que je l'ai éprouvé, comme de celle de la matiere, je n'y ai eu aucun égard, & je me suis contenté de voir que tous les corps, sans exception, peuvent contracter la vertu électrique par ce moyen.

L'autre moyen par lequel cette vertu peut être communiquée aux differens corps, a quelque chose de plus singulier; ce n'est plus, comme dans le cas précédent, une transmission causée par une continuité de corps, c'est la seule approche du corps électrique sans aucun contact; & cette vertu ne laisse pas d'être excitée très puissamment par ce moyen, & de durer quelque tems: voici de quelle maniere il m'a paru qu'il faloit s'y prendre, pour y réussir le mieux qu'il est possible.

J'ai déja parlé de ces petits guéridons d'environ un pied de haut, sur lesquels on pose les feuilles d'or ou autres corps légers qu'on veut exposer à l'action des corps électriques; c'est de pareils guéridons qu'il faut se servir, afin que les écoulemens électriques ne se répandent pas trop au loin, ce qui arriveroit si l'on se servoit d'un appui ou support dont le volume seroit plus considerable: cette circonstance est non-seulement essentielle à observer, mais le choix de la matiere du guéridon est encore très important, comme l'on va voir par les expériences suivantes.

En me servant d'un guéridon de bois, j'ai remarqué qu'il n'y avoit que les corps capables

bles de devenir électriques par le simple frottement, qui contractassent cette vertu par l'approche du tuyau ; ensorte que mettant sur un guéridon de bois un morceau de métal, de bois, de pierre, &c. ces matieres n'acqueroient presque point d'électricité sensible ; je ne dis pas qu'ils en fussent absolument dénués, mais il faloit en approcher le tuyau à plusieurs reprises pour y exciter une vertu très foible, & même souvent je n'en ai remarqué aucune ; mais lorsque j'ai mis sur le même guéridon un morceau d'ambre ou de cire d'Espagne, l'approche du tuyau les a rendus électriques ; cette vertu n'étoit pas à la vérité bien considérable, mais ils attiroient & repoussoient très sensiblement de petites parcelles de coton.

J'ai fait les mêmes expériences avec des guéridons de métal, je me suis servi pour cet effet de chandeliers d'argent & de cuivre ; il est arrivé précisément la même chose qu'avec celui de bois, soit que ces guéridons aient été chauffés ou non, c'est-à-dire que l'ambre & la cire d'Espagne posés dessus, ont acquis de l'électricité par l'approche du tuyau, mais que les métaux, le bois, la pierre, n'en ont point contracté.

Je me suis servi ensuite d'un guéridon de verre blanc, haut de 8 à 9 pouces, dont la base avoit 4 pouces de diametre, & la partie supérieure 3 : il est arrivé avec ce guéridon, sans l'avoir chauffé, à peu près les mêmes phénomenes qu'avec les deux autres ; le métal & le bois avoient néanmoins contracté quelque vertu, mais beaucoup moins que la cire

cire d'Espagne & l'ambre; en tout, l'effet de ce guéridon n'étoit gueres different des autres. Je le fis chauffer ensuite, & je répétai les mêmes expériences; je n'avois fait que l'approcher du feu pendant quelques instans, de maniere que la chaleur en étoit très supportable, même en l'appliquant au visage, & à proprement parler, ce n'étoit que l'avoir parfaitement seché: tous les corps que je mis alors sur ce guéridon, acquirent une vertu très considérable par l'approche du tuyau; le bois, les métaux, l'agate, la pierre, une orange, un livre, enfin tout ce que je m'avisai d'éprouver devint très électrique, & je doute qu'il y ait quelque corps dans la Nature qui ne le devienne par ce moyen. On peut bien juger que cette vertu n'est pas également excitée dans tous les corps; mais ce qu'on ne s'aviseroit pas de soupçonner, c'est que ceux dans lesquels elle est la moindre, sont ceux qui l'acquierent le plus facilement par le simple frottement, tels que sont l'ambre, la cire d'Espagne, le verre blanc, &c. ces matieres ne contractent pas à beaucoup près autant de vertu qu'un morceau de cuivre, de bois, un livre, &c. C'est précisément ici le contraire de ce que nous avons vu arriver en se servant des guéridons de bois, ou de métal; car les corps les plus électriques par eux-mêmes, étoient les seuls qui pussent acquérir quelque vertu, & les autres n'en recevoient aucune sensible.

Cette observation n'est pas du genre de celles que l'on peut prévoir, & n'est due qu'aux seules expériences: quelque éloignée

qu'elle

qu'elle paroiſſe des idées les plus naturelles, on verra par l'uſage que nous en ferons dans la ſuite, qu'elle contribuera peut-être plus qu'aucune autre à nous donner quelque éclairciſſement ſur la nature de l'électricité. Pour m'aſſurer davantage de l'effet des differens guéridons, j'en ai fait un de cire d'Eſpagne, dont les proportions étoient à peu près les mêmes que celles de celui de verre que j'ai décrit, pour voir s'il réuſſiroit de même, & je n'y ai pas remarqué de difference ſenſible; les corps qui acquéroient le plus d'électricité ſur celui de verre, étoient auſſi les plus électriques ſur ce dernier, & l'ambre, la cire d'Eſpagne, le verre, &c. étoient ceux qui contractoient le moins de vertu. On voit que cela confirme l'obſervation que nous venons de rapporter, & qu'on la peut regarder comme une des loix générales de l'électricité.

Nous avons vu dans la premiere partie de ce Mémoire, que les liqueurs pouvoient devenir électriques; la ſeule maniere d'y réuſſir par l'approche du tuyau, eſt de les mettre dans un petit vaſe de verre, de porcelaine ou de fayence, & de poſer ce vaſe ſur un guéridon de verre ou de cire d'Eſpagne, car on le tenteroit en vain ſur un de bois ou de métal; on fera la même choſe avec un morceau de glace ou de la neige, & la vertu en eſt plus ſenſible, car on ne peut appercevoir celle de l'eau, qu'en tenant ſur ſa ſurface un fil délié ou un cheveu, au-lieu que celle des corps ſolides ſe reconnoit facilement avec un petit morceau de coton.

Il

Il résulte donc de cet examen, que tous les corps peuvent devenir électriques par l'approche du tuyau de verre, frotté d'une maniere convenable à exciter en lui cette vertu.

La seule exception à cette loi générale que j'aye remarqué, est que la flâme d'une bougie allumée ne devient point électrique par ce moyen: mais cela vient sans doute de ce que les parties de flâme ne subsistent qu'un moment les mêmes; d'ailleurs la flâme n'est point attirée par les corps électriques, & cette singularité mérite un examen particulier, dans lequel nous entrerons peut-être dans la suite; mais ce que nous pouvons assurer quant à présent, c'est que cela ne vient point de la chaleur ou de l'embrasement; car un fer rouge & un charbon ardent posés sur le guéridon de verre, le deviennent extrêmement: ainsi ce cas particulier n'est point une exception à l'observation générale que nous avons rapportée, qui est que tous les corps peuvent devenir électriques par la simple approche d'un autre corps dans lequel cette vertu a été excitée.

UNE

UNE BASE QUI EST EXPOSÉE au choc d'un Fluide étant donnée, trouver l'espece de Conoïde dont il faut la couvrir, pour que l'impulsion soit la moindre qu'il est possible?

Par M. BOUGUER. *

LORSQUE le solide qui est exposé au choc d'un fluide, est un conoïde parfait, ou que sa base est exactement circulaire, nous connoissons déja la figure qu'il doit avoir. M. Newton s'étoit contenté dans ses Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle, de réduire la difficulté à une question de pure Géométrie; au-lieu que Mrs. de l'Hôpital, Bernoulli, Fatio & Herman, ont résolu entierement le Problême, par une méthode tout-à-fait differente. Une découverte si susceptible d'application, devoit, ce semble, être admise avec empressement dans la Pratique: elle ne l'a cependant point encore été, & ce qui en est peut-être la cause, c'est qu'on a reconnu qu'elle ne convenoit qu'à un cas trop particulier. En effet, les bases qu'il s'agit de garantir du choc des fluides, ne sont presque jamais des demi-cercles, elles en sont presque toujours très differentes; & d'ailleurs le mouvement ne se fait pas le plus souvent selon le sens perpendiculaire. C'est ce qui nous a invité à résoudre le Problême d'une maniere plus étendue, non pas pour

* 5 Avril 1733.

pour réunir sous le même point de vue des vérités connues d'ailleurs, mais pour considerer la chose dans toute sa difficulté & dans l'état de complication où elle se trouve réellement. Au surplus, on sait combien on tire de secours d'une solution particuliere, lorsqu'on veut en former une générale : ainsi, quoique notre Analyse, indépendamment de sa longueur, soit beaucoup plus difficile que l'autre, & qu'elle nous conduise aussi à quelques remarques assez curieuses, nous ne saurions trop reconnoitre combien y ont de part les excellens Mathématiciens que nous avons cités.

PREPARATIONS,

Et construction d'une formule qui servira à trouver l'impulsion des Fluides sur les Conoïdes, dont la base est une figure quelconque.

* Supposons que D*BD* (*Fig.* 1.) soit la base ou le plan vertical qu'il s'agit de garantir du choc, en mettant dessus le solide D*ADB*, qui doit souffrir de la part du fluide, moins d'impulsion que toutes les autres especes de conoïdes, dont on pourroit couvrir la même base. Nous nommerons b la ligne verticale BC, qui sert d'axe à ce plan; s les parties sensibles de la courbe D*BD*, qui le termine; & ds ses parties infiniment petites, comme GH, gh, &c. Si aux points G & g de la même courbe, on tire ensuite les tangentes GQ, gq, &c. jusqu'à la rencontre

* Fig. 1.

tre de la ligne horizontale * D*D*, prolongée de part & d'autre, & que du point *C* on abaisse les perpendiculaires *CN*, *Cn* sur ces tangentes, nous nommerons *z* ces perpendiculaires, & *u* les parties *CQ*, *cq* de la ligne horizontale D*D*, interceptées entre *C* & les tangentes. Toutes ces quantités que nous venons de désigner sont connues, puisque la base D*BD* est donnée, & nous connoissons églement l'angle *CAE*, que fait la direction du fluide ou son prolongement *AE*, avec l'axe *AC* du solide *A*D*BD*. Nous nommerons *m* la tangente de cet angle, & *b* sa sécante, en prenant *n* pour le sinus total; c'est-à-dire que les trois lettres *n*, *m* & *b* marqueront le rapport qu'il y a entre les trois côtés *AC*, *CE* & *AE* du triangle rectangle *ACE*, & que si le fluide venoit rencontrer la surface convexe D*ADB*, selon une direction exactement parallele à *AC*, alors *AE* tombant sur *AC*, *m* deviendroit nulle, & *b* égale à *n*. D'un autre côté, pour rendre notre solution plus générale, nous ne nous proposerons pas de trouver simplement le solide D*ADB*, qui souffre la moindre impulsion possible, selon le sens de l'axe, ou selon le sens perpendiculaire à la base, car ce ne seroit encore là qu'un cas très particulier; mais nous voulons que l'impulsion soit la moindre, selon une ligne donnée quelconque *AF*, qui fait avec l'axe *AC* un angle *CAF*, dont *p* est la tangente & *q* la sécante, pendant que *n* désigne toujours le sinus total. Enfin nous mar-

* Fig. 2.

marquerons par x les abscisses ou parties variables * $A\Sigma$, AC de l'axe AC, à commencer au sommet A, & par y les ordonnées $z\Omega$, cb de la courbe $A\Omega B$, qui forme la saillie du solide. Toutes les autres courbes AIG, $A\Phi D$, &c. ne peuvent pas être égales à celle-ci; puisque la base DBD n'est pas circulaire: mais nous supposons qu'elles ne diffèrent toutes entre elles que dans l'espece; c'est-à-dire, qu'elles sont toutes, ou des paraboles ou des hyperboles, &c. & qu'elles ont leurs ordonnées exactement proportionnelles à celles de $A\Omega B$. Ainsi on voit qu'aussi-tôt que la base DBD est donnée, & qu'on a découvert la nature de la courbe de saillie $A\Omega B$, le solide est entierement déterminé.

Toutes ces choses étant supposées, il faut que nous cherchions l'expression générale du choc du fluide, sur une zone $DBD\delta bd$ de la surface du solide. Nous ne pouvons pas, pour nous en dispenser, avoir recours aux formules de la page 52 du *Traité de la Mâture des Vaisseaux*: car quoique ces formules soient très générales, elles sont néanmoins trop limitées pour ce cas-ci, parce qu'elles ne sont faites que pour les conoïdes dont la base est exactement circulaire. La zone DbD est retranchée sur la surface du solide, par les deux plans paralleles DBD, δbd, qui ne sont éloignés l'un de l'autre que de la distance infiniment petite $Cc = dx$. Dans cette zone DbD, nous ne considérons d'abord que le petit trapeze $IGHK$, qui est compris entre les deux courbes GIA & HKA, infiniment proches l'une de l'autre, & qui à cause de sa peti-

* Fig. 1.

petiteffe infinie dans tous les fens, peut être regardé comme une petite furface plane. Du point *I** j'abaiffe fur le plan vertical *DBD*, la perpendiculaire *IL*, qui fe trouvera parallele & égale à *Cc* & à *b*⊖, & qui divifera *CG* au point *L*, en même rapport que *CB* eft divifée au point ⊖. Par la ligne *IL*, je fais paffer le plan horizontal *xIM*, qui coupera en *M* la ligne *GM* qui touche la courbe *DBD*, au point *G*; & par la même ligne *IL*, je fais paffer le plan *LOI* qui eft perpendiculaire en *O*, à la tangente *GM*, & qui nous donne les deux perpendiculaires *LO*, *IO* à cette même tangente; l'une dans le plan *DBD*, l'autre dans le plan du petit trapeze *GK*, prolongé. Enfin fi dans le plan horizontal *IML*, on conduit du point *I* la parallele *IS* à la direction *AE* du fluide, & que par le point *S* on faffe paffer le plan *STV* parallélement à *LOI*, ce plan *STV* fera perpendiculaire, de même que *LOI*, à la tangente *HM*, qui eft la commune fection du plan *MTS*, & du plan *MTV* du petit trapeze *GK*; mais le plan *STV* étant perpendiculaire au petit trapeze, il n'y a qu'à tirer dans ce plan, la ligne *SX* perpendiculairement à *TV*, & elle fera perpendiculaire au trapeze. Ainfi *SX* fera le finus de l'angle d'incidence que fait en *I* la direction du fluide avec la furface du conoïde: car puifque *IS* qui eft parallele à *AE*, eft le prolongement de la direction que fuit le fluide, en venant frapper le point *I*, l'angle *SIX*, formé par *IS* & par la furface du petit trapeze *GK*, peut être pris pour l'angle d'incidence, & *SX* en eft le finus.

Pour

* Fig. 1.

Pour parvenir à l'expression de ce sinus dont dépend, comme on le sait, la grandeur de l'impulsion, il faut que nous passions par la connoissance de diverses autres lignes. Nous trouverons OL * par cette analogie; CG est à GL, ou, ce qui revient au même, CB est à $\ominus B$, comme NC est à OL, ce qui nous donne $OL = \ominus B \times \frac{NC}{CB}$; & si à la place de $\ominus B$, on mèt son expression dy, & qu'à la place de $\frac{NC}{CB}$ on mette $\frac{z}{b}$ qui convient à toutes les coupes du conoïde, faites parallelement à la base DBD, parce qu'elles sont toutes des figures semblables, nous aurons $OL = \frac{zdy}{b}$. Et considérant ensuite que le triangle OLI est rectangle en L, & que LI est égale à Cc, ou à $\ominus b = dx$, nous aurons $OI \left(= \sqrt{\overline{OL}^2 + \overline{LI}^2}\right) = \frac{\sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}{b}$.

D'un autre côté nous trouverons ML par cette analogie $CB : \ominus B :: CG : GL :: QC : ML = \ominus B \times \frac{QC}{CB}$: & si dans cette valeur de ML nous mettons dy à la place de $\ominus B$, & $\frac{x}{b}$ à la place de $\frac{QC}{CB}$, il viendra $ML = \frac{xdy}{b}$.

Après cela nous ferons attention que les trois côtés du petit triangle ILS étant paralleles aux trois côtés du grand ACE, nous pouvons faire cette analogie, le sinus total n est

* Fig. 1.

pour l'étendue du petit trapeze* GK, & le produit de cette petite étendue par le quarré

$$\frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \pm 2 b n^3 m u z^2 dy\, dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 u^2 \times \overline{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}$$

du finus d'incidence donnera $\frac{y\, ds}{b^2 b^2 u^2}$

$$\times \frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \pm 2 b n^3 m u z^2 dy\, dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{\sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}$$

pour la petite impulfion abfolue que nous voulions d'abord découvrir.

Cette expreffion eft générale; mais comme tous les petits trapezes font pouffés felon des lignes differentes, on ne peut point encore prendre la fomme ou l'intégrale de toutes les impulfions qu'ils reçoivent: il faut auparavant que nous examinions quelle eft la partie de l'effort qui agit felon une certaine direction déterminée. Cette direction eft ici AF; & nous lui menons par le point I une parallele IT, qui fe trouve dans le plan horizontal MIT. Comme nous favons d'ailleurs que l'impulfion des fluides fur les furfaces s'exerce toujours fur une ligne perpendiculaire, nous élevons du point I la perpendiculaire IP au plan du petit trapeze $GIKH$, & nous la regardons comme la direction de l'impulfion dont nous venons de trouver la valeur $\frac{y\, ds}{b^2} \times \frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \pm 2 b n^3 m u z^2 dy\, dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 u^2 \sqrt{z^2 dy^2 + b^2 dx^2}}$.

Il eft clair que cette ligne IP fera perpendiculaire à OI, puifque OI eft dans le plan du petit trapeze; & il n'eft pas moins évident que cette ligne IP, qui eft terminée en P par

* Fig. 1.

par le plan *MQL, est dans le plan LOI, puisque ce dernier plan passe par le point I & est perpendiculaire au plan du petit trapeze. Mais enfin si du point P on abaisse la perpendiculaire PZ sur la droite IY, il est sensible que IP représentant l'impulsion absolue, la partie IZ de la ligne IY représentera la partie de l'impulsion qui s'exerce selon la direction IY. Nous n'avons par conséquent qu'à chercher le rapport de IP à IZ, & par une simple analogie, nous trouverons ensuite l'impulsion relative que nous avons interêt de connoitre.

Au-lieu d'abaisser du point P la perpendiculaire PZ pour déterminer le point Z, nous pouvons encore, si nous le voulons, laisser tomber du point P la verticale PR perpendiculairement sur MY, & du point R tirer la perpendiculaire RZ à la direction IY. On trouvera de cette maniere le même point Z que par la perpendiculaire PZ: car le plan PRZ est vertical, puisqu'il passe par la verticale PR, & aussi-tôt que la direction IY est perpendiculaire à une des lignes RZ de ce plan vertical, elle l'est pareillement à toutes les autres lignes comme PZ, qui sont dans le même plan. Cette seconde méthode de déterminer le point Z, nous fournissant un calcul plus simple, nous nous en servirons pour trouver IZ; & nous chercherons d'abord LP en considerant que le triangle ILP est semblable au triangle OLL, & en faisant cette proportion, :: $OL = \frac{zdy}{b}$

 : LI

* Fig. 1.

$: LI = dx : LP = \frac{bdx^2}{zdy}$. Nous aurons ensuite* $IP (= \sqrt{\overline{IL}^2 + \overline{PL}^2}) = \sqrt{dx^2 + \frac{b^2dx^4}{z^2dy^2}}$ $= \frac{dx\sqrt{z^2dy^2 + b^2dx^2}}{zdy}$. D'un autre côté la ressemblance des triangles rectangles MLO, PLR, nous donnera $ML = \frac{udy}{b} : OL = \frac{zdy}{b}$ $:: LP = \frac{bdx^2}{zdy} : LR = \frac{bdx^2}{udy}$. Et si après cela nous faisons attention que l'angle I du triangle rectangle ILY est égal à l'angle CAF dont p & q désignent la tangente & la sécante, pendant que n est toujours le sinus total, nous aurons $n : LI = dx :: p : LY = \frac{pdx}{n}$ $:: q : IY = \frac{qdx}{n}$. Otant ensuite LR de LY, il viendra $RY = \frac{pdx}{n} - \frac{bdx^2}{udy} = \frac{pudxdy - bndx^2}{nudy}$, ou plus généralement $RY = \frac{pudxdy \mp bndx^2}{nudy}$, en réunissant dans la même expression, les deux diverses valeurs qu'a RY dans les deux differentes moitiés du solide. Enfin, comme les triangles ILY & RZY sont semblables, puisqu'ils sont rectangles en L & en Z, & qu'ils ont, outre cela, un angle commun Y, nous pouvons faire cette proportion $IY = \frac{qdx}{n}$ $: LY = \frac{pdx}{n} :: RY = \frac{pudxdy \mp bndx^2}{nudy} : YZ$ =

* Fig. 2.

$= \frac{p^2 u dy dx \mp bnpdx^2}{nqdy}$; & il ne reſtera plus qu'à retrancher * ZY de IY pour avoir la valeur $\frac{qdx}{n} - \frac{p^2 u dy dx \mp bnpdx^2}{nqudy}$ ou $\frac{q^2 u dy dx - p^2 u dy dx \mp bnpdx^2}{nqudy}$ de IZ, valeur qui ſe réduit à $\frac{nudydx \mp bpdx^2}{qudy}$ en mettant à la place de la quantité $q^2 - p^2$ le quarré n^2 du ſinus total qui lui eſt égal. Ainſi nous avons maintenant les valeurs de IP & de IZ qui marquent la relation qu'il y a entre l'impulſion abſolue $\frac{yds}{b^2}$ $\times \frac{n^2 u^2 z^2 dy^2 \mp 2bn^2 muz^2 dy dx + b^2 n^2 mz^2 dx^2}{b^2 n^2 \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$ que ſouffre le petit trapeze GK, & l'impulſion partiale qui s'exerce ſur la direction IY: nous avons trouvé $IP = \frac{dx \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}{zdy}$, & nous venons de voir que IZ eſt égale à $\frac{nudydx \mp bpdx^2}{qudy}$. Nous n'avons donc qu'à faire cette proportion, $IP = \frac{dx \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}{zdy}$. : $IZ = \frac{nudydx \mp bpdx^2}{qudy}$ :: $\frac{yds}{b^2}$ $\times \frac{n^4 u^2 z^2 dy^2 \mp 2bn^3 muz^2 dy dx + b^2 n^2 m^2 z^2 dx^2}{b^2 n^2 . \sqrt{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$

* Fig. 1.

$: \frac{n^2 y z^3 ds}{b^2 b^2 q u^3 \times \overline{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}} \times \overline{n^3 u^3 dy^3 \pm 2bn^2 m u^2 dy^2 dx}$

$\overline{+ b^2 n m^2 u dy dx^2 \pm b n^2 p u^2 dy^2 dx + 2b^2 n m p u dx^2 dy}$

$\overline{\pm b^3 m^2 p dx^3}$; & nous aurons dans le dernier terme de l'analogie, l'impulsion relative que reçoit le petit trapeze * *GK* selon la direction *IY*, ou selon le sens parallele à *AF*.

Mais l'expression précédente en contient réellement deux autres, puisqu'elle convient à l'une ou à l'autre moitié du conoïde, selon qu'on se sert des signes supérieurs ou inférieurs. Si nous supposons que les deux moitiés du solide sont égales, rien ne nous empêche de joindre ensemble les impulsions que souffrent de l'un & l'autre côté, les petits trapezes correspondans; & alors, comme les termes affectés des signes contraires se détruiront, & que les autres termes se trouveront répétés deux fois, il nous viendra $\frac{n^2 y z^3 ds}{b^2 q b^2 u^3 \times \overline{b^2 dx^2 + z^2 dy^2}}$

$\times \overline{2n^3 u^3 dy^3 + 2b^2 n m^2 u dy dx^2 + 4b^2 n m p u dy dx^2}$,

ou $\frac{2n^5 y u^3 z^3 dy^3 ds + \overline{2b^2 n^3 m^2 + 4b^2 n^3 m p} \times y u z^3 dy dx^2 ds}{b^2 b^2 q u^3 \times \overline{b^2 n x^2 + z^2 dy^2}}$,

& c'est donc là l'impulsion relative selon le sens parallele à *AF* ou à *IY* que reçoit chaque couple de petits trapezes élémentaires dont la zone *DbD* est formée. Or nous pouvons maintenant prendre l'intégrale de cette quantité pour avoir l'effort que souffre la zone entiere: car l'impulsion totale n'est autre chose

* Fig. 1.

chose la somme de toutes les impulsions particulieres, aussi-tôt qu'elles s'exercent toutes dans le même sens. Ainsi l'effort sur toute la zone

est $\frac{2n^5}{bb^2q}\int\frac{yz^3dy^3ds}{b^2dx^2+z^2dy^2} + \frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}$

$\int\frac{yz^3dydx^2ds}{b^2u^2dx^2+z^2u^2dy^2}$, ou bien $\frac{2n^5ydy}{b^2b^2q}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$

$+ \frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}$, en divisant le numerateur & le dénominateur par dy^2, & en traitant y, dy & dx comme constantes, parce qu'elles le sont effectivement, tant qu'il ne s'agit que de chaque zone en particulier.

S'il étoit ici question de trouver l'impulsion d'un fluide sur un solide proposé * $DADB$, il n'y auroit, comme il est assez évident, qu'à intégrer une seconde fois l'expression $\frac{2n^5ydy}{b^2b^2q}$

$$\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2} + \frac{2n^3m^2+4n^3mp}{b^2q}\times\frac{ydx^2}{dy}$$

$$\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2u^2dx^2}{dy^2}+u^2z^2}.$$

La connoissance que nous aurions de la base DBD nous mettroit en état d'exprimer les lignes CQ (z), CN (u) & GH (ds) par une seule variable avec sa differentielle, ce qui rendroit la premiere intégration toujours possible, au moins par voie d'approxima-

* Fig. 1.

mation. On auroit de cette sorte l'impulsion que reçoit chaque zone; & regardant ensuite les abscisses x & les ordonnées y de la courbe* $B\,\Omega\,A$ comme variables, il n'y auroit qu'à intégrer une seconde fois pour avoir l'impulsion que souffre la surface entiere. On trouveroit de cette maniere par une seule formule les chocs relatifs selon tous les divers sens: le seul effort relatif vertical se refuseroit à cette recherche. Il faudroit, pour le découvrir, employer cette autre formule $\frac{2n^4ydx}{bb^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{n^2-z^2}}{\frac{b^2ndx}{dy^2}+nz^2}+\frac{2by^2m^2ydx^3}{b^2dy^2}$ $\int\frac{z^2ds\sqrt{n^2-z^2}}{\frac{b^2n^3dx^2}{dy^2}+n^3z^2}$ dont il n'est pas difficile de découvrir l'origine, & qui exprime l'effort relatif vertical du fluide sur chaque zone. Pour trouver cette formule, nous avons cherché la valeur de PR, qui est $\sqrt{\frac{b^2dx^4}{z^2dy^2}-\frac{b^2dx^4}{n^2dy^2}}$ ou $\frac{bdx^2\sqrt{n^2-z^2}}{nzdy}=\sqrt{\overline{LP}^2-\overline{LR}^2}$, & nous avons fait cette analogie, IP est à PR, comme l'impulsion absolue que souffrent les deux trapezes correspondans GK & gk est à l'impulsion relative verticale. Cette impulsion étant trouvée, son intégrale $\frac{2n^4ydx}{bb^2}$ $\int\frac{z^2ds\sqrt{n^2-z^2}}{\frac{b^2ndx^2}{dy^2}+nz^2}+\frac{2bn^2m^2ydx^3}{b^2dy^2}\int\frac{z^2ds\sqrt{n^2-z^2}}{\frac{b^2n^3dx^2}{dy^2}+n^3z^2}$ don-

* Fig. 1.

donne l'impulsion que souffre la zone entiere, & il ne reste plus par conséquent qu'à intégrer une seconde fois pour avoir l'impulsion que reçoit tout le solide selon le sens vertical.

SOLUTION.

* Mais pour revenir à notre Problême du solide qui éprouve de la part des fluides le moindre choc possible, il faut que nous reprenions l'impulsion

$$\frac{2n^5 y dy}{b^2 b^2 q} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2} + \frac{2n^3 m^2 + 4n^3 mp}{b^2 q} \times \frac{y dx^2}{dy} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 n^2 dx^2}{dy^2} + n^2 z^2}$$

que souffre chaque zone comme D*b D* selon le sens parallele à *A F*. Nous ne pouvons pas faire un *minimum* de cette impulsion, considerée seule : car plus on augmente la saillie de chaque zone, ou plus on augmente ϴ*b*, par rapport à ϴB, plus l'impulsion devient petite ; & cette impulsion qui diminueroit sans cesse, ne se trouveroit enfin nulle, que lorsqu'on auroit augmenté infiniment la saillie ϴ*b* de la zone. Mais nous pouvons au moins faire ensorte que deux zones consécutives D*d D*, *d*Ω*δ*, comprises entre deux courbes déterminées D*B D*, ΦΩΨ, ne soient exposées prises ensemble qu'au moindre choc possible. Nous n'avons pour cela qu'à faire varier la courbure *B b* Ω formée par les deux petits côtés *B b*, Ω*b*, en faisant avancer ou reculer le point de séparation *b* sur la petite

* Fig. 1.

ligne ΘϾ: * la convexité *BbΩ* ou *BϾΩ* étant plus ou moins grande, une des deux zones sera ensuite exposée à une plus grande impulsion; mais l'autre sera exposée en même tems à une plus petite, & des deux il pourra résulter un effort total qui sera un *minimum*. Or, pour découvrir les conditions qui donnent ce moindre, nous n'avons qu'à prendre la differentielle de l'impulsion $\frac{2n^5 y dy}{b^1 b^2 q}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+n^2}$

$$+\frac{2n^3 m^2 + 4n^3 m p}{b^4 q}\times\frac{y dx^2}{dy}\int\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 n^2 dx^2}{dy^2}+n^2 z^2}$$

de la zone D*bD*, en traitant simplement *dx* comme variable: cette differentielle sera une quantité complexe ou incomplexe R, multipliée par *ddx*; & nous aurons pour l'autre zone *d*Ω*δ* la differentielle *Rddx*, qui, au-lieu d'être affectée du signe +, le sera du signe −, parce que *bϾ* = *ddx* qui est positive ou additive par rapport à Θ*b*, est négative ou soustractive par rapport à zΩ. En un mot, nous aurons R*ddx* − *Rddx* pour la differentielle de l'impulsion que souffrent ensemble les deux zones: & comme il faut, selon la théorie des questions *de Maximis*, égaler cette differentielle à zéro, nous aurons R*ddx* = *Rddx*, & R = *R*; ce qui nous apprend que dans notre conoïde, il faut que les impulsions, differentiées & ensuite divisées par *ddx*, soient les mêmes dans toutes les zones, ou qu'elles soient égales à une quantité constante. Alors prises deux à deux, elles recevront le moindre

* Fig. 1.

dre choc possible; & la surface entiere du solide aura donc aussi la même propriété.

Mais la méthode de differentier l'impulsion $\frac{2n^5 y dy}{b^2 b^2 q} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2} + \frac{2n^3 m^2 + 4n^3 mp}{b^2 q} \times \frac{y dx^2}{dy}$

$\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 n^2 dx}{dy^2} + n^2 z^2}$, ou de trouver le changement qu'elle reçoit par la variabilité de dx, pourroit bien ne se pas présenter d'abord à l'esprit. Commençons par differentier $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$, en ne regardant donc que dx comme changeante. Je considere l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$, comme si elle exprimoit l'aire * *ACDB* de la Fig. 2; & cela en prenant les parties infiniment petites *EF* de l'axe *AB* pour ds, & les ordonnées comme *EG* pour $\frac{z^3}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$; ce qui rend le petit trapeze élémentaire *GEFH* égal à $\frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$, & par conséquent l'aire entiere *ACDB* égale à l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}$.

Cela

* Fig. 2.

Cela supposé, je fais augmenter dx de la petite quantité ddx, & je cherche le changement que cette petite augmentation apporte dans la valeur $\frac{z^3}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$ de chaque ordonnée * GE. Je trouve $\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}$ en différentiant à l'ordinaire, & c'est donc la valeur de Gg. Maintenant il est clair que si l'on multiplie cette valeur par $EF=ds$, on aura $\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}\times ds$ pour le changement $GHbg$ que souffre le trapeze élémentaire $GEFH$ ($\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$) lorsque dx augmente de ddx; & il n'est pas moins évident qu'il n'y a qu'à intégrer ou prendre la somme infinie $\int\frac{2b^2z^3dxddx}{dy^2\times\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^2}\times ds$ de tous les petits changemens $GHbg$, pour avoir le changement total $CGDdbc$ que reçoit l'aire entiere $ACDB$ ou la quantité proposée $\int\frac{z^3ds}{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}$. On trouvera en suivant

cette

* Fig. 2.

cette méthode que la differenticlle de l'impulsion entiere que souffre la zone *, est $\frac{4n^5 y dy}{b^2 b^2 q}$

$$\int \frac{b^2 z^3 ds dx ddx}{\overline{dy^2 \times \frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}^2} - \frac{4n^3 m^2 - 8n^3 mp}{b^2 q}$$

$$\times \frac{y dx ddx}{dy} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 u^2 dx^2}{dy^2} + u^2 z^2} + \frac{4n^3 m^2 + 8n^3 mp}{b^2 q}$$

$$\times \frac{y dx^2}{dy} \int \frac{b^2 z^3 ds dx ddx}{\overline{dy^2 \times \frac{b^2 u dx^2}{dy^2} + uz^2}^2}$$; & il est aisé de voir qu'on peut lui donner cette forme

$$\frac{4n^5 y dx ddx}{b^2 b^2 q dy} \int \frac{z^3 ds}{\overline{\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2}^2} - \frac{4n^3 m^2 - 8n^3 mp}{b^2 p}$$

$$\times \frac{y dx ddx}{dy} \int \frac{z^3 ds}{\frac{b^2 u^2 dz^2}{dy^2} + u^2 z^2} + \frac{4n^3 m^2 + 8n^3 mp}{b^2 q},$$

$$\times \frac{b^2 y dx^3 ddx}{dy^3} \int \frac{z^3 ds}{\overline{\frac{b^2 u dx^2}{dy^2} + uz^2}^2}.$$ Car dx aiant reçu le petit changement ddx, demeure invariable de même que ddx & que dy dans tous les petits trapezes $GHbg$ dont l'aire $CGHDdbc$ est formée. Enfin c'est cette differentielle de l'impulsion du fluide qu'il faut, conformément à ce que nous avons dit dans l'article précédent, diviser par ddx, & égaler

* Fig. 2.

égaler à une quantité constante. * Nous prendrons $4an^2$ pour cette quantité ; & en divisant de part & d'autre par $4n^2$, nous aurons

$$-\frac{n^3 y\,dx^2}{b^2 q\,dy}\int\frac{z^3\,dz}{\overline{\frac{b^2dx^2}{dy^2}+z^2}^{\,2}}$$

$$-\frac{nm^2-2nmp}{b^2q}\times\frac{y\,dx}{dy}\int\frac{z^3\,dz}{\frac{b^2n^2dx^2}{dy^2}+n^2z^2}$$

$$+\frac{nm^2+2nmp}{b^2q}\times\frac{b^2y\,dx^3}{dy^3}\int\frac{z^3\,dz}{\overline{\frac{b^2n\,dx^2}{dy^2}+nz^2}^{\,2}}$$

$=a$ pour l'équation de la courbe † $A\Omega B$ (*Fig.* 1.) qui doit former la saillie du conoïde, & il ne reste plus qu'à résoudre cette équation.

Nous n'avons pour cela, qu'à considérer que quoique nous ne connoissions pas les différentielles dx & dy, nous pouvons cependant regarder comme connu leur rapport $\frac{dx}{dy}$, & le marquer par le rapport variable $\frac{t}{b}$ de l'arbitraire t & de la constante b; ce qui nous donnera tout d'un coup la valeur de y.

En effet, si nous mettons $\frac{t}{b}$ à la place de $\frac{dx}{dy}$, nous changerons notre équation en $\frac{n^3yt^2}{bb^2q}$

$$\int\frac{z^2\,dz}{\overline{t^2-z^2}^{\,2}}-\frac{nm^2-2nmp}{b^2q}\times\frac{yt}{b}\int\frac{z^3\,dz}{n^2t^2+n^2z^2}$$

$+$

* Fig. 2. † Fig. 1.

$+ \frac{nm^2 + 2nmp}{b^2 q} \times \frac{yt^3}{b} \int \frac{z^3 ds}{\overline{nt^2 + nz^2}^{\,2}} = a$ qui ne contient que y d'inconnue, puisque n, z & ds sont données par la nature de la base * DBD qu'il s'agit de garantir de l'impulsion, & que t est une quantité à laquelle nous pouvons attribuer successivement quelle valeur nous voudrons. Or en dégageant y, on trouve la formule

$$y = \frac{abb^2 q}{n^3 t \int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2 + z^2}^{\,2}} - \overline{nm^2 - 2nmp} \times t \int \frac{z^3 ds}{n^2 t^2 + n^2 z^2} - t^3 \int \frac{z^3 ds}{nt^2 + nz^2}}:$$

qui nous sera donc connoitre toutes les ordonnées comme $\Sigma\Omega$ de la courbe $A\Omega B$. Et si de $\frac{dx}{dy} = \frac{t}{b}$ on en déduit $dx = \frac{t\,dy}{b}$, & par voie d'intégration, $x = \frac{ty}{b} - \int \frac{y\,dt}{b}$; il n'y aura qu'à introduire dans cette valeur de x celle de y, pour avoir aussi en grandeurs entierement connues les abscisses $A\Sigma$ de la même courbe $A\Omega B$. La formule est

* Fig. 1.

$$x = \frac{ab^2q}{n^3\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2} - \overline{nm^2 - 2nmp}\times\int\frac{z^3ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^2\int\frac{z^3ds}{\overline{nt^2+nz^2}^2}}$$

$$-\int\frac{ab^2qdt}{n^3t\int\frac{z^3ds}{\overline{t^2+z^2}^2} - \overline{nm^2 - 2nmp}\times t\int\frac{z^3ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^3\int\frac{z^3ds}{\overline{nt^2+nz^2}^2}}.$$

Ainſi le Problême général que nous nous étions propoſé, eſt entierement réſolu: car ſi nous ne connoiſſons point d'une maniere immédiate la relation des abſciſſes * $A\Sigma$ de la courbe de ſaillie $A\Omega B$ à ſes ordonnées $\Sigma\Omega$; nous avons, & c'eſt la même choſe, la relation des abſciſſes & des ordonnées à une quantité arbitraire t, qui nous fournira autant de points de la courbe, que nous lui attribuerons de diverſes valeurs. Si l'on veut que ce ne ſoit pas la partie du choc qui tombe ſur AF, qui ſoit un *moindre*, mais celle qui agit ſelon l'axe AC, l'angle FAC s'évanouira, & ſa tangente p deviendra nulle, pendant que ſa ſécante q deviendra égale au ſinus total n, ce qui nous donnera

$y =$

* Fig. 1.

$$y = \frac{abb^2}{n^2 t \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}} - \overline{m^2 \times t\int \frac{z^3 ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^3\int \frac{z^3 ds}{\overline{nt^2+nz^2}^{\,2}}}},$$

$$\& \; x = \frac{ab^2}{n^2\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}} - \overline{m^2 \times \int \frac{z^3 ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^2\int \frac{z^3 ds}{\overline{nt^2+nz^2}^{\,2}}}}$$

$$- \int \frac{ab^2 dt}{n^2 t\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}} - \overline{m^2 \times t\int \frac{z^3 ds}{n^2t^2+n^2z^2} - t^3\int \frac{z^3 ds}{\overline{nt^2+nz^2}^{\,2}}}}.$$

On n'a outre cela qu'à ſuppoſer que le mouvement du fluide ſe fait parallelement à l'axe * AC, ou que la tangente m de l'angle EAC eſt nulle, & nos formules ſe réduiront à d'autres $y = \frac{ab}{t\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}}}$, & $x = \frac{a}{\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}}}$ $- \int \frac{a\,dt}{t\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2+z^2}^{\,2}}}$, qui ſont encore plus ſimples, mais qui ſont cependant toujours très générales, par rapport au cas qu'on avoit examiné.

Application des Formules précédentes.

† Afin de ne pas laiſſer ces formules ſans quelque application, propoſons-nous de mettre à couvert de l'impulſion d'un fluide, la ſurface D PRD (*Fig.* 3.) qui eſt un demi-

cer-

* Fig. 1. † Fig. 3.

cercle dont on a retranché par le bas, le segment * PRS. Nous choisissons cette figure, à cause de sa simplicité; & parce que la coupe verticale de quelques Navires, faite perpendiculairement à leur longueur, n'en est pas fort differente. Nous n'avons que faire d'avertir que l'impulsion est précisément la même, & que le solide doit par conséquent avoir toujours la même propriété, soit que le fluide vienne le choquer, ou que ce soit le solide qui aille frapper le fluide. La perpendiculaire CB sera marquée par b comme ci-devant; nous désignerons par c le rayon CD, par e la moitié PB de la corde PR, & g marquera la longueur de l'arc DP, & φ le sinus GT des arcs variables comme SG. Cela supposé, nous aurons, par la propriété du cercle, le rayon c pour la valeur de toutes les perpendiculaires abaissées du centre C sur les tangentes à la courbe DP; $\frac{c^2}{\varphi}$ $(= \frac{\overline{CD}^2}{CE})$ pour $CQ = u$; & l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2 + z^2}^2}$ se réduira à $\int \frac{c^3 ds}{\overline{c^2 + t^2}^2} = \frac{c^3 g}{\overline{c^2 + t^2}^2}$; puisque tous les petits arcs $GH = ds$ composent l'arc $DP = g$. Mais il faut observer que $\frac{c^3 g}{\overline{c^2 + t^2}^2}$ ne marque que la partie de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{t^2 + z^2}^2}$ qui

* Fig. 18

qui appartient à l'arc *DP, & qu'il faut aussi trouver l'autre partie qui répond à la ligne droite PB, considerée comme portion de la ligne courbe DPB. Comme c'est $CB = b$ qui tient lieu dans cette seconde circonstance de perpendiculaire z, l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{s^2 + z^2}^2}$ se réduit à $\int \frac{b^3 ds}{\overline{b^2 + s^2}^2}$ qui est égale à $\frac{b^3 e}{\overline{b^2 + s^2}^2}$, puisque ds désigne maintenant les petites parties dont $PB = e$ est formée. Ainsi la valeur totale de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{\overline{s^2 + z^2}^2}$ est $\frac{c^3 g}{\overline{c^2 + s^2}^2} + \frac{b^3 e}{\overline{b^2 + s^2}^2}$.

Il n'y aura pas beaucoup plus de difficulté à trouver la valeur des intégrales $\int \frac{z^3 ds}{u^2 s^2 + u^2 z^2}$, & $\int \frac{z^3 ds}{\overline{u s^2 + u z^2}^2}$: la premiere se réduira à $\int \frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2 + s^2} \sqrt{c^2 + \varphi^2}}$, en mettant à la place de z, de u, & de ds, les valeurs c, $\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c d\varphi}{\sqrt{c^4 - \varphi^2}}$ que fournit le cercle; & si l'on considere que cette quantité $\frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2 + s^2} \sqrt{c^2 - \varphi^2}}$ est proportionnelle aux petits

* Fig. 3.

petits trapezes élémentaires * $GTXH$ $\left(\frac{\varphi^2 d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}\right)$ qui sont les produits de GT (φ) par TX égale à $HV = \frac{\varphi d\varphi}{\sqrt{c^2-\varphi^2}}$, differentielle de $GE = \sqrt{c^2-\varphi^2}$; nous aurons pour la valeur de $\int \frac{\varphi^2 d\varphi}{\overline{c^2+t^2}\sqrt{c^2-\varphi^2}}$, ou de l'intégrale $\int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2}$, l'espace $DCBP$, ou le secteur DCP, & le triangle PCB, joints ensemble, divisés par c^2+t^2, & en termes analytiques $\frac{\frac{1}{2}cg+\frac{1}{2}be}{\overline{c^2+t^2}^2}$. Il faut remarquer que cette intégrale est complette, & qu'il n'y a rien à y ajouter, pour PB considerée comme partie de la courbe: car u se trouve ici infinie, & doit rendre nulle la partie de $\int \frac{z^3 ds}{u^2 t^2 + u^2 z^2}$ qui répond à PB. On trouvera pareillement $\frac{\frac{1}{2}cg+\frac{1}{2}be}{\overline{c^2+t^2}^2}$ pour l'intégrale de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{ut^2+uz^2}^2}$, & si l'on introduit ces valeurs dans nos formules générales, on aura

$x =$

* Fig. 2.

$$x = \frac{\overline{n^2+m^2} \times aq}{\frac{n^3c^3q}{\overline{c^2+t^2}^{\,2}} + \frac{n^3b^3e}{\overline{b^2+t^2}^{\,2}} - \frac{\overline{nm^2-2nmp} \times \overline{c^3g+c^2be}}{2 \times \overline{c^2+t^2}^{\,2}}}$$

$$- \int \frac{\overline{n^2+m^2} \times abqdt}{\frac{n^3c^3gt}{\overline{c^2+t^2}^{\,2}} + \frac{n^3b^3et}{\overline{b^2+t^2}^{\,2}} - \frac{\overline{nm^2-2nmp} \times \overline{c^3gt+c^2bet}}{2 \times \overline{c^2+t^2}^{\,2}}}, \&$$

$$y = \frac{\overline{n^2+m^2} \times abq}{\frac{n^3c^3gt}{\overline{c^2+t^2}^{\,2}} + \frac{n^3b^3et}{\overline{b^2+t^2}^{\,2}} - \frac{\overline{nm^2-2nmp} \times \overline{c^3gt+c^2bet}}{2 \times \overline{c^2+t^2}^{\,2}}},$$

qui fourniront autant de differens points de la courbe de faillie * *A* Ω *B*, qu'on fera *t* de differentes grandeurs; & il sera ensuite facile d'achever l'espece de conoïde qui doit servir de proue. Si l'on vouloit calculer une Table des dimensions de ce solide, pour mettre les personnes qui ne sont point Géometres, en état de le former aisément, il n'y auroit qu'à négliger le cas du mouvement direct dans lequel les Vaisseaux cinglent toujours assez bien, & ne construire la Table que pour le cas du mouvement oblique, qui est le plus ordinaire en Mer, & dans lequel il importe beaucoup plus d'augmenter la rapidité du sillage.

Enfin descendons au cas particulier dans lequel la base qu'on veut garantir du choc est exactement un demi-cercle: mais supposons cependant toujours que le mouvement sa

* Fig. 3.

se fait selon une direction oblique par rapport à l'axe; & que l'impulsion qui doit être un *moindre*, s'exerce aussi selon une ligne oblique. La ligne CB (b) deviendra égale au rayon $CS = c$, & la corde PR deviendra nulle. Ainsi il n'y aura qu'à mettre c à la place de b, & effacer tous les termes qui contiennent $e = PB$ dans les valeurs de x & de y trouvées en dernier lieu. & nous les réduirons à

$$x = \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times aq \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 g} - \int \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times aqdz \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 g z}$$

& à

$$y = \frac{\overline{2n^2 + 2m^2} \times acq \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{\overline{2n^3 - nm^2 - 2nmp} \times c^3 g z}.$$

Mais ce qui est très digne de remarque, c'est que si l'on rend nulle la tangente m de l'obliquité de la route, la tangente de l'angle* CAE (*Fig.* 1.) de même que la tangente p de l'angle CAF que fait l'axe AC du conoïde avec la ligne AF, selon laquelle l'impulsion doit être un *moindre*, on trouvera que la courbe de saillie est toujours la même. Car il viendra pour les abscisses x, & pour les ordonnées y, des valeurs

$$\frac{a \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{c^3 z} - \int \frac{q\,dz \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{c^3 g z} \quad \& \quad \frac{ab \times \overline{c^4 + 2c^2z^2 + z^4}}{c^3 g z},$$

qui ont entre elles la même relation, & qui étant

* Fig. 2.

étant proportionnelles aux premieres valeurs, leur deviendront parfaitement égales, aussitôt qu'on fera la constante *a* plus grande ou plus petite; ce qui montre que la courbe de saillie ne change point, & que c'est par conséquent le même solide qui a la propriété de trouver la moindre résistance dans tous les cas. Nous étions déja parvenus par une autre voye à cette remarque, que la proue qui souffre le moins d'impulsion selon son axe dans la route directe, en souffre aussi le moins selon son axe dans les routes obliques. Mais nous voyons maintenant que ce sont non-seulement les impulsions relatives dans ce sens, qui sont des *minimum*, mais que ce sont aussi toutes les autres; puisque la courbe de saillie est aussi indépendante des changemens que peut recevoir l'obliquité *CAF* de la direction *AF*, que de ceux que peut recevoir l'obliquité *CAE* de la route: & il suit de-là que l'impulsion absolue horizontale, sur quelque direction *AF* qu'elle tombe, doit être pareillement un *minimum* Ainsi, lorsqu'on a cru par les Solutions particulieres qu'on a publiées, ne conferer à la proue qu'un avantage assez limité, on lui en a heureusement conferé d'autres infiniment plus considerables, & tous ceux même qu'on pouvoit imaginer en ce genre.

Mais il y a cependant une exception à mettre, & même une exception si singuliere, qu'il est assez difficile de la prévoir. C'est que le conoïde dont il s'agit ici, lequel, comme nous

* Fig. 1.

nous venons de le voir, reçoit dans les routes obliques la moindre impulſion ſelon ſon axe, & ſelon tous les autres ſens, en reçoit auſſi le plus qu'il eſt poſſible dans une infinité d'autres rencontres, & paſſe tout d'un coup d'un cas à l'autre, comme s'il ne ſe plaiſoit que dans les propriétés les plus contraires. On appercevra la cauſe de cette ſingularité, ſi l'on remonte juſques vers les commencemens du Problême, & qu'on examine le changement que ſouffre l'impulſion ſur une zone, lorſqu'on change la figure du conoïde. L'expreſſion générale de cette différentielle eſt $\frac{4n^5 y\,dx\,ddx}{b^2 q\,dy} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2 dx^2}{dy^2} + z^2\right)^2}$

$$- \frac{4n^3m^2 - 8n^3mp}{b^2 q} \times \frac{y\,dx\,ddx}{dy} \int \frac{z^3\,ds}{\frac{b^2 u^2 dx^2}{dy^2} + u^2 z^2}$$

$$+ \frac{4n^3m^2 + 8n^3mp}{b^2 q} \times \frac{b^2 y\,dx^3\,ddx}{dy^3} \int \frac{z^3\,ds}{\left(\frac{b^2 u\,dx^2}{dy^2} + uz^2\right)^2}.$$

Et ſi à la place de b & de z, on introduit c; & à la place de u & de ds, les quantités $\frac{c^2}{\varphi}$ & $\frac{c\,d\varphi}{\sqrt{c^2 - \varphi^2}}$ que fournit le cercle, nous trouverons, comme nous l'avons vu, il n'y a qu'un moment, $\frac{c^3 g}{\left(\frac{c^2 dx^2}{dy^2} + c^2\right)^2}$ ou

cgdy⁴

* Fig. 1.

$\frac{egdy^4}{\overline{cdx^2+cdy^2}^2}$ pour la valeur de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{\frac{b^2 dx^2}{dy^2}+z^2}^2}$,

$\frac{\frac{1}{2}eg}{\frac{cdx^2}{dy^2}+z^2}$ ou $\frac{gdy^2}{2cdx^2+2cdy^2}$ pour celle

de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{\frac{b^2 n^2 dx^2}{dy^2}+n^2 z^2}} = \int \frac{\phi^2 d\phi}{\overline{\frac{c^2 dx^2}{dy^2}+c^2}\sqrt{c^2-\phi^2}}$,

& $\frac{\frac{1}{2}eg}{\overline{\frac{c^2 dx^2}{dy^2}+c^2}^2}$ ou $\frac{egdy^4}{2\times\overline{c^2dx^2+c^2dy^2}^2}$ pour

celle de $\int \frac{z^3 ds}{\overline{\frac{b^2 n dx^2}{dy^2}+nz^2}^2} = \int \frac{\phi^2 d\phi}{\overline{\frac{c^2 dx^2}{dy^2}+c^2}\sqrt{c^2-\phi^2}^2}$:

* Et ces valeurs étant ſubſtituées dans l'expreſſion générale de la differentielle, nous aurons $\frac{4n^5 g - 2n^3 m^2 g - 4n^3 mpg}{cb^2 q} \times \frac{ydy^3 dx ddx}{\overline{dx^2+dy^2}^2}$.

Ainſi nous pouvons, conformément à ce que nous avons dit ci-devant, prendre $\frac{4n^5 g - 2n^3 m^2 g - 4n^3 mpg}{ch^2 q} \times \mathrm{R}\,ddx - R\,ddx$, pour la differentielle de l'impulſion que ſouffrent deux zones conſécutives: nous n'avons pour cela qu'à ſuppoſer que R & *R* déſignent les deux valeurs qu'a $\frac{ydy^3 ddx}{\overline{dx^2+dy^2}^2}$ dans les deux zones. C'eſt cette differentielle, comme

* Fig. 1.

me on s'en souvient, qui étant égalée à zéro, confere au conoïde la propriété de recevoir la moindre impulsion possible. * Mais pour que la chose arrive effectivement, il faut que $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q} \times \overline{Rddx - Rddx}$ avant que de devenir nulle, soit négative: car si elle étoit positive, ce seroit une marque que l'impulsion deviendroit de plus grande en plus grande, à mesure qu'en changeant la figure du solide, on approcheroit du cas où la differentielle est égale à zéro; & on trouveroit par conséquent un *maximum*, au lieu de trouver un *minimum*. Or, c'est ce qui doit avoir lieu dans une infinité de rencontres; puisque la négation ou l'affirmation de la differentielle ne dépend pas plus de la figure du conoïde, qu'elle dépend de la diverse situation des directions *AE* & *AF*. En un mot, il n'est pas fort difficile de s'assurer que la quantité $Rddx - Rddx$, considerée seule, est négative; & il suit de-là que la differentielle $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q} \times Rddx - Rddx$ l'est aussi, pourvu que le coëfficient $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q}$ soit positif. Mais cela supposé, la differentielle se trouvera nécessairement positive, toutes les fois que $\frac{4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg}{cb^2q}$ sera négatif; & alors le choc que souffrira notre proue sera infaillible-

* Fig. 1.

fiblement un *maximum*; c'est-à-dire, qu'il sera plus grand que celui que recevroit tout autre conoïde.

* Ainsi, pour savoir dans quelle rencontre l'impulsion de l'eau sur notre solide est un *minimum* ou un *maximum*, nous n'avons qu'à examiner dans quel cas $4n^3g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ est positif ou négatif; & la question se réduit par conséquent à discuter les circonstances qui rendent le terme $4n^3g$ plus grand ou plus petit que les deux autres $2n^3m^2g + 4n^3mpg$. On trouve $p < \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le premier cas, & $p > \frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$ pour le second: de sorte que pour chaque route *EA* que peut embrasser le Vaisseau, & dont *m* est la tangente de l'obliquité, il est une infinité de differentes lignes *AF*, selon lesquelles la proue est poussée en même tems par l'eau le plus & le moins qu'il est possible. La proue est poussée le moins qu'il est possible, selon toutes les lignes *AF* qui font avec l'axe *AC* un angle dont la tangente p est moindre que $\frac{n^2}{m} - \frac{1}{2}m$; & la proue est poussée en même tems le plus qu'il est possible, selon toutes les lignes qui font avec l'axe un angle un peu plus grand. Ainsi, si l'impulsion absolue tomboit sur une de ces dernieres lignes, ce seroit une marque qu'elle seroit aussi un *maximum*, & que la proue seroit la moins propre de toutes pour le sillage.

Enfin

* Fig. 1.

Enfin, de même que pour chaque route *EA*, il y a une infinité de lignes *AF*, selon lesquelles l'impulsion du fluide est un *moindre*, ou un *plus grand*; il y a aussi une infinité de differentes routes qui convertissent en *minimum* ou en *maximum*, l'impulsion qui s'exerce sur chaque ligne *AF*; & les deux cas sont si voisins, qu'ils se touchent encore, pour ainsi dire, l'un l'autre. L'obliquité de la direction *AF* étant donnée, on trouvera, en supposant le coëfficent $4n^5g - 2n^3m^2g - 4n^3mpg$ égal à zéro, comme il l'est dans le séparation des deux cas, que $m = -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$; de sorte qu'on a dans premier, $m < -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, & $m > -p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$ dans le second. Il n'importe donc quelle route *EA* on suive, pourvu que la tangente *m* de son obliquité *CAE* soit plus petite que $-p \pm \sqrt{2n^2 + p^2}$, l'impulsion sera toujours un *minimum*. Mais aussi-tôt que la tangente *m* de l'obliquité sera plus grande, l'impulsion deviendra un *maximum*, & alors tout autre conoïde seroit préférable au nôtre. S'il peut arriver de cette sorte que la proue la plus avantageuse, la proue qui reçoit dans une infinité de cas la moindre impulsion possible, perde cette propriété tout-à-coup pour en contracter une contraire, c'est au moins un bonheur que cet inconvénient n'ait lieu qu'autant qu'il est nécessaire pour former une curiosité de Géométrie, & qu'on n'ait point à le craindre dans la pratique, parce que l'obli-

* Fig. 1.

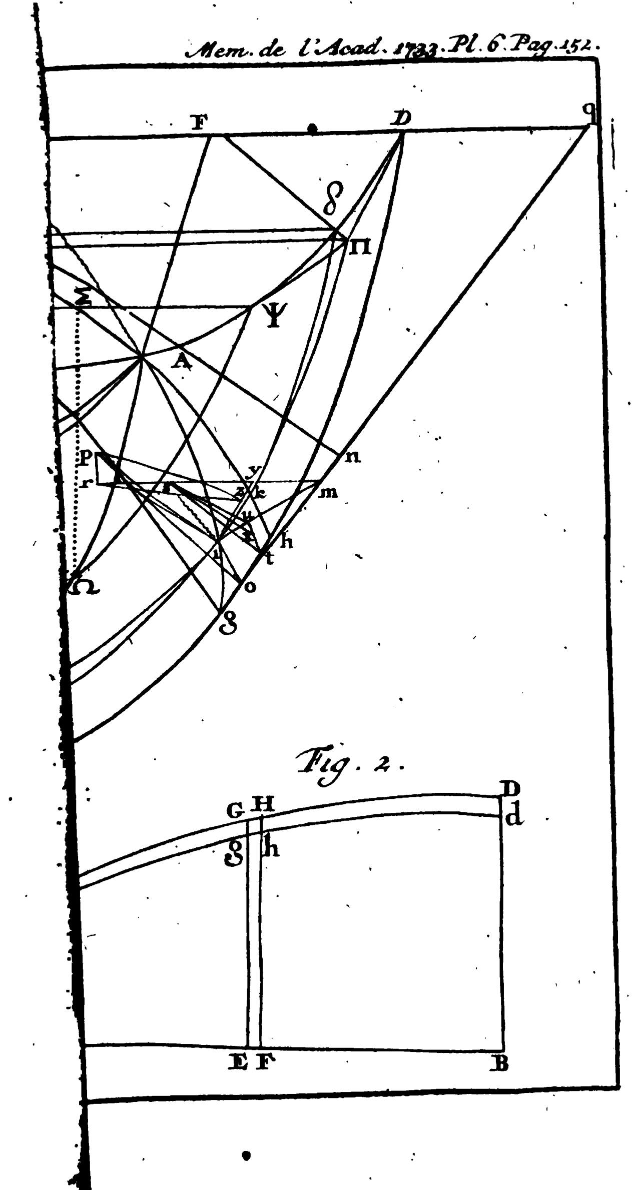
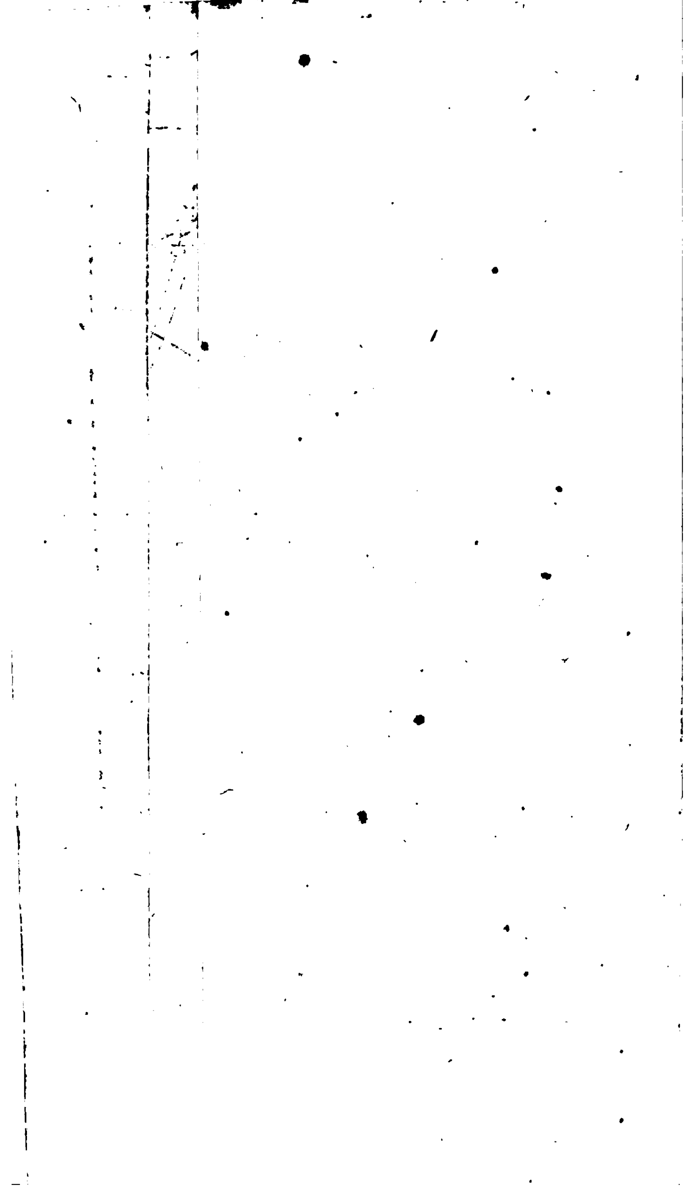


Fig. 2.



l'obliquité des routes n'eſt pas ordinairement aſſez grande. Nous laiſſons quelques autres réflexions à faire une autre fois, ne voulant pas rendre ce Mémoire plus long.

OBSERVATION D'UNE HEMORRAGIE PAR LA BOUCHE,

Qui, en moins d'une minute qu'elle a duré, a été ſuivie de la mort du Malade, & dont le Sang venoit immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere droite.

Par M. MALOET.

LE 26 Juin dernier, un Soldat, âgé de 46 ans, entra l'après-midi dans l'Infirmerie de l'Hôtel Royal des Invalides. Je l'y vis le même jour, & je lui demandai pour quel mal il y étoit venu: il me répondit qu'il avoit eu chez lui, depuis ſix ſemaines, une fluxion de poitrine, pour laquelle il avoit été ſaigné ſix ou ſept fois, qu'il avoit touſſé beaucoup, & craché du ſang, qu'il lui reſtoit encore de la toux, & une douleur à la gorge. Je viſitai ſon cou, pour voir s'il y auroit quelque élévation: je trouvai à ſa partie inférieure antérieure, une tumeur, de la groſſeur d'une noix, immédiatement au-deſſus de l'échancrure du ſternum, ſur laquelle elle portoit; elle

étoit molle, ronde & égale; la couleur de la peau qui la couvroit, étoit naturelle; elle avoit un battement fort ſenſible & très règlé, elle cedoit à la preſſion des doigts, mais elle ſe remettoit promtement & avec force: de tous ces ſignes, il me fut aiſé de conclurre que c'étoit un anevriſme vrai, & je jugeai qu'il étoit à la partie ſupérieure de l'aorte, que je ſuppoſai prolongée, indépendamment de l'anevriſme.

Je demandai à ce Soldat, depuis quand il portoit cette tumeur, & s'il s'étoit apperçu de quelque cauſe qui y eût pu donner lieu. Il me répondit qu'il ne s'en étoit apperçu que depuis ſa fluxion de poitrine, & qu'il ne voyoit pas qu'il pût l'attribuer à autre choſe, qu'aux efforts qu'il avoit fait pour touſſer.

Comme il lui reſtoit encore de la toux, je lui ordonnai des remedes adouciſſans; & parce qu'il avoit un peu de fréquence dans ſon pouls, je le mis aux bouillons & à la tiſane, & je lui interdis toutes ſortes d'efforts, à cauſe de cet anevriſme.

Ayant été dans ce régime juſqu'au 29 du même mois, il me demanda ce jour-là, à ma viſite du matin, ſi c'étoit par mon ordre qu'on ne lui donnoit point de vin: lui ayant répondu qu'oui, il me repliqua que je lui coupois la gorge, qu'étant ouvrier, & travaillant de ſon métier dans les carrieres, il avoit beſoin d'en boire, & il me pria de lui en faire donner. Ayant trouvé ſon pouls plus calme que le jour qu'il étoit entré à l'Infirmerie, & ſa toux étant appaiſée, je le fis marquer pour avoir du vin.

Je ne fus pas plutôt au lit qui étoit après celui de ce malade, que j'entendis derriere moi un bruit, comme de quelqu'un qui vomissoit. M'étant retourné, je vis que cet homme que je venois de quitter, rendoit par la bouche, des flots de sang. Je courus à lui, l'Apothicaire de l'Hôtel qui m'accompagne dans ma visite, en fit de même: mais comme on ne pouvoit pas en approcher, sans être inondé de sang, & qu'il s'en inondoit lui-même, notre premier mouvement de l'un & de l'autre, fut de chercher promtement un vaisseau pour recevoir le sang, que ce Soldat rendoit sans aucun effort, par fusées, dont l'une à peine attendoit l'autre. Jugeant le cas des plus pressans, je criai à une Sœur de l'Infirmerie, de faire venir au plus vîte un Prêtre; le malade qui s'étoit mis sur son séant, pour rejetter ce sang, se coucha sur son lit à la renverse, & rendit encore du sang dans un vaisseau que l'Apothicaire tenoit à portée de le recevoir, & il expira dans le moment, sans donner le temps à un Prêtre (qui étoit dans l'Infirmerie lorsque cet accident arriva, & qui accourut dans l'instant) de lui administrer aucun secours spirituel, car il ne se passa pas une minute depuis qu'il avoit commencé à rendre du sang jusqu'à sa mort. Ce sang étoit rouge, vermeil & écumeux.

Quoique je m'attendisse bien à des suites funestes de la part de cette tumeur, telle que je viens de la décrire, j'avoue que je ne comptois pas que la mort fût si prochaine; je

je m'attendois encore moins que cet anevrisme se vuidât par la bouche.

Il n'y avoit pourtant pas lieu de douter qu'il ne se fût ouvert, & que ce ne fût par cette ouverture que le malade avoit perdu tout son sang, d'autant plus qu'après sa mort, la tumeur du cou se trouva totalement dissipée. Mais comment ce sang avoit-il passé dans la bouche ? car il ne paroissoit pas moins sûr que cette tumeur étoit une artere dilatée, & il n'y en a point qui ait naturellement de communication immédiate avec la bouche, ni avec aucun des canaux par lesquels cette prodigieuse quantité de sang avoit pu lui être fournie : je voyois bien qu'il falloit qu'il s'en fût fait une contre nature, mais comment avoit-elle pu se faire si subitement ? puisqu'il falloit pour cela qu'il se fût fait deux ouvertures en même tems, l'une dans l'artere où étoit l'anevrisme, l'autre dans la trachée, que je jugeois être la seule voye que le sang, qui étoit sorti par cette hémorragie, avoit pu prendre, pour aller à la bouche. Cela me paroissoit d'autant moins aisé à comprendre, que le fluide contenu dans cette tumeur paroissoit peu propre à ronger les parois de ces canaux ; & que quand il en auroit été capable, comme il n'auroit pu agir sur les parois de la trachée-artere, qu'après avoir percé celles de l'aorte ; dans ce cas, c'est-à-dire, après avoir percé cette artere, il auroit dû se répandre dans la poitrine, & par-là il n'auroit pas été à portée de ronger la trachée, ni de passer par son canal dans la bouche.

L'ou-

L'ouverture du cadavre m'a levé ces difficultés, & pleinement satisfait sur tout cela. Je la fis le soir du jour même de la mort du malade; je remarquai, avant de la commencer, qu'il couloit de sa bouche une écume sanguinolente, & qu'il ne restoit aucuu vestige de la tumeur du cou.

J'ouvris la poitrine, & après avoir dégagé la grande artere, avec ses trois grosses branches, savoir la sousclaviere droite, la carotide gauche, & la sousclaviere gauche, je trouvai que l'aorte avoit quelque chose de singulier; elle étoit dilatée dans la partie supérieure de son arcade, entre la sousclaviere droite, & la carotide gauche, entre lesquelles il y avoit à leur origine (contre l'ordinaire) un espace de six lignes; l'artere sousclaviere droite étoit plus grosse, & plus longue que de coutume, ayant environ un pouce de diametre, & deux pouces de longueur, avant que de fournir la carotide; il s'étoit fait dans sa partie supérieure, à sa naissance de l'aorte, une poche à peu près ronde, laquelle avoit formé la tumeur qui avoit paru à la partie inférieure du cou. Il résulte de-là que cet anevrisme n'étoit pas tout-à-fait à l'aorte, comme je l'avois pensé: elle contribuoit pourtant un peu à le former, & elle étoit réellement dilatée, ou prolongée dans sa partie supérieure, ainsi que je l'avois jugé.

La cavité de la poche dont je viens de parler, avoit environ deux pouces de diametre, en tous sens; elle étoit placée au-devant de la partie antérieure de la trachée-artere, depuis le 10e segment cartilagineux, jusqu'au 5e in-

inclusivement, ensorte qu'elle couvroit six de ces segmens; elle y étoit intimement adhérente par sa partie postérieure, comme elle l'est encore par le côté gauche de cette partie, auquel je n'ai pas touché.

J'essayai de la détacher de la trachée-artere; mais dès que j'y eus porté le scalpel, le plus légerement qu'il me fut possible, elle s'ouvrit. Voyant qu'il n'étoit pas possible de séparer cette poche entiere, comme c'étoit mon premier dessein, j'aggrandis (pour regarder dans la cavité de ce sac) l'ouverture que j'avois commencé à faire dans sa partie latérale droite; je n'y trouvai rien, mais je fus surpris de voir à découvert les cartilages de la trachée-artere: je cherchai la paroi postérieure de cette poche, ou artere dilatée, laquelle paroi, par la situation de cette même poche, auroit dû être appliquée contre ces cartilages; je n'en trouvai point, si ce c'est au bas de la poche, postérieurement, un petit lambeau, qui me parut extrêmement mince, usé, & même déchiré; je remarquai aussi que les cartilages, contre lesquels cette poche se trouvoit appliquée, étoient plus foibles, plus applatis sur le devant, & faisoient moins de saillie, que les autres; enfin j'observai entre le 6ᵉ & le 7ᵉ de ces cartilages, au côté droit de la partie antérieure de la trachée, un trou à peu près rond, de deux lignes & demie dans son diametre vertical, & de deux lignes dans le transversal.

Ce trou étoit pratiqué dans la membrane ligamenteuse, par laquelle ces segmens cartilagineux tiennent l'un à l'autre; il antici-

poit même sur le 6e & le 7e, qui en étoient un peu échancrés à cet endroit-là.

Je sondai ce trou avec un stilet, & je trouvai qu'il perçoit jusques dans la cavité de la trachée-artere, de maniere pourtant qu'il étoit plus grand, à son entrée, que dans le reste de son trajet. Je crus devoir visiter l'estomac, je le trouvai rempli de caillots de sang.

Alors je ne fus plus en peine de savoir par où étoit venu le sang, qui étoit sorti par la bouche; ni pourquoi il en étoit sorti en si grande quantité, & si promtement; pourquoi même il n'y étoit pas venu plutôt, quoique le trou pratiqué dans la trachée ne parût pas fait depuis peu.

Il n'y a pas lieu, à ce que je crois, de douter que le sang n'ait passé de la poche, à la faveur de ce trou, dans la trachée-artere; de-là il falloit nécessairement qu'il montât dans le larynx, ou qu'il descendît dans les bronches; mais l'air renfermé dans ceux-ci, l'ayant empêché de suivre cette derniere route, quoiqu'il y fût porté par son propre poids, il a été obligé de prendre celle du larynx, & d'aller de là vers le fond du palais, d'où il est sorti par la bouche.

Quoique ce trou ait paru avoir été fait, dans la membrane ligamenteuse dont je viens de parler, quelque tems avant la mort du malade, ou plutôt, avant son hémorragie; cependant le sang ne passoit pas de ce sac, dans la cavité de la trachée, parce que la membrane interne de ce canal étoit demeurée entiere, qu'elle bouchoit ce trou, du côté de cette cavité, & qu'elle lui en défendoit

doit l'entrée; mais cette membrane ayant été enfoncée, & rompue dans le moment qui a précédé la mort du malade, alors le ſang du ſac anevriſmal, ou plutôt celui de l'artere ſouſclaviere, n'a rien trouvé qui s'oppoſât à ſon paſſage dans la trachée.

Je dis que cette derniere membrane a été d'abord enfoncée, & enſuite rompue; car outre que cela n'a gueres pu arriver autrement, parce qu'étant aſſez lâche, elle a dû prêter & être pouſſée de dehors en dedans par le ſang qui venoit de l'artere ſouſclaviere; cela paroît par la forme de ſon ouverture, dont les bords font une ſaillie conſidérable, dans la cavité de la trachée-artere, de maniere qu'en les repouſſant vers le trou formé dans la membrane ligamenteuſe, on en bouche la plus grande partie.

Il reſte à ſavoir comment ce trou s'eſt fait, entre ces deux cartilages, dans la membrane par laquelle ils ſont attachés l'un à l'autre; cela n'eſt pas difficile à comprendre

La paroi poſtérieure de cette poche s'étant rendue adhérente à la trachée-artere, ayant été uſée, & à la fin rompue, par les efforts & l'impétuoſité du ſang, qui y abordoit continuellement; cette paroi, dis-je, ayant été uſée & même détruite, d'autant plus aiſément, qu'elle étoit fort mince, & qu'elle étoit d'un côté appliquée à des corps plus durs qu'elle, & de l'autre expoſée aux coups du ſang dardé avec beaucoup de force, celui-ci s'eſt trouvé porter immédiatement ſur la trachée: il ne s'eſt pas néanmoins répandu hors de cette poche, à cauſe de l'intime adhérence de cel-

le-ci

le-ci à la trachée, qui a servi de paroi à la partie postérieure de ce sac. Ce même sang, soit par sa sérosité, soit par quelques-unes de ses parties salines, soit par l'effort avec lequel il étoit poussé dans cette poche, a miné l'interstice des segmens cartilagineux qui concourent à former la trachée, & a pratiqué cette ouverture entre le 6e & le 7e, parce que cet endroit s'est peut-être trouvé le plus foible, ou le plus exposé à l'effort du sang par la direction de celui-ci.

Mais cette ouverture n'a pas été faite dans un moment, elle s'est faite peu à peu; elle étoit déja commencée, & même fort avancée dans le tems que le malade me parloit avec tant de résolution, & m'accusoit de lui couper la gorge, parce que je lui avois retranché le vin: il ne croyoit pas sans doute, alors, être si près de l'avoir réellement coupée, ou du moins, percée; le sang s'étoit déja fait jour, entre deux segmens cartilagineux de la trachée, à travers leur membrane ligamenteuse, & il étoit parvenu à la membrane interne de ce canal, laquelle étoit le seul obstacle, qui lui restoit à lever, pour s'y faire un passage; c'est véritablement dans ce tems-là, qu'il eût été vrai de dire, que la vie de ce Soldat ne tenoit qu'à un filet, puisqu'elle dépendoit uniquement, du plus ou du moins de tems, que devoit tenir une si foible membrane, contre tout l'effort du sang de la premiere & de la plus grosse branche que fournisse l'aorte. Il n'étoit pas possible que cette membrane tînt longtems, contre un effort capable de vaincre les plus gran-

des

des résistances ; aussi a-t-elle été enfoncée dans un moment, qui est celui qui a précédé la mort du malade.

La communication du sac anevrismal, avec la cavité de la trachée-artere, s'étant trouvée libre, par l'enfoncement de cette membrane; le sang de ce sac, ou plutôt de l'artere sousclaviere, a passé avec toute son impétuosité, dans ce canal, & de là, il s'est porté par le larynx, comme je l'ai dit, vers le fond du palais, d'où il est sorti par la bouche, tant que le malade a eu assez de force pour demeurer sur son séant; mais ayant été obligé de se coucher, ou plutôt étant tombé à la renverse, par l'extrême foiblesse où l'avoit réduit une si grande perte de sang, & celui-ci continuant à se porter vers le fond du palais, il en est tombé alors une partie dans le pharynx, de là dans l'œsophage, & dans l'estomac, d'autant plus facilement, que la situation du malade le favorisoit à y entrer par son propre poids, & qu'elle s'opposoit au contraire à sa sortie par la bouche; de-là est venu le sang qui s'est trouvé dans l'estomac, où il s'est mis en caillots par son séjour.

L'effort du sang qui passoit de l'artere sousclaviere, dans le sac anevrismal, ayant heurté continuellement & à nud, pour ainsi dire, contre les cartilages de la trachée-artere, il n'a pu manquer de les user, de les applattir, & de les émincer, comme j'ai remarqué qu'ils le sont.

Cet anevrisme me paroît avoir été une suite de l'augmentation de diametre, que j'ai observée dans l'artere sousclaviere droite, par

par quelque cauſe que cette augmentation ſoit venue: car comme le diametre de cette artere n'a pu augmenter, ſans que ſes parois ſe ſoient étendues, & par conſéquent émincées, comme elles l'étoient effectivement, enſorte qu'elles avoient perdu de leur épaiſſeur, à proportion qu'elles s'étoient dilatées; il eſt clair que ces parois étant devenues plus minces, elles en ont eu moins de force pour réſiſter à l'impétuoſité du ſang qui y abordoit, & qui y étoit d'autant plus grande, qu'il y venoit immédiatement de l'artere ſouſclaviere, & pour ainſi dire, de l'aorte: ces parois ont donc été obligées de ceder à cette force, de prêter & de ſe dilater dans quelques endroits (qui y étoient le plus expoſés, ou qui ſe ſont trouvés plus foibles,) plus que dans d'autres; & comme ces endroits qui ont prêté plus que les autres, ont été portés au-delà de leur reſſort, ils n'ont pu ſe rétablir: c'eſt ce qui a fait la poche ou l'anevriſme.

Les efforts que ce Soldat étoit dans l'uſage de faire, travaillant de ſon métier dans les carrieres, ont pu donner lieu à cette augmentation de diametre de l'artere ſouſclaviere droite, & par-là être plutôt la cauſe de l'anevriſme qui y eſt ſurvenu, que ceux qu'il avoit fait, en touſſant, dans ſa fluxion de poitrine, auxquels il l'attribuoit; car comme dans cette eſpece de travail, il faut que les muſcles des bras ſe mettent dans de violentes contractions, & qu'ils s'y tiennent longtems, ils n'ont pu manquer d'y intercepter le cours du ſang dans les arteres qui le leur four-

fourniſſent, mais plus dans celles du bras droit, que dans celles du gauche, parce que le premier fait ordinairement les plus grands efforts, & qu'il en fait plus ſouvent: le cours du ſang ayant été intercepté dans les arteres du bras droit, il a dû s'arrêter dans le tronc de la ſouſclaviere, d'où ces arteres prennent leur origine, & qui ſe trouvoit à l'abri de toute compreſſion: le ſang ayant été arrêté dans ce tronc, n'ayant pu aller en avant, à la même proportion qu'il y étoit pouſſé par le cœur, & s'y étant accumulé, il a dû le dilater dans toute ſon étendue; de-là eſt venue ſon augmentation de diametre.

Il eſt aſſez rare qu'un anevriſme vrai s'ouvre & faſſe périr le malade en ſi peu de tems, ſur-tout quand il n'eſt pas plus conſiderable que celui-là l'étoit; car on en voit qui en portent pendant pluſieurs années, de beaucoup plus gros, au-lieu que celui-ci s'eſt ouvert dans l'eſpace d'environ ſix ſemaines.

La raiſon qu'on en peut donner, eſt, ce me ſemble, parce qu'il s'eſt trouvé appliqué contre les cartilages de la trachée-artere. J'ai dit plus haut, la part que ces cartilages ont eu à la deſtruction de la paroi poſtérieure de cette poche, & par conſéquent à ſon ouverture.

Il eſt peut-être encore plus rare, qu'on rende par la bouche, du ſang venant immédiatement du tronc de l'artere ſouſclaviere. Comme je n'en ai point vu d'exemple juſqu'ici, ni trouvé dans un aſſez grand nombre d'Auteurs, que j'ai lu exprès pour y en chercher, cela m'a déterminé à donner cette obſervation, qui m'a paru ſinguliere.

SUR LA FIGURE DES DENTS DES ROUES, ET DES AILES DES PIGNONS,

Pour rendre les Horloges plus parfaites.

Par M. CAMUS. *

DE toutes les figures qu'on peut donner aux Dents des Roues & des Pignons d'une Horloge, celle qui tend à la faire marcher avec une force & une vîtesse uniforme, & qui fait que les pieces font toujours les unes sur les autres des efforts égaux, doit être regardée comme la meilleure.

Cette égalité de force est non seulement nécessaire pour faire mouvoir une Horloge uniformement, mais encore pour la faire mouvoir avec la moindre puissance motrice qu'il est possible.

Une Machine qui ne va pas avec une force toujours uniforme, ou dont les pieces agissent les unes sur les autres avec des forces tantôt plus grandes & tantôt plus petites, a besoin pour aller, qu'on lui donne toute la puissance motrice qui lui est nécessaire dans la situation la plus desavantageuse de ses pieces, en sorte que la puissance motrice qui pour-

* 21 Fevrier 1733.

pourroit la faire marcher dans une situation moyenne entre la plus avantageuse & la moins avantageuse, ne suffiroit pas pour la faire toujours aller.

Une Machine au contraire dont la force est toujours uniforme, c'est-à-dire, où les pieces font toujours les unes sur les autres des impressions également avantageuses, pourra toujours marcher avec la puissance motrice moyenne qui ne pouvoit point faire aller la premiere.

M. de la Hire examinant la courbure qu'il faut donner aux dents des roues pour qu'elles meuvent un pignon avec une vîtesse toujours égale à celle qu'elles ont elles-mêmes, a démontré dans son Traité des Epicycloïdes & de leur usage dans les Méchaniques, qu'une dent de roue devoit avoir la figure d'une épicycloïde engendrée par un point de la circonférence du pignon, qui rouleroit sur la circonférence convexe de la roue. Mais cette épicycloïde n'a lieu que quand le pignon est une lanterne dont les fuseaux sont infiniment déliés.

Quoique l'épicycloïde dont je viens de parler ne soit point propre pour mener uniformement une lanterne dont les fuseaux auroient un diametre fini, M. de la Hire s'en sert comme de base pour avoir la courbe qui doit produire la force uniforme qu'il cherche.

Quand M. de la Hire a construit l'épicycloïde qui doit mener la lanterne dont les fuseaux seroient infiniment déliés, il lui tire en dedans une parallele à la distance du rayon

du

du fuſeau qu'il ſuppoſe cylindrique. Comme cette parallele qui rogne l'épicycloïde d'une quantité égale au rayon du fuſeau doit mener le fuſeau cylindrique par ſa circonférence, l'épicycloïde répond toujours au centre du fuſeau, en ſorte que la parallele à l'épicycloïde mène la lanterne par la circonférence de ſon fuſeau, comme l'épicycloïde la mèneroit par le centre du même fuſeau, ou par un fuſeau infiniment délié; d'où il ſuit que cette épicycloïde rognée mène toujours la lanterne avec une force uniforme.

M. de la Hire ſe ſert encore de l'épicycloïde propre à mener une lanterne à fuſeaux infiniment déliés, pour conſtruire les courbes propres à mener un pignon dont les ailes ont des faces droites, comme dans les ouvrages ordinaires d'Horlogerie; mais ſa conſtruction eſt beaucoup plus compoſée que celle de la courbe qui doit mener une lanterne à fuſeaux cylindriques, elle paroit même ſujette à pluſieurs inconvéniens.

1°. On ne connoit point la nature de la courbe ainſi tracée par le moyen de l'épicycloïde.

2°. On ne ſait point par quels endroits la dent de la roue mène l'aile du pignon, ni par conſéquent le point où la dent abandonne l'aile.

3°. On ne connoit pas facilement de combien la roue engrène dans ſon pignon, ni par conſéquent le rapport qu'il y a entre le diametre de la roue & celui du pignon. Du moins ces trois choſes ne ſe peuvent connoitre que graphiquement, de même que la

courbe de la dent, qu'il faut tracer avant toutes choses.

Pour découvrir la figure de la dent qui doit mener uniformement l'aile d'un pignon, j'ai commencé par examiner comment & par quel endroit la dent de la roue devoit mener l'aile.; & comme je détermine toujours jusqu'où une dent doit mener le pignon, je connois aussi toujours le point de l'aile où la dent abandonne le pignon. Par-là je trouve la quantité de l'engrénage, & le rapport des diametres de la roue & du pignon.

DEFINITIONS.

Quand deux roues engrènent l'une dans l'autre, j'appelle *roue* la plus grande, & *pignon* la plus petite.

La dent d'un pignon se nomme *aile*.

La dent d'une roue se nomme *dent*.

J'appelle *ligne des centres* la droite * *A G* qui joint les centres de la roue & du pignon.

REMARQUE.

1°. Une roue peut mener un pignon, & le pignon peut mener la roue.

2°. La dent de la roue peut rencontrer l'aile du pignon avant que d'arriver dans la ligne des centres, ou quand ils sont arrivés.

Dans l'examen de ces differens cas, je chercherai 1°. quelles doivent être les figures de la dent & de l'aile, lorsque la roue mène

* Fig. 1. 2. & 3.

mène le pignon, ce qui fera le sujet de trois articles. Dans le premier, je déterminerai la nature de l'aile & de la dent, quand la dent ne prendra l'aile que dans la ligne des centres, ou après avoir passé cette ligne. Dans le second, je donnerai la nature de l'aile & de la dent, lorsque la dent prendra l'aile avant que d'être arrivés dans la ligne des centres, & qu'elle la quittera en arrivant dans cette ligne des centres. Dans le troisieme, j'examinerai la figure de la dent & de l'aile, quand la dent rencontrera l'aile avant la ligne des centres, & qu'elle la conduira au-delà de la ligne des centres.

2°. Les méthodes pour déterminer la figure de la dent & celle de l'aile étant trouvées dans l'hypothese que la roue mène le pignon, il ne sera pas difficile de les appliquer au cas où le pignon mène la roue: toute la difference ne consistera même qu'à changer le nom de *pignon* en celui de *roue*, & celui de *roue* en celui de *pignon*.

ARTICLE I.

Où l'on examine la figure de l'aile, & celle de la dent, lorsque la dent ne rencontre l'aile que dans ou après la ligne des centres.

THEOREME I.

* BG *étant le rayon d'une roue*, & AB *le rayon d'un pignon que la roue entraineroit par sa cir-*

* Fig. 1. 2. & 3.

circonférence, avec une force égale à la sienne, & une vîtesse aussi égale à la sienne.

Soit l'aile AH *de figure quelconque, menée par la dent* CZ, *aussi de figure quelconque. Si par le point* C *où la dent rencontre l'aile, l'on tire* OCF *perpendiculaire à l'aile, je dis que l'on aura*

1°. *La force avec laquelle la circonférence* BZ *entraine la circonférence* BH *du pignon,*

Est à la force avec laquelle la circonférence du pignon tournera, quand il sera mené par le point C *de son aile,*

Comme A B×D G,
Est à A D×B G.

2°. *La vîtesse avec laquelle la circonférence* BZ *de la roue entraine la circonférence* B H *du pignon,*

Est à la vîtesse avec laquelle tournera la circonférence du pignon, quand il sera mené par le point C *de son aile,*

Comme A D×B G,
Est à A B×D G.

DEMONSTRATION.

Du centre *G* de la roue, soit mené *GF* perpendiculairement sur *OF*, & du centre *A* du pignon soit mené *AO* perpendiculaire à la même droite *OF*.

Soit *f* la force & *u* la vîtesse avec lesquelles tourne la circonférence du pignon, quand cette circonférence même est entrainée par la circonférence *BZ* de la roue; on aura aussi *f* pour la force & *u* pour la vîtesse avec lesquelles la circonférence *BZ* de la roue tournera.

Soit *φ* la force & *v* la vîtesse avec lesquelles la circonférence du pignon tournera, lorsque

que la dent CZ le mènera par le point C de son aile. Il faut démontrer que,

1°. $f : \phi :: AB \times DG ; AD \times BG$. 2°. $u : v :: AD \times BG : AB \times DG$.

Pour cela soit F la force, & V la vîtesse que la roue a suivant la direction FO, il est évident que la roue poussera le point C de l'aile avec une force égale F, & une vîtesse $= V$.

Tout cela posé, on aura,

1°. $f : F :: FG : BG$. 2°. $u : V :: BG : FG$.

Et comme F est la force & V la vîtesse avec lesquelles le point C de l'aile est poussé, tandis que ϕ est la force & v la vîtesse avec lesquelles tourne la circonférence BH du pignon, on aura,

1°. $F : \phi :: AB : AO$. 2°. $V : v :: AO : AB$.

Mais à cause des triangles semblables ADO, GDF, on aura,

1°. $GF : AO :: DG : AD$. 2°. $AO : GF :: AD : DG$.

& 1°. $AO : GF :: AO : GF$. 2°. $GF : AO :: GF : AO$.

Multipliant chaque suite d'analogie par ordre, on aura,

1°. $f : \phi :: AB \times DG : AD \times BG$. 2°. $u : v :: AD \times BG : AB \times DG$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

* Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon BH, il est clair que l'on aura $AB \times DG > AD \times BG$, & par conséquent $f > \phi$ & $u < v$.

C'est-à-dire, que le pignon tournera avec plus de force & moins de vîtesse, quand il sera mené par sa circonférence même, que

* Fig. 1, 2.

quand il sera mené par le point C de son aile par la dent CZ, si la ligne OCF coupe la ligne des centres au-dedans du pignon.

COROLLAIRE II.

* Si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la roue, il est évident que l'on aura $AB \times DG < AD \times BG$, & par conséquent $f < \varphi$ $u > v$.

C'est-à-dire, que le pignon tournera avec moins de force & plus de vîtesse, quand il sera mené par sa circonférence, que quand il sera poussé par le point C de son aile, si la droite OCF coupe la ligne des centres au-dedans de la roue.

COROLLAIRE III.

† Enfin, si la perpendiculaire OCF coupe la ligne des centres au point B, où la circonférence de la roue & celle du pignon se touchent, il est visible que l'on aura $AB = AD$ & $BG = DG$; & par conséquent $AB \times DG = AD \times BG$, ce qui rendra $f = \varphi$ & $u = v$.

C'est-à-dire, que le pignon tournera avec la même force & la même vîtesse, soit que la circonférence BZ l'entraîne par sa circonférence BH, soit qu'il soit poussé par un point C de son aile, si la droite OCF coupe la ligne des centres au point B.

COROLLAIRE IV.

‡ Donc les courbures de la dent & de l'aile doi-

* Fig. 2. † Fig. 3. ‡ Fig. 3.

doivent être telles que la droite *BC*, tirée du point *B* au point d'attouchement de l'aile & de la dent, soit en même tems perpendiculaire à l'aile & à la dent.

COROLLAIRE V.

* Comme l'arc *BH* compris entre le point *B* & le bout de l'aile est égal à l'arc *BZ*, compris entre le point *B* & la naissance de la dent, & que la droite *BC* est la même perpendiculaire pour l'aile & pour la dent; il suit que si de tous les points *P* de l'arc *HB*, on tire des perpendiculaires *PM* à l'aile, & de tous les points *Q* de l'arc *ZB*, on tire des perpendiculaires *QR* à la dent, les perpendiculaires correspondantes à l'aile & à la dent seront égales chacune à chacune: car les points correspondans *PQ* des arcs *HB*, *ZB*, ayant passé en même tems par le point *B*, les perpendiculaires *PM*, *QR*, correspondantes à l'aile & à la dent, se sont confondues en une même *BC*.

COROLLAIRE VI.

† Si la face *ACH* de l'aile n'est point concave, la perpendiculaire tirée du point *B* à l'aile tombera toujours au-dedans du pignon; & par conséquent, l'aile *AH* n'aura pas besoin d'être prolongée au-delà de la circonférence *BH*, pour recevoir la perpendiculaire *BC*; & comme la roue est obligée de

* Fig. 3. † Fig. 3.

de pousser le pignon par le point *C*, le rayon entier de la roue doit surpasser celui de la circonférence *BZ* de toute la quantité de l'engrénage; c'est-à-dire, que le rayon du pignon sera le même, soit qu'il soit entrainé par sa circonférence, soit qu'il soit poussé par une dent *CZ*, qu'il reçoit entre ses ailes; & que le rayon de la roue qui engrénera pour mener le pignon, sera plus grand de tout l'engrénage, que le rayon *GB* de la roue qui n'auroit point de dents.

THEOREME II.

* *Si l'on veut que le pignon tourne comme la roue avec une force toujours uniforme; la courbure* ACH *de l'aile, & la courbure* CZ *de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au-dedans du pignon sur sa circonférence* HB *pour décrire l'aile, & extérieurement sur la circonférence* ZB *de la roue pour décrire la dent.*

DEMONSTRATION.

Puisque la courbure de l'aile est telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *HB*, & la courbure de la dent aussi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *ZB*, ces deux courbes peuvent être engendrées par un mouvement épicycloïdal; mais il faut démontrer qu'elles auront la même courbe génératrice.

Deux courbes *AH*, *ZC*, sont engendrées par

* Fig. 3.

par une même courbe par un mouvement épicycloïdal, quand les parties *HP*, *ZQ*, de leurs bases étant égales, les perpendiculaires *PM*, *RQ*, à ces courbes sont aussi égales.

Mais nous avons vu dans le Corollaire V. du Théorême précédent, que *HP* & *ZQ* étant égales, *PM* & *RQ* étoient aussi égales.

Donc la courbure *ACH* de l'aile & celle *ZRQ* de la dent ont une même courbe génératrice qui roulera sur *HB* au-dedans du pignon pour décrire l'aile, & qui roulera sur *ZB* au dehors de la roue pour décrire la dent.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

On voit par ce Théorême, que

1°. Toute ligne qui ne pourra point être engendrée, comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe sur une base circulaire concave, ne pourra point être la figure de l'aile d'un pignon.

2°. Toute courbe qui ne pourra point être engendrée, comme les épicycloïdes, par le roulement d'une autre courbe sur une base circulaire convexe, ne pourra non plus être la figure de la dent d'une roue.

COROLLAIRE II.

*Comme le bout *H* de l'aile, & la naissance *Z* de la dent se sont trouvés en même tems au point *B*, il est clair que dans cette situation, la naissance de la dent a mené le bout de

* Fig. 3.

de l'aile; & dans cette position, la perpendiculaire au bout de l'aile & la naissance de la dent, a passé aussi par le même point B; cette perpendiculaire a donc été égale à zéro. D'où il suit que la courbe génératrice qui a formé l'aile & la dent, les a formées par un point de sa circonférence, puisque quand cette courbe a formé le bout de l'aile & la naissance de la dent, le rayon générateur étoit égal à zéro. Ainsi la figure de l'aile & celle de la dent sont des épicycloïdes qui ne sont ni allongées ni raccourcies, qui prennent leurs naissances, l'une à la circonférence du pignon, & l'autre à la circonférence de la roue.

COROLLAIRE III.

* Puisque le point décrivant est le premier point de la courbe génératrice, il suit nécessairement que le bout de l'aile doit être perpendiculaire à la circonférence HB du pignon, & que la naissance des dents doit être perpendiculaire à la circonférence ZB de la roue qui engréneroit infiniment peu.

COROLLAIRE IV.

† Puisque la naissance de la dent est perpendiculaire à la circonférence ZB, il suit que la dent ZRC doit être convexe du côté qu'elle conduit l'aile, car elle est décrite par une courbe génératrice qui a roulé de Z vers B; & que sa naissance est perpendiculaire à l'arc ZB.

C o-

* Fig. 3. † Fig. 3.

COROLLAIRE V.

Donc l'aile du pignon, ou plutôt sa face, ne sauroit être toute convexe du côté qu'elle est menée, & passer par le centre, ou le renfermer : car son extrémité *H* ne seroit point perpendiculaire à l'arc *BH*. Par la même raison, cette aile ne sauroit être toute concave du côté qu'elle est menée, & passer par le centre, ou le renfermer.

Tout ce que je viens de dire est dans la supposition que la dent commence à rencontrer l'aile dans la droite des centres.

THEOREME III.

* *Si la face, ou plutôt le profil* AH *de la face d'une aile de pignon est une ligne droite, tendante au centre du pignon, je dis que la figure* CZ *de la dent de la roue sera une* épicycloïde *qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre sera égal au rayon du pignon, & pour base, la circonférence du cercle* ZB.

DEMONSTRATION.

La figure de l'aile & celle de la dent doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera sur la circonférence concave du pignon, pour décrire l'aile, & sur la circonférence convexe *ZB* de la roue, qui engréneroit infiniment peu, pour décrire la dent.

* Fig. 4.

Mais la courbe qui, en roulant dans la circonférence concave d'un cercle, décrit une droite tendante au centre, est un cercle qui a pour diametre le rayon du pignon.

Donc la courbe qui engendrera la dent de la roue pour une aile droite tendante au centre, sera aussi un cercle qui aura pour diametre le rayon du pignon, & ce cercle doit rouler sur l'arc ZB; & par conséquent la figure de la dent de la roue sera une simple épicycloïde qui aura pour courbe génératrice un cercle dont le diametre est égal au rayon du pignon, & pour base la circonférence du cercle ZB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc le pignon dont les faces des ailes sont des droites tendantes au centre, a le même diametre que s'il n'avoit point d'ailes, & qu'il fût entrainé par sa circonférence, car ses ailes sont au dedans du cercle; mais il n'en est pas de même de la roue, elle doit fournir l'engrénage, & par conséquent son rayon doit être plus grand que celui de la roue qui entraineroit le pignon par sa circonférence, de toute la quantité de l'engrénage.

THEOREME IV.

* *Si les ailes du pignon sont des fuseaux infiniment déliés, la figure de la dent sera une épicycloïde qui aura le pignon même pour courbe génératrice, & la circonférence ZB pour base.*

* Fig. 2.

DEMONSTRATION.

Le fuseau étant infiniment délié, ne sera qu'un point *H* dans le profil du pignon, & ce point sera dans la circonférence; mais ce point *H* devant être la seule chose décrite dans le tems que la courbe génératrice roulera dans l'arc *HB*, il est clair que cette courbe génératrice doit être entierement appliquée sur l'arc *HB*, & doit être par conséquent la même courbe que *HB*; car si cette courbe génératrice n'étoit pas constamment appliquée sur *HB*, & qu'elle pût rouler, le point générateur décriroit une ligne & non un point *H*.

Donc le même arc *HB* doit aussi être la courbe génératrice de la dent; & comme cette courbe génératrice doit rouler sur Z*B* pour décrire la dent, il suit que

La figure de la dent sera une épicycloïde qui aura le pignon même pour cercle générateur, & la circonférence convexe Z*B* pour base. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME I.

** *La face* AH *de l'aile étant un plan dirigé vers l'axe* A *du pignon, & la distance* CA *des pivots de la roue & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la roue & le nombre des ailes du pignon, trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

S o-

* Fig. 6.

SOLUTION.

Comme nous ſuppoſons toujours que la dent CZ n'a pris l'aile AH que quand ils ont été arrivés dans la ligne AG des centres, la dent CZ doit mener l'aile AH juſqu'à ce que l'aile ſuivante AB ſoit arrivée dans la ligne AG.

Mais ſi du point B l'on tire BC perpendiculaire à l'aile AH, le point C ſera celui par lequel l'aile AH doit être pouſſée par la dent CZ, & par conſéquent la roue doit engréner juſqu'en C. Ainſi la diſtance des pivots étant AG, GC ſera le rayon de la roue, & AB le rayon du pignon.

Mais la circonférence BZM qui paſſe par les pieds des dents de la roue, tournant auſſi vîte que la circonférence BH du pignon, ces circonférences ſont entre elles comme les nombres de leurs dents ; & leurs rayons GB, AB, ſont dans le même rapport.

Ainſi appellant $\begin{cases} d, \text{le nombre des dents de la roue,} \\ a, \text{le nombre des ailes du pignon,} \end{cases}$

On aura .... $a : d :: AB : GB$.

Et par conſéquent $\begin{cases} a+d : a :: AG : AB. \\ a+d : d :: AG : GB. \end{cases}$

D'où l'on tire $AB = \frac{AG \times a}{a+d}$ & $GB = \frac{AG \times d}{a+d}$.

Le rayon AB du pignon, & le rayon GB de la roue qui entraîneroit le pignon par ſa circonférence étant ainſi connus, & l'angle BAH étant de $\frac{360°}{a}$, on connoitra AC, &

par

par conséquent on aura un triangle CAG où l'on connoitra un angle CAG avec les deux côtés AC, AG, qui le comprennent, & par conséquent le 3[me] côté CG, qui est le rayon de la roue, sera connu. *C. Q. F. T.*

COROLLAIRE.

Si du rayon CG de la roue on retranche BG, que nous venons de trouver $= \frac{AG \times d}{a + d}$, le reste CQ sera la quantité de l'engrénage de la roue dans le pignon.

ARTICLE II.

* *Où l'on examine la figure de l'aile & celle de la dent, quand la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la mène jusqu'à la li-ligne des centres.*

THEOREME V.

BG *étant le rayon d'une roue*, & AB *le rayon d'un pignon que la roue entraineroit par sa circonférence avec la même force & la même vîtesse qu'elle a.*

Soit une dent CZ *qui pousse une aile* AH *de pignon avant la ligne* AG *des centres. Si par le point* C, *où la dent rencontre l'aile, on mène une droite* OCF *perpendiculaire à la dent & à l'aile, je dis que l'on aura.*

1°. *La*

* Fig. 7. 8. & 9.

1°. *La force avec laquelle la circonférence* BN *entraineroit la circonférence* BM *du pignon où elle engrène infiniment peu*,

Est à la force avec laquelle la même circonférence BM *du pignon tournera, le pignon étant poussé par le point* C *de son aile*,

Comme $AB \times DG$,
Est à $AD \times BG$.

2°. *La vîtesse avec laquelle la circonférence* BM *du pignon seroit entrainée par la circonférence* BN,

Est à la vîtesse avec laquelle tournera la même circonférence du pignon, ce pignon étant mené par un point C *de son aile*,

Comme $AD \times BG$,
Est à $AB \times DG$.

DEMONSTRATION.

Soit f la force, & u la vîtesse que la roue a au point B, par lequel elle entraineroit la circonférence BM du pignon où elle engrèneroit infiniment peu; f sera aussi la force, & u la vîtesse que cette circonférence BM du pignon recevra du point B de la roue.

Soit F la force, & V la vîtesse que la roue a suivant la direction FCO. Si l'on tire GF & AO perpendiculairement sur OCF, on aura 1°. $f : F :: FG : BG$. 2°. $u : V :: BG : FG$.

Enfin soit φ la force, & v la vîtesse qui résultera à la circonférence BM du pignon, ce pignon étant poussé suivant FCO avec une force $= F$, & une vîtesse $= V$, on aura 1°. $F : \varphi :: AB : AO$. 2°. $V : v :: AO : AB$.

Mais à cause des triangles semblables ADO, GDF, on a

1°. $AD : DG :: AO : FG$. 2°. $DG : AD :: FG : AO$.

En-

Enfin on a aussi

1°. $DG:AD::DG:AD$. 2°. $AD:DG::AD:DG$.

Multipliant par ordre ces deux suites d'analogies, on aura

1°. $f:\varphi::AB\times DG:AD\times BG$. 2°. $u:v::AD\times BG:AB\times DG$.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc, on aura

* 1°. $f>\varphi$, & $u<v$, quand la perpendiculaire OCF coupera la ligne AG des centres au dedans du pignon primitif BM.

† 2°. $f<\varphi$, & $u>v$, quand la perpendiculaire OCF coupera la ligne AG des centres au dedans de la roue primitive BN.

‡ 3°. Enfin $f=\varphi$, & $u=v$, quand la ligne des centres sera coupée par FCO au point B où se touchent les deux circonférences.

COROLLAIRE II.

⊥ Donc, si l'on veut que le pignon tourne avec une force & une vîtesse toujours uniforme, comme tourneroit la circonférence BM, entrainée par la circonférence BN d'une roue; il faut que la figure de la dent & celle de l'aile, soient telles que la droite BC tirée du point B au point d'attouchement C de l'aile & de la dent, soit perpendiculaire à l'aile & à la dent.

COROLLAIRE III.

§ Comme le point Q de l'aile pris dans la circonférence BM du pignon primitif, & le point

* Fig. 7. † Fig. 8. ‡ Fig. 9. ⊥ Fig. 9. § Fig. 9.

point *R* de la dent pris dans la circonférence *B N* de la roue, se trouveront ensemble dans la ligne *A G* des centres, & que les deux circonférences *B M* & *B N* doivent tourner également vîte, les arcs *B Q*, *B R* sont égaux, quelle que soit la distance du point *B* aux points *Q* & *R*. D'où il suit que si de tous les points de l'arc *B Q*, on tire des perpendiculaires à l'aile *A Q H*, & de tous les points de l'arc *B R* des perpendiculaires à la dent *R C Z*, les perpendiculaires correspondantes seront égales; car les points correspondans des arcs *B Q*, *B R* passant en même tems par le point *B*, les perpendiculaires tirées de ces points correspondans à la dent & à l'aile, se confondront dans la perpendiculaire *B C*, & lui seront égales.

COROLLAIRE IV.

* Si la dent *R C Z* de la roue n'est point concave du côté qu'elle mène, la perpendiculaire *B C* tirée du point *B* sur la dent, tombera toujours au dedans du cercle *B N*, qui entraineroit le pignon par sa circonférence; d'où il suit que la dent *R C Z* sera entierement dans le cercle *B N*. Au contraire, l'aile *Q C* du pignon sera obligée de sortir du cercle *B M* pour recevoir la perpendiculaire *B C*, & pour être menée par la dent *R C Z*; ainsi le rayon de la roue étant toujours le même, que si la roue devoit entrainer le pignon par sa circonférence sans y engréner, le

* Fig. 9.

le rayon du pignon qui ſeroit mené par ſa circonférence, doit augmenter de toute la quantité de l'engrénage, pour être mené par ſes ailes.

THEOREME VI.

* *Si l'on veut que le pignon tourne toujours avec une force & une vîteſſe égale à celle de la roue, les courbures* RCZ, QCH *de la dent & de la roue doivent être engendrées comme les épicycloïdes, par le même point d'une même courbe génératrice qui roulera au dedans de la circonférence* BR *de la roue, pour décrire la dent, & ſur le convexe de la circonférence* BM *du pignon primitif, pour décrire l'aile du pignon.*

DEMONSTRATION.

1°. Puiſque la courbure *RCZ* de la dent eſt telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BR*, ſans qu'elles ſe coupent entre *BR* & *ZR*, la dent *RZ* peut être engendrée comme les épicycloïdes, par une courbe qui roulera dans le concave de l'arc *RB*.

2°. Puiſque l'aile *QCH* du pignon eſt auſſi telle qu'on lui peut mener des perpendiculaires de tous les points de l'arc *BQ*, ſans que ces perpendiculaires ſe coupent entre *QB* & *QCH*; il eſt clair que l'aile *QCH* peut auſſi être engendrée comme les épicycloïdes, par une

* Fig. 9.

une courbe qui roulera ſur le convexe de l'arc *B Q*.

Mais ſuivant le Corollaire III. du Théorême précédent, les perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc *B R* à la dent *R C Z* ſont égales chacune à chacune, aux perpendiculaires tirées de tous les points de l'arc *B Q* à l'aile *Q C H*.

Donc la dent *R C Z*, & l'aile *Q C H* ſont engendrées comme les épicycloïdes, par une même courbe qui roulera au dedans de l'arc *B R*, pour décrire la dent *R C Z*, & ſur le convexe de l'arc *B Q* pour décrire l'aile *QCH*.

Ce qu'il falloit déterminer.

COROLLAIRE I.

Comme le bout *R* de la dent, & la naiſſance *Q* de l'aile arriveront enſemble au point *B*, il eſt évident qu'à cette arrivée, ce ſera le bout *R* de la dent qui mènera le point *Q* de l'aile, & qu'alors le point *C* ſe confondra avec les points *R* & *Q* dans le même point *B*, & la perpendiculaire *B C* qui eſt le rayon décrivant l'aile & la dent deviendra nul. D'où il ſuit, comme dans le Corollaire II. du Théorême II. que le point décrivant l'aile & la dent ſera le premier point de la courbe génératrice.

COROLLAIRE II.

Donc 1°. la dent *R C Z* eſt perpendiculaire ſur la circonférence *RBN*. 2°. L'aile *QCH* eſt auſſi perpendiculaire ſur la circonférence *B Q M*.

COROLLAIRE III.

Donc 1°. l'aile *QCH* doit être convexe du côté qu'elle est menée par la dent.

2°. Cette aile *QCZ* ne sauroit être un arc de cercle : car l'aile devant être perpendiculaire sur la circonférence *BQM*, si elle étoit circulaire, son centre se trouveroit dans une tangente *QX* au point *Q* de la circonférence *BQM*, & on ne pourroit par conséquent pas tirer des perpendiculaires de tous les points de l'arc *QB* sur l'aile, ce qui empêcheroit cette aile de pouvoir être engendrée par un mouvement épicycloïdal demandé pour l'uniformité.

THEOREME VII.

** Si la face* RCZ *de la dent de la roue est une droite tendante au centre de la roue, la figure* QCH *de l'aile sera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre sera égal au rayon* GB *de la roue.*

DEMONSTRATION.

Une droite *RCZ* tendante au centre d'un cercle, est une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre est égal au rayon *BG* du cercle dans la circonférence duquel il roule.

Mais l'aile *QCH* doit avoir la même courbe

* Fig. 2.

be génératrice que la dent droite *R C Z*.

Donc l'aile *Q C H* doit avoir pour courbe génératrice, un cercle qui aura pour diametre le rayon *B G* de la roue *B N*, & ce cercle générateur de l'aile doit rouler sur le convexe de l'arc *B Q*.

Donc l'aile *Q C H* est une épicycloïde qui a pour courbe génératrice, un cercle dont le diametre est égal au rayon *B G* de la roue.

Ce qu'il falloit démontrer.

THEOREME VIII.

* *Si la dent de la roue est un fuseau infiniment délié, situé en* R *dans la circonférence de la roue, la figure* QCH *de l'aile sera une épicycloïde qui aura pour courbe génératrice, la roue même* RBN.

DEMONSTRATION.

Le point *R* regardé comme épicycloïde, peut être conçu comme engendré par un cercle placé dans le cercle *R B N* de même diametre, dans lequel il ne peut par conséquent rouler, sans quoi il décriroit plus d'un point.

Donc l'aile *Q C H* qui seroit menée par ce point *R*, qui représente un fuseau infiniment délié, doit aussi être engendrée par un cercle de même diametre que le cercle *R B N*, ou par le cercle *R B N* lui-même. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PRO-

* Fig. 10.

PROBLEME II.

* *Les dents d'une roue étant droites & dirigées vers le centre, la distance* AG *des pivots ou centres de la roue & du pignon étant donnée avec le nombre des dents de la roue & le nombre des ailes du pignon, trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

SOLUTION.

Soit $\begin{cases} d, \text{ le nombre des dents de la roue.} \\ a, \text{ le nombre des dents du pignon.} \end{cases}$

Le rayon de la roue étant le même que si la roue entrainoit simplement le pignon par sa circonférence, l'on aura

Le rayon BG de la roue $= \frac{AG \times d}{a + d}$.

Le rayon du pignon seroit $\frac{AG \times a}{a + d}$, s'il n'étoit point ailé; mais comme il est plus grand que AB de toute la quantité de l'engrénage, il faut avoir recours au triangle AGC.

L'angle AGC étant connu de $\frac{360°}{d}$, la droite GC, sinus de son complément, sera connue; & comme la distance AG des pivots est donnée, le triangle ACG sera parfaitement connu; on connoitra donc le rayon AC du pignon qui restoit à trouver. *C. Q. F. T.*

CO-

* Fig. 11.

COROLLAIRE.

Le rayon AC du pignon étant trouvé, si l'on en retranche AQ ou $AB = \frac{AG \times a}{a + d}$, le reste sera la quantité de l'engrénage.

ARTICLE III.

Où l'on examine la figure de l'aile, & celle de la dent, dans le cas où la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la conduit par-delà la ligne des centres.

* QBH étant un pignon que la roue RBZ entraineroit par sa circonférence, si la dent PRO, qui rencontre l'aile AQR avant la ligne des centres, ne conduisoit cette aile que jusqu'à la ligne des centres, on trouveroit par l'Article II. que la dent RO seroit prise dans la roue primitive RBZ, & que l'aile AQR sortiroit du pignon primitif HBQ de toute la quantité QK de l'engrénage qui se fait dans la roue primitive RBZ.

Mais la dent RO doit conduire l'aile par-delà la ligne AG des centres; & pour que cette conduite se fasse uniformement, la dent CZ doit sortir de la roue primitive de toute la quantité de l'engrénage qui se fait dans le pignon primitif.

Donc, dans le cas où la dent rencontre l'aile avant la ligne des centres, & la conduit au-

* Fig. 12.

au-delà de cette ligne, il faut que les rayons *GB*, *AB*, de la roue & du pignon primitifs qui engréneroient infiniment peu, augmentent l'un & l'autre d'une certaine quantité. Et ces augmentations de rayon ſont telles que, 1°. *QK*, ou la partie de l'aile qui ſort du pignon primitif, & *RO*, ou la partie de la dent priſe au-dedans de la roue primitive, ſeront tous deux engendrés comme les épicycloïdes par une même courbe qui roulera ſur la partie convexe *QB* du pignon primitif pour décrire la portion *QK* de l'aile, & qui roulera au-dedans de l'arc *RB*, pour décrire la portion *RO* de la dent; comme nous l'avons fait voir dans l'Article ſecond.

L'autre partie *QA*, ou *HA* de l'aile qui eſt dans le pignon primitif, & l'autre partie *RP* ou *ZC* de la dent (laquelle portion de dent ſort de la roue primitive) ſont engendrées auſſi comme les épicycloïdes par une même courbe, qui roulera dans le concave de l'arc *HB* du pignon primitif pour décrire la portion d'aile *HA*, qui eſt dans le pignon primitif, & qui roulera ſur le convexe de la circonférence *ZB* de la roue primitive, pour décrire la portion de dent *ZC* qui ſaille hors la roue primitive.

Chaque face ou côté de dent eſt donc compoſée de deux épicycloïdes, la portion *RO* eſt engendrée par une courbe qui a roulé dans la concavité de l'arc *RB*, & l'autre portion *RP* eſt engendrée par le point de la courbe, qu'on a fait rouler ſur le convexe *RE* de la roue primitive.

Chaque face comme *AQR* des ailes du pignon

pignon sera aussi composée de deux épicycloïdes, la partie *AQ* qui est comprise dans le pignon primitif sera engendrée comme les épicycloïdes par le point d'une courbe qu'on fera rouler dans l'arc concave *QM*, & la portion *QK* de la même aile sera engendrée par un point de la même, ou d'une autre courbe, qui roulera sur l'arc convexe *QB* du pignon primitif.

Quand on aura déterminé l'angle *GAQ*, compris entre la ligne des centres & la position *AQ* de l'aile, lorsqu'elle est rencontrée par la dent avant la ligne des centres, ou quand on aura déterminé l'angle *AGR*, on trouvera par le Problême II. la quantité *QK* qu'il faut ajouter au rayon *AQ* du pignon primitif pour engréner; & l'on trouvera par le Problême I. la quantité *RP* ou *ZC* qu'il faut ajouter au rayon *GB* de la roue primitive pour faire aussi l'engrénage. Le Problême suivant éclaircira cette pratique.

PROBLEME III.

* *La distance* AG *des centres du pignon & de la roue étant donnée avec le nombre des ailes du pignon, & le nombre des dents de la roue, la partie* AQ *de la face de l'aile, & la portion* RO *de la face de la dent étant droites, &* HQ *étant donnée à* BQ, *comme* m *est à* n, *trouver le rayon de la roue & celui du pignon?*

SOLU-

* Fig. 121

SOLUTION.

Soit... $\begin{cases} d \text{ le nombre des dents de la roue.} \\ a \text{ le nombre des ailes du pignon.} \end{cases}$

On aura $\begin{cases} \text{l'angle } HAQ \text{ ou l'arc } HQ = \frac{360^\circ}{a}. \\ \text{l'angle } ZGR \text{ ou l'arc } ZR = \frac{360^\circ}{d}. \end{cases}$

On aura aussi $\begin{cases} AB = \frac{AG \times a}{a+d} \text{ rayon du pignon primitif.} \\ BG = \frac{AG \times d}{a+d} \text{ rayon de la roue primitive.} \end{cases}$

Puisque (par hypothese) $HQ : BQ :: m : n$.
On aura aussi $ZR : BK :: m : n$.

Ce qui donnera BR ou l'angle $AGR = \frac{ZR \times n}{m}$

$= \frac{360^\circ \times n}{dm}$.

Or, on connoit AG, on connoit aussi KG, car c'est le sinus du complément de l'angle AGR : on aura donc tout le triangle AGK, & par conséquent, on aura AK qui est le rayon du pignon. *Ce qu'il falloit* 1°. *trouver.*

Il faut maintenant chercher le rayon CG de la roue, puis $HQ : BQ :: m : n$, on aura $BQ = \frac{HQ \times n}{m} = \frac{360^\circ \times n}{am}$; & comme l'angle $HAQ = \frac{360^\circ}{a}$, on aura l'angle $HAC = \frac{360^\circ}{a}$

$- \frac{360^\circ \times n}{am} = \frac{360^\circ \times \overline{m-n}}{am}$.

 Mais

Mais AG est donné, & AC est facile à trouver, étant le sinus du complément de l'angle CAG, pour un rayon $= AB$.

Donc, on connoitra par la Trigonométrie le reste du triangle CAG, & par conséquent CG, rayon de la roue sera trouvé. *Ce qu'il falloit 2°. trouver.*

Remarques sur les trois Articles de ce Mémoire.

Quoique le pignon puisse être mené par une roue de trois façons differentes, comme je l'ai expliqué dans les trois Articles qui composent ce Mémoire; ces trois manieres ne sont pas également avantageuses.

Quand une dent de roue rencontre une aile de pignon avant la ligne des centres, pour la conduire jusqu'à cette ligne, ou au-delà, la dent & l'aile engrènent de plus en plus à mesure qu'elles approchent de la ligne des centres, ce qui a deux inconvéniens.

Premierement, la machine se salit plus vîte, parce que toutes les ordures sont poussées par la roue vers le fond du pignon, ce qui n'arrive point quand la dent rencontre l'aile après la ligne des centres.

Secondement, la dent & l'aile ont un frottement rentrant qui les fait arcbouter, plus ou moins, l'une contre l'autre, suivant que le frottement est rude; & ce frottement doit être d'autant plus rude, que toutes les ordures sont poussées vers le fond du pignon, & qu'il ne s'en perd point.

Ces deux inconvéniens qui se trouvent dans la conduite de l'aile par la dent avant

la ligne des centres, font assez considérables pour faire rejetter cette conduite, quand on peut faire autrement.

Quand la dent de la roue ne rencontre pas l'aile du pignon avant la ligne des centres, c'est-à-dire, que la dent ne conduit l'aile qu'après la ligne des centres, on a les deux avantages opposés aux inconvéniens qui accompagnent la conduite avant la ligne des centres; 1°. les ordures ne restent point dans le pignon, la dent les en retire; 2°. le frottement ne se fait qu'en sortant, & il n'y a point par conséquent d'arcboutement de la roue contre le pignon: il y a même un troisieme avantage, c'est que l'engrénage est plus considérable, & par conséquent moins sujet à se perdre; mais ce dernier avantage devient souvent un inconvénient, quand le pignon a trop peu d'ailes, il en est même toujours un dans le pignon de 8 ou 9, & au-dessous.

L'inconvénient du grand engrénage dans les pignons de 8 ou 9, & au-dessous, est, que la roue ne sauroit engréner dans son pignon, & que la machine ne sauroit par conséquent aller.

La méthode de faire mener l'aile par la dent en partie avant la ligne des centres, & en partie après cette ligne, doit avoir nécessairement les inconvéniens de la méthode où l'aile est menée avant la ligne des centres; mais les inconvéniens n'y sont pas si considérables, lorsque la dent menant l'aile en partie avant, & en partie après la ligne des centres, elle prend l'aile plus près de cette

ligne, que si elle la conduisoit entierement avant la ligne des centres; ce qui fait que la dent & l'aile rentrent moins l'une dans l'autre, rentrent plus parallelement, & rendent par conséquent l'arcboutement moins considérable.

Comme de toutes les figures construites à la lime, la plane & la droite est la plus facile à exécuter & à reconnoitre, il semble qu'on la doit préférer aux autres dans l'Horlogerie, quand les pieces la peuvent recevoir; & comme l'aile du pignon la peut recevoir en partie quand elle est menée avant & après la ligne des centres, & qu'elle peut être entierement droite quand elle n'est menée qu'après la ligne des centres, la méthode de faire conduire l'aile uniquement après la ligne des centres a encore l'avantage de permettre à l'aile d'être droite. Mais comme il arrive souvent que la roue ne sauroit engréner dans cette conduite, & qu'il faut savoir reconnoitre cet inconvénient, j'enseigne à le connoitre dans le Problême suivant.

PROBLEME. IV.

Trouver si la roue peut engréner dans le pignon, quand elle conduit le pignon après la ligne des centres seulement?

SOLUTION.

* Ayant trouvé l'angle *CGB*, par le moyen du triangle *AGC*, dont nous nous sommes servis

* Fig. 6.

servis dans le Problême premier; si cet angle CGB est plus petit que la moitié de l'angle BGZ, qui est de 360°, divisé par le nombre des dents de la roue, l'engrénage sera impossible.

Car la dent CZ cessant de mener l'aile AH, l'aile suivant AB & la dent BL arriveront dans la ligne des centres, & les ailes AH, AK, feront des angles égaux avec la ligne des centres.

Mais ZC & BL étant des ailes égales & semblables, on aura $ZQ = BT$, & par conséquent $ZGB = QGT$.

Donc, si l'angle CGA est plus petit que l'angle $\frac{ZGB}{2}$, il sera aussi plus petit que l'angle $\frac{QGT}{2}$, & par conséquent on aura $AGL > AGC$; & comme $GC = GL$, il s'ensuit que GL, & par conséquent la dent BL coupera AK, ce qui empêchera l'engrénage. *Ce qu'il falloit trouver.*

DESCRIPTION ANATOMIQUE D'UN MOUTON MONSTRUEUX.

Par M. MORAND. *

L'ACADEMIE a vu tant de conformations monstrueuses en differens animaux,

* 11 Juillet 1733.

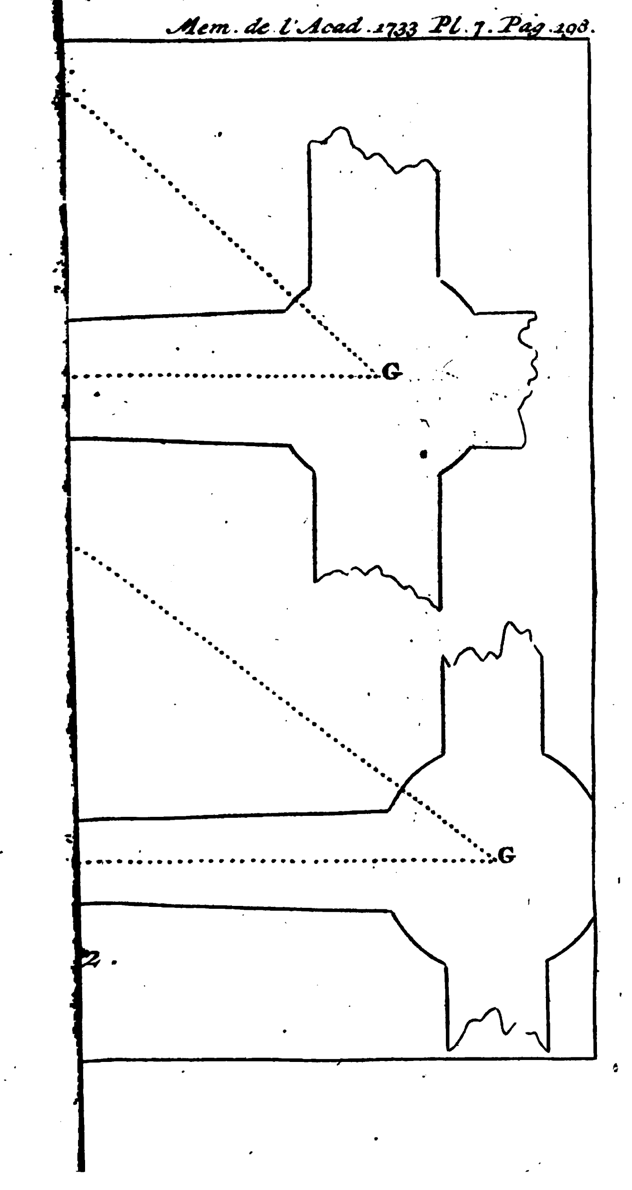
maux, sans celles dont les Auteurs nous ont conservé l'histoire, qu'il est difficile de croire que de nouvelles descriptions de Monstres soient pour elle un objet bien intéressant; cependant elles pourroient avoir leur utilité en Anatomie, si on s'appliquoit à examiner la structure des parties intérieures avec autant d'exactitude, que les singularités apparentes, en faveur desquelles la plupart des Observateurs semblent avoir oublié le reste.

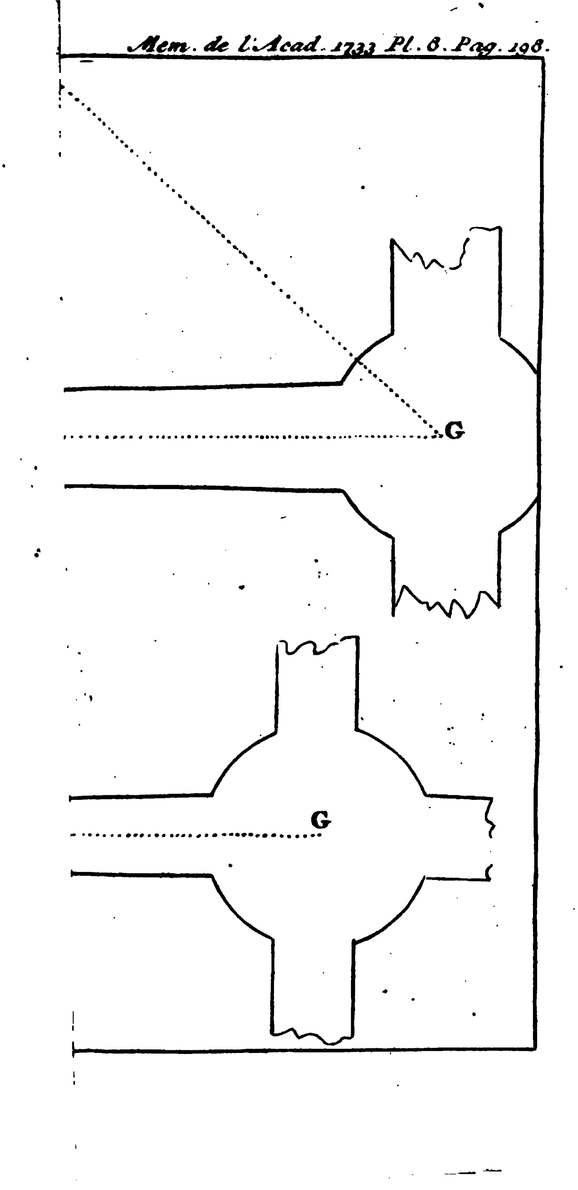
Le Mouton monstrueux dont je vais donner la description, me fut apporté de Chantilly où on le gardoit par curiosité: il étoit grand & fort, & suivant ce que j'ai pu découvrir, il étoit mort de trop d'embonpoint.

Les singularités qui se présentoient à la vue, consistoient en ce que, 1°. Entre les deux pattes de derriere, il en avoit deux autres moins grosses, composées chacune de cuisse, jambe & pied, pendantes de la partie inférieure du bassin hypogastrique, & tournées dans le même sens que les autres, mais relevées de façon que la plante des deux pieds surnuméraires regardoit la queue. 2°. Il rendoit les matieres du ventre par deux anus, & l'urine par deux verges à la fois. 3°. Il réunissoit en lui les parties génitales de deux Moutons.

Dans l'intérieur du ventre, le canal intestinal étoit simple depuis le duodenum jusques environ les deux tiers de l'ileon, là il se bifurquoit, & chaque partie du canal intestinal devenue double, faisoit une portion d'ileon, un cœcum, un colon & un rectum, par des

cir-

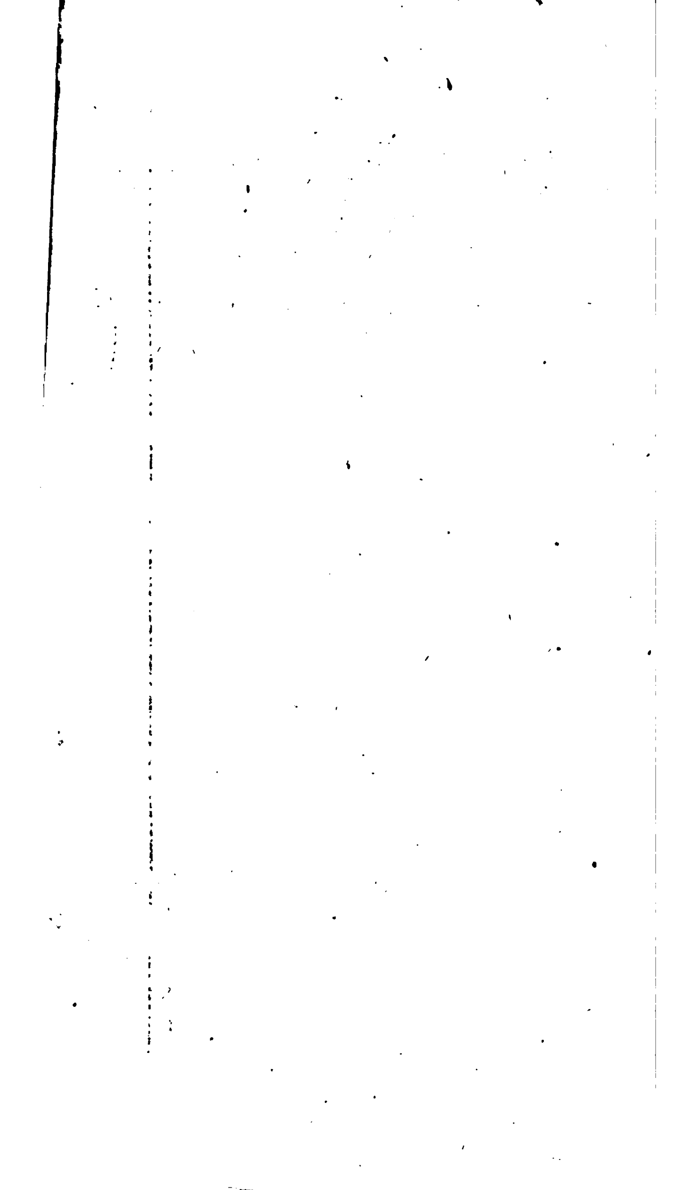

G
G
2.


G
G

5

G

G



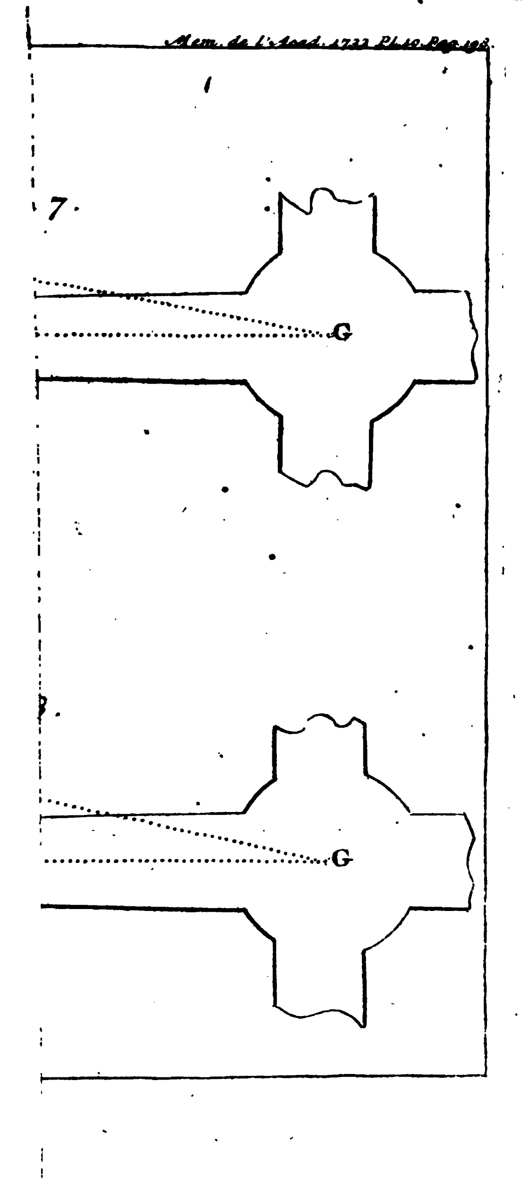

7.
G
8.
G

Fig. 9.

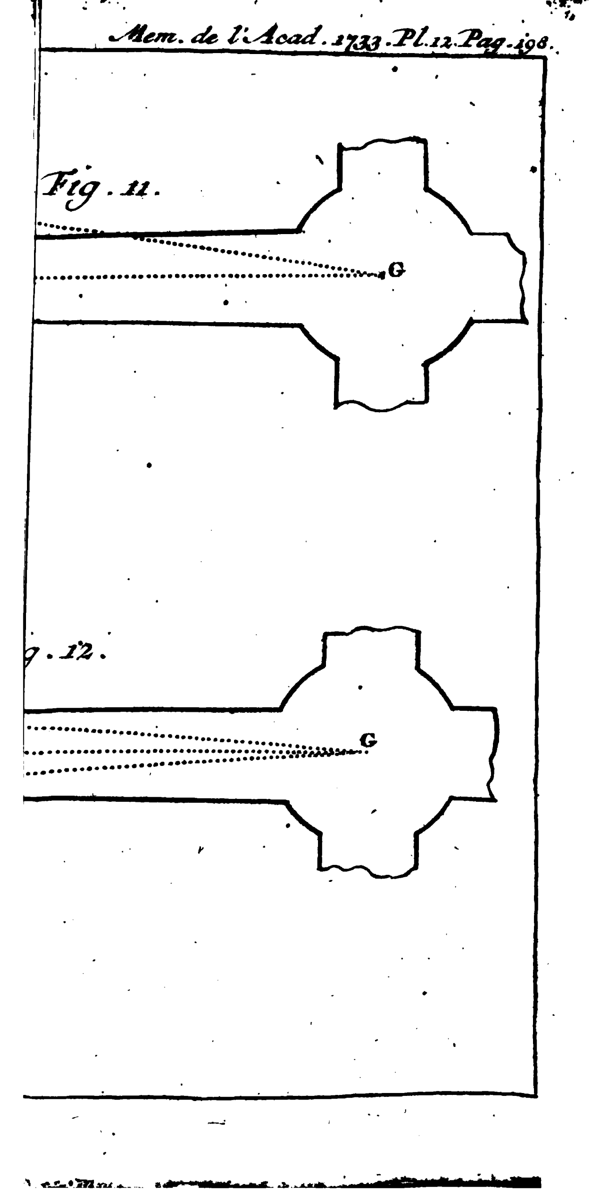
G

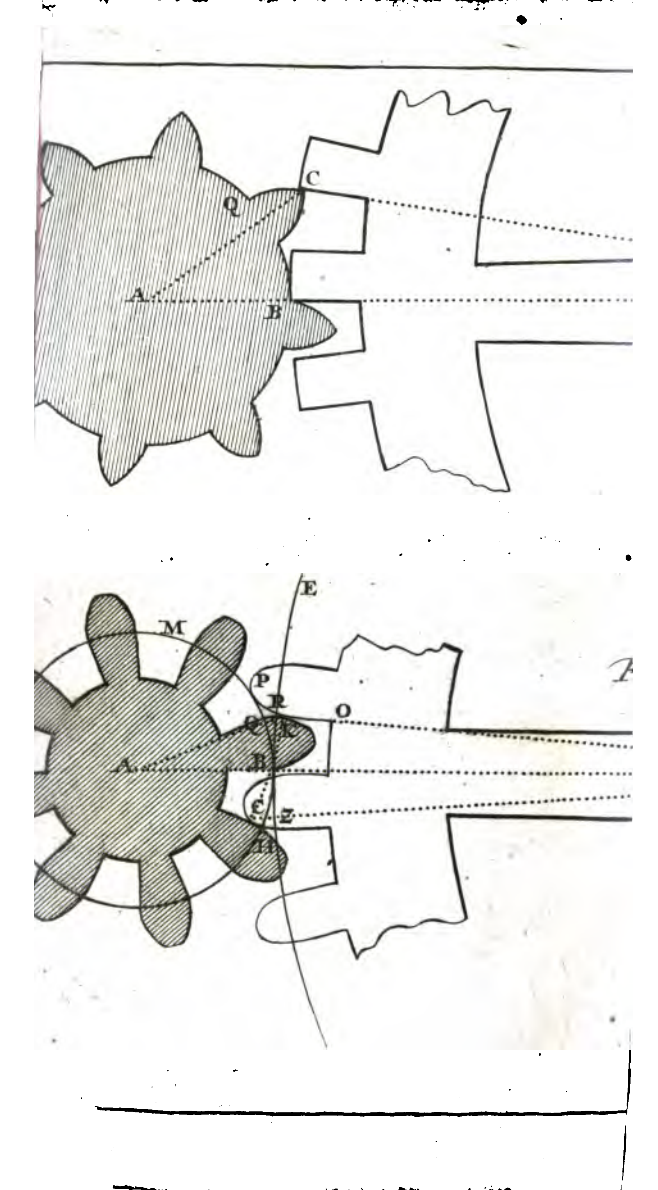
Fig. 10.

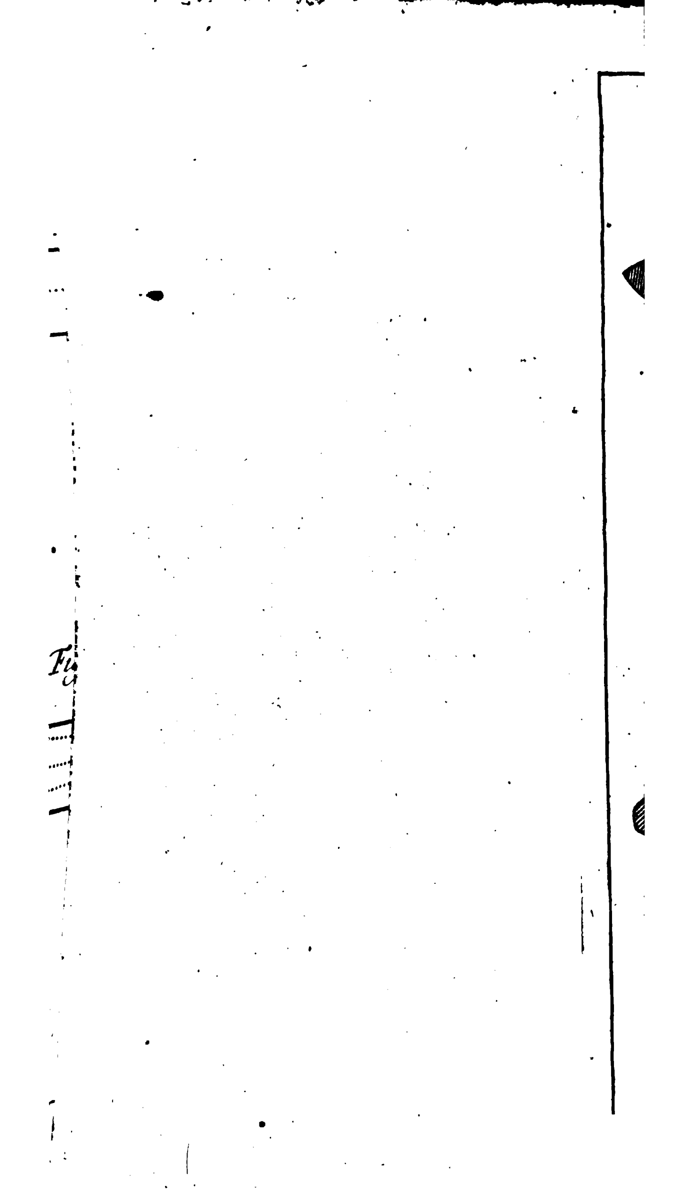
G

Fig

g.1


Fig. 11.
G
g. 12.
G


C
Q
A
B
E
M
P
R
O
Q
K
A
B
C
Z
H



circonvolutions d'environ 12 pieds de long jusqu'à l'anus.

Chacun des anus avoit ses muscles sphincter & releveurs, & la queue de l'animal qui étoit entre deux ne les couvroit pas entierement, quoiqu'elle fût plus large qu'à l'ordinaire.

Toutes les autres parties destinées soit à la digestion, soit aux filtrations, étoient simples, & n'avoient rien de particulier : c'est pourquoi les ayant enlevées, je ne m'attachai plus qu'à l'examen des parties génitales & urinaires qui étoient doubles en dedans comme en dehors.

Il y avoit quatre reins, dont deux occupoient chacun un côté de la région lombaire, le gauche situé un pouce plus bas que le droit ; au-dessous de ceux-là étoient deux autres reins surnuméraires situés sur les faces latérales de l'os sacrum, le gauche très voisin de l'ordinaire du même côté, le droit un peu échancré, où doit être la partie convexe.

Chacun de ces quatre reins avoit son uretere, les ureteres des deux reins droits se déchargeoient dans la vessie droite, ceux des deux reins gauches dans la vessie gauche, & chacune des deux vessies avoit à-peu-près la grandeur de la vessie simple d'un Mouton bien conformé. Deux verges parallelement situées avoient chacune un uretre, leurs corps caverneux, muscles érecteurs & accélérateurs, & une espece de fourreau cutané qui faisoit le prépuce.

Il y avoit quatre testicules, deux fort gros extérieurs, deux plus petits cachés dans le ventre,

ventre, envelopés d'une expansion du péritoine, qui, faisant une portion de cloison entre les deux, les retenoit dans une capsule particuliere, & les attachoit à la face intérieure de l'os surnuméraire des hanches.

Le canal déférent qui partoit de chacun des testicules extérieurs, suivant la route ordinaire, faisoit une courbure derriere la vessie, & s'ouvroit dans une vésicule séminale; le canal déférent du testicule intérieur du même côté, dans l'autre vésicule séminale par un chemin plus court.

Pour suivre la distribution des vaisseaux dans les parties doubles que je viens de décrire, il faut les prendre dès le tronc, au-dessus de leur division en vaisseaux émulgens.

L'aorte donnoit d'abord l'artere émulgente droite, & un pouce plus bas l'émulgente gauche, ensuite se partageoit en deux troncs, l'un plus gros que l'autre. Le premier donnoit les arteres spermatiques des deux testicules extérieurs, plus bas les lombaires & les iliaques; le même tronc prolongé perpendiculairement sur l'os sacrum, donnoit une artere sacrée avec des iliaques & crurales pour les pattes surnuméraires. Le second donnoit les deux arteres émulgentes des deux reins surnuméraires, & les spermatiques des testicules intérieurs.

La veine-cave se partageoit d'abord en deux troncs, l'un plus gros à droite, l'autre plus petit à gauche. Dans le premier, les veines iliaques & crurales, la spermatique droite d'un testicule extérieur, & l'émulgente droite d'un rein ordinaire se jettoient;

dans

dans l'autre la veine sacrée, les iliaques & crurales pour les pattes surnuméraires, les spermatiques des deux testicules intérieurs, l'émulgente droite d'un rein surnuméraire, la spermatique gauche d'un testicule extérieur, l'émulgente gauche d'un rein surnuméraire, & l'émulgente gauche d'un rein ordinaire apportoient le sang de ces differentes parties.

Pour contenir tous ces organes sans confusion, & tels que la dissection les présentoit, il falloit dans le bassin de l'hypogastre une cavité plus grande que l'ordinaire; cette augmentation étoit en largeur, au moyen de quoi le bassin avoit une forme oblongue d'un os ilium à l'autre, il étoit composé des os des hanches ordinaires, & d'un os surnuméraire dans l'arrangement que je vais exposer.

Les os des iles dans leur position naturelle, les os ischiums ayant chacun leur trou ovalaire & leur cavité cotyloïde pour l'articulation des grandes cuisses, les os pubis occupant chacun une face laterale de l'os surnuméraire, & celui-ci au centre de la face antérieure du bassin uni par deux symphyses aux os pubis.

L'os surnuméraire est une espece d'os des hanches tronqué, auquel l'ilium manque en entier, une portion d'ischium de chaque côté s'unit avec le pubis, fournit un trou ovalaire plus petit que l'ordinaire, & à la partie inférieure de sa jonction avec le pubis, il concourt avec ce dernier à former un cotyle superficiel dans lequel s'enfonce la moitié de

la tête des petits femurs; enfin à la partie supérieure de ces deux cavités est une éminence fort saillante en forme de pubis.

Les deux pattes surnuméraires sont de moitié moins longues & moins grosses que les naturelles, elles sont faites de trois parties & de trois articulations; à celle de l'os de la cuisse avec l'os de la jambe il n'y a point de rotule, mais à la partie inférieure & antérieure du femur, il y a une éminence qui s'éleve entre les deux condyles, & se prolonge vers la partie interne du même os.

Elles n'avoient par elles-mêmes aucun mouvement ni aucun muscle pour leur en faire exécuter. Cela confirme l'observation qui a été faite dans la plupart des Monstres qui ont des membres surnuméraires; ces membres n'ont point de muscles, & sont faits de parties osseuses au centre, entourées de graisse, & revêtues de peau. Je l'avois déja remarqué dans un Enfant qui avoit une troisieme jambe attachée aux lombes, dans la Fille monstrueuse morte à la Salpêtriere en 1719, & dans un Pigeon qui avoit quatre pattes.

Si l'on suppose que le Monstre que j'ai décrit, étoit fait de deux Moutons, on dira que l'un des deux a été totalement aboli depuis la tête jusqu'aux parties doubles, & que ce qui reste appartient à deux Moutons, dont chacun a une grande portion d'ileon, les gros intestins & un anus situé entre une grande & une petite patte, un grand & un petit rein du même côté, une vessie, une verge, deux testicules, l'un externe, & l'autre in-

terne, les vésicules séminales & la prostate, avec l'appareil des vaisseaux nécessaires pour toutes ces parties, mais dans un arrangement bien remarquable & sans aucune confusion, comme on le voit dans la Figure.

EXPLICATION DES FIGURES.

La premiere Figure représente les singularités extérieures.

La second fait voir la plus grande partie des intérieures.

A A, les deux rectum.
B B, les deux anus.
C, la queue.
D D, les deux grands reins ou supérieurs.
E E, les deux petis reins ou inférieurs.
F F, les ureteres des deux reins droits qui se déchargent dans la vessie droite *G*.
H H, les ureteres des deux reins gauches qui se déchargent dans la vessie gauche *I*. On n'a pas représenté les vésicules séminales & la prostate qui accompagnoient chaque vessie, pour éviter la confusion.
K K, les deux verges avec leurs muscles.
L L, les deux testicules extérieurs.
M M, leurs canaux déférens.
N N, les deux testicules intérieurs.
O O, leurs canaux déférens.
P, une grande portion de leur capsule particuliere.
Q, le tronc de l'aorte.
R, sa bifurcation.

SS, les arteres émulgentes des reins ſupérieurs.

TT, les arteres ſpermatiques des teſticules extérieurs.

VV, les iliaques & crurales pour les grandes pattes.

X, ſeconde diviſion en iliaques pour les pattes ſurnuméraires.

YY, les émulgentes des petits reins ou ſurnuméraires.

ZZ, les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

N°. 1. le tronc de la veine-cave.

2. ſa bifurcation.

3, 3. les veines lombaires.

4, 4. les iliaques & crurales des grandes pattes.

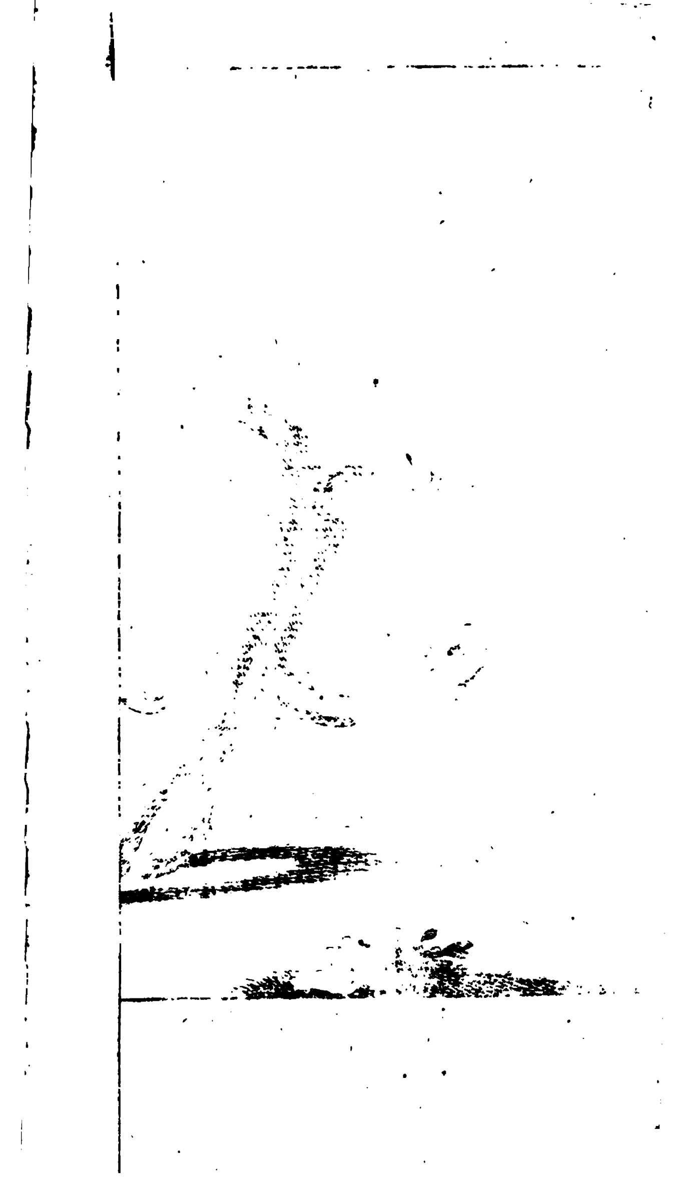
5, 5. les émulgentes des reins ſupérieurs.

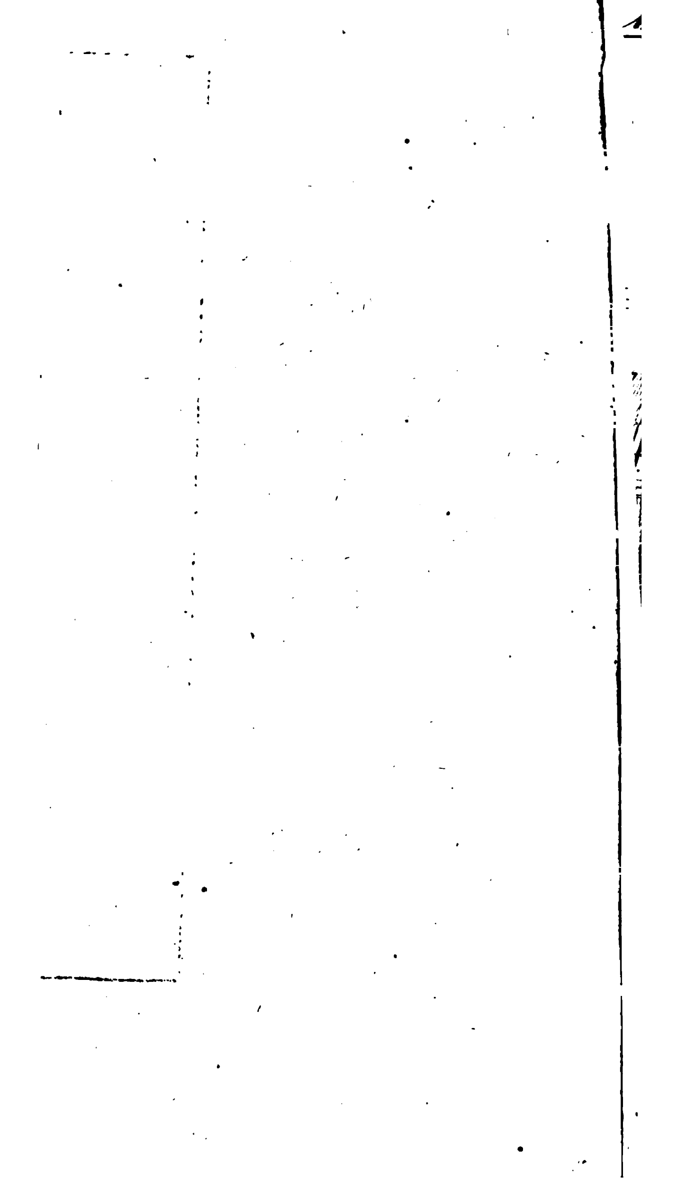
6, 6. les ſpermatiques des teſticules extérieurs.

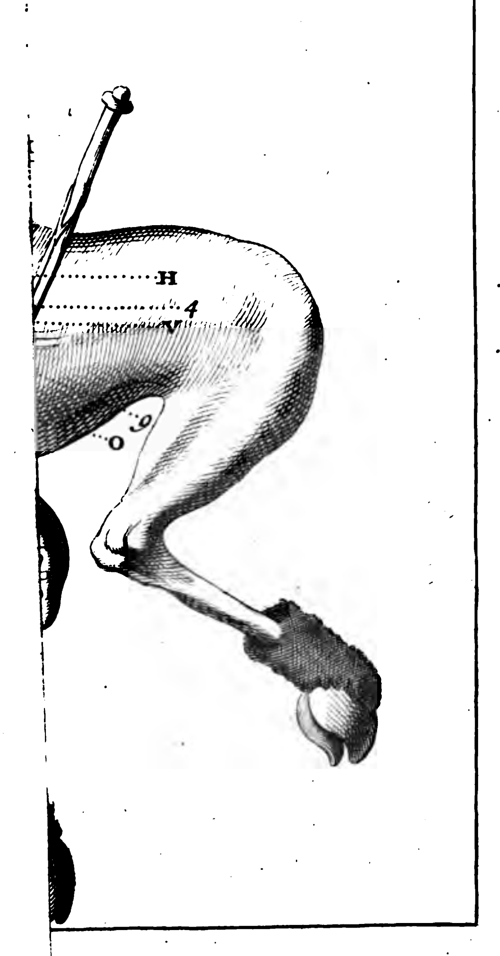
7, 7. les émulgentes des petits reins.

8, 8. les ſpermatiques des teſticules intérieurs.

9. ſeconde diviſion en iliaques & crurales pour les pattes ſurnuméraires.






H
4
V
9
O

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL

Faites à l'Observatoire Royal le 13 Mai 1733.

Par M. CASSINI.

Nous avons employé pour l'observation de cette Eclipse, une lunette de 7 pieds qui avoit au foyer commun de ses verres, un Micrometre à réticules, garni de ses fils, dont douze comprenoient exactement l'image du Soleil.

Quoique le Ciel ne fût pas parfaitement serein, on voyoit assez distinctement l'image du Soleil.

à $5^h 58' 56''$ le Soleil commença à paroitre éclipsé. J'ai jugé que le commencement a dû arriver $15''$ auparavant, c'est-à-dire, à $5^h 58' 40''$.

6. 3	11	Un doigt d'éclipsé.
7	40	Deux doigts.
12	36	Trois doigts.
17	36	Quatre doigts.
22	11	Cinq doigts.
27	6	Six doigts.
32	22	Sept doigts.
37	26	Huit doigts.
44	36	Neuf doigts.

à 6h 50′ 0″ L'Eclipse paroit de 9 doigts ½, qui est la plus grande phase qu'on ait apperçue.
57 21 Neuf doigts.
7 5 6 Huit doigts.

Le Soleil s'est caché ensuite dans les nuages qui étoient près de l'horizon, & on a cessé de l'appercevoir.

Comme il est difficile de déterminer avec précision le milieu de l'Eclipse, par des observations immédiates, à cause que sa quantité ne varie pas alors sensiblement dans l'espace de quelques minutes, nous y avons employé les observations correspondantes de huit & neuf doigts, faites avant & après.

Entre les deux Phases de huit doigts, il y a eu un intervalle de 27′ 40″, dont la moitié 13′ 50″, étant ajoutée à la premiere, donne le milieu à 6h 51′ 10″.

Par les deux Phases de neuf doigts, on trouve le milieu à 6h 50′ 58″. à 18″ près de la détermination précédente qui est préférable, à cause que l'augmentation, de même que la diminution de l'Eclipse, étoit alors plus sensible.

Au commencement de cette Eclipse, & dans les autres Phases jusqu'à la quantité de 6 doigts, le bord de la Lune paroissoit bien terminé, sans aucune inégalité sensible; il a paru ensuite un peu dentelé, ce que j'attribue à l'effet des vapeurs de l'horizon dont il s'approchoit continuellement.

La lumiere du jour a un peu diminué au tems de la plus grande Eclipse, mais non pas

pas au point de pouvoir discerner les Etoiles les plus brillantes.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL,

Faites à Paris le 13 Mai 1733.

Par M. GODIN. *

LE Ciel qui avoit été un peu couvert après-midi du 13, devint plus net vers le tems que l'Eclipse devoit commencer : je me préparai à l'observer avec une Lunette de 5 pieds garnie d'un Micrometre : j'avois outre cela monté une autre Lunette de 7 pieds garnie de deux Verres convexes, à laquelle j'avois ajusté un tambour de papier huilé, sur lequel j'avois tracé un cercle qui comprenoit l'image du Soleil ; j'en avois tracé cinq autres concentriques, qui partageoient en doigts l'image du Soleil reçue sur ce tambour.

Le diametre du Soleil mesuré à midi par la difference de hauteur de ses bords & par le Micrometre, fut trouvé de 31′ 50″ par la premiere méthode, & de 1799 $\frac{1}{2}$ parties par la seconde méthode, lesquelles valent 31′ 51″, ce qui donnoit 150 parties du Micrometre pour 1 doigt. En employant le Micrometre, voici les phases que j'ai observées, marquées en tems vrai.

* 13 Mai 1733.

A 5h	58'	37"	Commencement de l'Eclipse.		
6	6	7	Partie éclipsée	1 doigt	36'
	9	52	....	2	16
	11	53	....	2	56
	15	57	....	3	47
	21	52	....	4	58
	25	10	....	5	34
	28	8	....	6	12
	35	32	....	7	39
	38	47	....	8	6
	40	53	....	8	32
	49	54	....	9	20
	59	54	....	8	48
7	3	18	....	8	15
	6	57	....	7	36

Voici d'autres phases qui furent prises avec la Lunette de sept pieds.

Tems vrai				doigts éclipsés	
6h	12'	22"	....	3d	0'
	16	42	....	4	0
	20	42	....	4	45
	23	15	....	5	15
	24	47	....	5	30
	27	38	....	6	0
	28	48	....	6	20
	32	18	....	7	0
	40	43	....	8	30

A 7h 7' environ le Soleil se cacha derriere un nuage qui bordoit l'horizon, & l'on ne put rien observer davantage.

Cette Eclipse a été de 9 doigts 20', je ne l'ai pas trouvée plus grande, quoique j'y aye fait beaucoup d'attention; cependant je crois qu'il

qu'il est impossible de s'assurer de ces sortes de grandeurs, à 4 ou 5 minutes près, dans une Eclipse de Soleil, à cause de la difficulté de les mesurer dans une ligne oblique à celle du mouvement diurne, ce qui fait que la quantité de l'Eclipse ou de la partie claire comprise entre deux fils n'y reste qu'un instant, & ne permet pas de s'en assurer, comme on le peut faire dans l'observation des diametres des Planetes que l'on prend à leur passage par le Méridien.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL du 13 Mai 1733.

Par M. GRANDJEAN. *

J'AI observé cette Eclipse avec une Lunette de 8 pieds, à laquelle j'avois adapté perpendiculairement à son axe une Tablette blanche, qui portoit un Cercle divisé par 5 circonférences concentriques en 12 doigts, auquel je faisois convenir l'image du Soleil transmise par la Lunette.

De plus, je mesurois sur la même image la grandeur de la partie claire avec un Compas à pointes très fines, & je les portois sur un excellent Compas de proportion, que j'avois ouvert de maniere que le diametre de l'image fût compris de 60 en 60, afin d'avoir le nom-

* 16 Mai 1733.

nombre des 60mes parties du diametre qu'elle contenoit.

Je me suis servi, pour observer le commencement de cette Eclipse, d'une Lunette d'environ 14 pieds. Voici le résultat des observations.

	Tems vrai.
Commencement de l'Eclipse . . .	5h 58' 42"

Par les Cercles tracés sur la Tablette.

1 doigt	6h	3'	52"
2	6	7	19
3	6	12	7
4	6	16	58
5	6	21	56
6	6	27	37
7	6	32	12
8	6	38	12
9	6	45	12
9	6	56	41
8	7	4	15
7	7	12	12

Par les mesures prises avec le Compas de proportion.

Quantité de l'Eclipse.		Partie claire.				
3 doigts	26' . . .	8 doigts	24'	6h	14'	37"
5	24 . . .	6	36	6	23	26
6	12 . . .	5	48	6	28	28
7	12 . . .	4	48	6	33	22
8	36 . . .	3	24	6	41	32
9	12 . . .	2	48	6	46	43

Par la phase de 9 doigts on trouve le milieu de l'Eclipse à 6h 50' 56", par celle de 8 doigts, à 6h 51' 13"; prenant donc un milieu en-

entre ces deux obſervations, on aura le milieu de l'Eclipſe à 6^h $51'$ $5''$.

Je ne me ſers point ici de la phaſe de 7 doigts, parce que le Soleil étant entré dès 7^h $7'$ dans des nuages qui bordoient l'horizon, l'obſervation de la phaſe décroiſſante n'a pu être faite avec la même exactitude que les autres.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE,

Et ſur les moyens que l'Aſtronomie & la Géographie fourniſſent pour la déterminer.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CE n'eſt que depuis le Voyage de M. Richer à la Cayenne, fait en 1672, qu'on a cru que la Terre n'avoit point cette ſphéricité que tous les Aſtronomes & Géographes lui avoient juſques-là attribuée. La découverte du raccourciſſement du pendule vers l'Equateur, néceſſaire pour que ſes oſcillations y ſoient de même durée qu'à Paris, fit appercevoir une choſe à laquelle on n'avoit point encore penſé, quoiqu'elle fût aſſez naturelle; c'eſt que la Terre tournant ſur ſon axe, chacune de ſes parties acquéroit par ce mouvement une force centrifuge, d'autant plus grande qu'elle ſe trouvoit plus près de l'Equateur, & que cette force devoit diminuer la peſanteur d'un même corps, d'autant plus qu'il ſe trouvoit plus près de l'Equateur. La force centrifuge, & ſes effets furent calculés

culés par M. Huigens; il fit voir que sous l'Equateur, elle étoit la 289e. partie de la pesanteur, & détermina la figure que cette force, combinée avec la pesanteur, avoit dû donner à la Terre, en supposant que toutes ses parties pesoient uniformement vers un centre, & qu'elles étoient disposées comme si la Terre étoit fluide, ou du moins l'eût été d'abord. La figure que M. Huigens détermina, fut celle d'un Sphéroïde applati vers les poles, dont l'axe seroit au diametre de l'Equateur, comme 577 à 578.

M. Newton regardant la pesanteur comme une Attraction réciproque des parties de la matiere, a déterminé pour la Terre une autre figure. C'est encore un Sphéroïde applati vers les poles, mais dont le diametre de l'Equateur est à l'axe, comme 230 à 229, & le surpasse d'environ 34 milles; en supposant que la Terre soit formée d'une matiere homogene & fluide.

Toutes ces figures applaties demandent que les degrés de latitude aillent en croissant, de l'Equateur vers les poles, c'est-à-dire, que les parties d'un même Méridien, parcourues pour élever un degré en latitude, deviennent d'autant plus longues, qu'on s'approche plus du pole. Cependant, lorsque M. Cassini (*dans le Livre de la Grandeur & de la Figure de la Terre*) a déterminé le Méridien qui traverse la France, il a trouvé ces degrés de latitude décroissans de l'Equateur vers les poles: ce qui suppose, comme il est facile de le voir, une figure à la Terre, toute differente de celles que Mrs. Huigens & Newton lui

lui donnent. En effet, si les degrés de latitude vont en diminuant de l'Equateur vers les poles, la Terre est un Sphéroïde allongé vers les poles ; & M. Cassini donne à la Terre, la figure d'un Ellipsoïde, dont l'axe seroit de 6579368 toises, & le diametre de l'Equateur de 6510796, plus petit que l'axe de 68572 toises, ou de 34 lieues.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie de 1720, une Dissertation de M. de Mairan, dans laquelle il s'est proposé de concilier cette figure d'un Sphéroïde allongé, avec les loix de la Statique. M. Desaguliers, de son côté, dans les Transactions philosophiques de 1725, N°. 386, 387 & 388, a soutenu l'impossibilité d'un tel Sphéroïde, & a prétendu que les observations par lesquelles on avoit conclu cette differente longueur des degrés du Méridien, n'avoient point l'exactitude dont on auroit besoin pour prouver l'allongement que M. Cassini donne à la Terre vers les poles.

Rien ne seroit si commode que le parti que propose * M. Poleni, dans sa Lettre au P. Grandi. Il regarde cette affaire comme une espece de procès, dans lequel chaque partie ayant ses prétentions, on tâcheroit de les accorder. Les uns prétendent le Sphéroïde allongé, les autres applati, il n'y a qu'à le prendre pour une Sphere, qui est la figure qui s'éloigne le moins de chacune des autres. *Itaque*, dit-il, *usque eo dum lis sub judice est, & alii dantes Telluri figuram Sphæroidis versus polos oblongatæ*,

* *Epist. Math. Fascicul.*

gatæ, Meridianorum gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos, magnitudine minui; alii vero contraria prorsus ratione Sphæroïdis depressæ sub polis formam Terræ tribuentes, gradus ab æquatore circulo progrediendo ad polos magnitudine augeri volunt: nonne tutius videri potest tueri etiamnum Telluri Sphæricam formam? atque ita eam propositionem ponere quæ ab utraque ex modo allatis sententiis minus hercle distabit, quam distent sententiæ illæ inter se?

Si l'une des deux figures differoit assez de l'autre pour apporter des differences de quelque conséquence dans nos Mappemondes à la situation des Terres & des Mers, le conseil seroit bon pour ceux qui entreprennent de longues navigations; mais pour les Philosophes & les Mathématiciens, je ne crois pas qu'ils s'en doivent contenter. Aussi M. Poleni ne s'en tient-il pas là, & nous donne des vues ingénieuses pour décider cette question.

Comme la petitesse des differences que Mrs. Cassini & Maraldi trouvent entre les differens degrés du Méridien, a fait penser que ces observations étoient incompétentes pour décider si la Terre est allongée ou applatie, M. Poleni cherche à en juger par des quantités plus considerables. Et supposant deux Sphéroïdes, l'un allongé vers les poles, tel que M. Cassini le détermine, l'autre applati, tel que M. Newton l'a déterminé, il trouve que pour la latitude de 48 degrés, un degré d'un cercle parallele à l'Equateur seroit de 37769 toises pour le premier Sphéroïde, & un degré d'un parallele à l'Equateur de la mê-

même latitude, seroit pour le second Sphéroïde de 38540 toises, qui diffère du premier de 777 toises; difference beaucoup plus considerable que celle de 31 toises, qu'on a trouvée entre deux differens degrés pris sur le même Méridien; mais qui suppose, pour être utile, qu'on connoisse assez exactement la longitude des points qui terminent l'arc du parallele.

Je n'examine plus ici quelle figure les loix de la Statique ont dû donner à la Terre, supposée fluide & homogene. J'ai dit sur cela ce que je pensois dans le Livre *de la Figure des Astres*, ou j'ai démontré que la figure applatie n'est pas seulement attachée aux hypotheses particulieres d'une pesanteur uniforme vers un centre, comme M. Huigens la considere, ni à une pesanteur dépendante de l'attraction mutuelle des parties de la matiere, comme M. Newton l'établit; mais que dans quelque hypothese que ce soit, d'une pesanteur qui se fasse vers un centre, suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre, le Sphéroïde seroit toujours applati, soit que l'on prît des hypotheses où la pesanteur croitroit, ou des hypotheses où elle diminueroit en s'éloignant du centre. J'ai donné les figures des Sphéroïdes dans toutes ces hypotheses, & les bornes des plus grands applatissemens possibles dans chacune.

J'abandonne ici tout ce qu'on pourroit déterminer *à priori* sur la figure de la Terre. Je me réduis à considerer la question de fait, & à proposer differens moyens Astronomiques

&

& Géométriques, dont on pourroit se servir pour juger si la Terre est allongée ou applatie vers les poles.

L'Astronomie nous donne par ses observations la latitude & la longitude des lieux, & la Géographie nous donne des distances prises sur la Terre, qui se peuvent mesurer sur le Méridien, ou sur les cercles paralleles à l'Equateur. C'est par ces differens Elémens qu'on veut déterminer ici, si la Terre est allongée ou applatie; & pour rendre la chose plus simple, on considere la Terre comme un Ellipsoïde, & l'on cherche à déterminer si cet Ellipsoïde est allongé ou applati; parce que les conclusions auxquelles on parviendra, soit pour l'allongement, soit pour l'applatissement, subsisteront toujours quelle que soit la courbe, dont la révolution autour de l'axe auroit formé la Terre, pourvu que la courbure de cette courbe depuis l'Equateur au pole aille toujours en augmentant, ou en diminuant, & que la difference de l'axe au diametre de l'Equateur ne soit pas considérable.

Je me suis donc proposé les Problêmes suivans, dans lesquels je cherche la figure de l'Ellipsoïde terrestre, par les conditions tirées de la latitude, de la longitude, & des mesures actuelles qui la déterminent, quoique je sente assez que ces moyens sont peu susceptibles de l'exactitude qui seroit nécessaire.

C'est à ceux qui en voudront faire usage, à choisir ceux qui paroitront les plus praticables, & à voir si les bornes de la grandeur & de la justesse des instrumens, & de l'adresse à observer, permettent d'en tirer des conclu-

sions assurées. Ces conclusions seroient sans doute plus fortes, si plusieurs de ces moyens comparés ensemble les confirmoient. Enfin, devroit-on trouver ces moyens insuffisans, ce seroit toujours pour la question une chose utile, que d'avoir bien connu leur insuffisance.

Pour réduire la chose à la pure Géométrie, il faut observer que la latitude sur un Sphéroïde, donne l'inclinaison du Méridien à l'axe, où (prenant les x sur l'axe, autour duquel se fait la révolution, & les y perpendiculaires à cet axe) l'observation de la latitude donne le rapport de dx à dy dans le lieu où elle est faite; car le rayon est à la tangente de la latitude, comme dx à dy. L'observation de la latitude dans un lieu, donne donc l'inclinaison du Méridien dans ce lieu; & la difference entre deux latitudes voisines, prises sur un même Méridien, donne avec le petit arc du Méridien, la courbure du Méridien dans ce point, ou son rayon de la dévelopée, car la difference de deux latitudes voisines donne l'angle de contingence du Méridien, & l'angle de contingence du Méridien, avec la longueur du petit arc du Méridien, donne le rayon de la dévelopée. Cela posé:

Deux mesures d'un degré ou d'un certain nombre de degrés, prises sur des cercles paralleles, dont on connoit la latitude, déterminent l'Ellipsoïde.

Deux courbures du Méridien à deux latitudes données, déterminent l'Ellipsoïde.

Une seule mesure actuelle d'un degré, ou d'un certain nombre de degrés, prise sur un

parallele, dont la latitude est connue avec la courbure du Méridien dans ce lieu, détermine l'Ellipsoïde.

Enfin, deux mesures actuelles prises sur le Méridien avec les differences en latitude qui répondent à chacune, déterminent l'Ellipsoïde.

PROBLEME I.

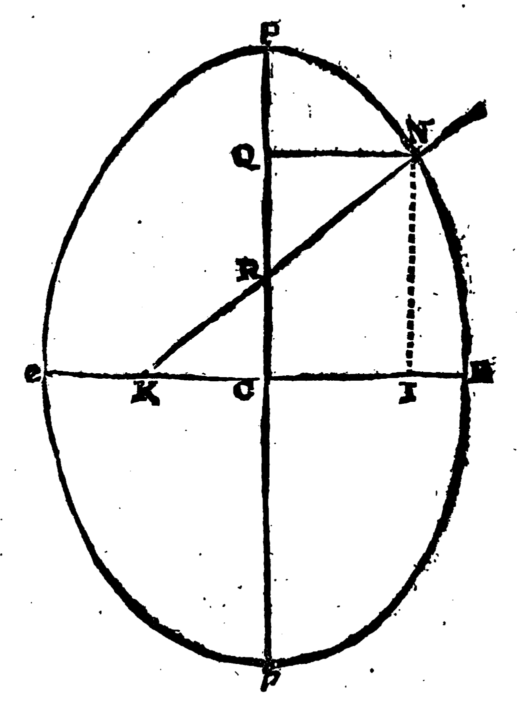
La Terre étant supposée un Ellipsoïde soit allongé, soit applati, trouver la relation entre la latitude, l'axe, le diametre de l'Equateur, & le diametre du parallele?

SOLUT. Soit $PNEp$ un Méridien de l'Ellipsoïde, auquel ayant tiré la perpendiculaire NK, NKE est l'angle de la latitude. Soit le diametre de l'Equateur $CE = e$, le demi-axe $CP = a$, le demi-diametre du parallele $NQ = y$, & $CQ = x$. Et l'angle NKE, tel que sa tangente $= n$, le rayon étant $= 1$, c'est-à-dire, tel que $KI : IN :: 1 : n$.

Maintenant l'équation de l'Ellipse est $xx = aa - \frac{aayy}{ee}$, d'où l'on tire $dx = \frac{aydy}{e\sqrt{(ee-yy)}}$.

Or NK étant perpendiculaire à la courbe, l'on a $KI : IN$, ou $1 : n :: dx : dy :: \frac{ay}{e\sqrt{(ee-yy)}} : 1$. D'où l'on tire $nay = e\sqrt{(ee-yy)}$.

Trois des quantités n, a, e, y, étant déterminées, l'on a la 4me par cette équation. Si, par exemple, on connoit le diametre de l'Equateur, le diametre du parallele, (ou un degré de l'Equateur, & un degré du parallele, qui sont proportionnels à leur cercles), & la



la latitude, on détermine l'axe par cette équation, qui donne $a = \frac{e\sqrt{(ee-yy)}}{ny}$.

a sera donc plus grand que e, si $\sqrt{(ee-yy)} > ny$, ou $ee-yy > nnyy$, ou $(nn+1)yy < ee$, ou $y < \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$. Si $y = \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, $a=e$, & l'Ellipsoïde est un globe; & si $y > \frac{e}{\sqrt{(1+nn)}}$, l'Ellipsoïde est applati.

 D'où

D'où l'on voit que si l'on connoissoit un degré de l'Equateur, & que l'on eût assez exactement un degré de quelque parallele dont la latitude fût connue, il feroit facile de voir si la Terre est allongée ou applatie vers les poles, & l'on verroit aussi facilement si la difference qui se trouveroit seroit assez grande pour surpasser tout ce qui peut résulter d'erreur dans les observations.

On n'a jamais encore mesuré actuellement un degré de l'Equateur, & nous manquerons peut-être encore longtems de cette mesure. On y peut suppléer, si l'on avoit la mesure actuelle d'un degré de deux differens paralleles dont la latitude seroit connue; pour cela il les faudroit choisir les plus éloignés que l'on pût, & procéder ainsi.

PROBLEME II.

Connoissant la longueur d'un degré de longitude sur deux differens paralleles dont la latitude est connue, trouver la figure de l'Ellipsoïde?

SOLUT. Dans l'équation $nay = e\sqrt{(ee-yy)}$ trouvée comme dans le Problême précèdent, si l'on substitue pour y sa valeur t trouvée en toises par observation dans le lieu dont la latitude est déterminée par n, & dans une autre équation $Nay = e\sqrt{(ee-yy)}$ pour y sa valeur T trouvée en toises dans le lieu dont la latitude est déterminée par N, l'on a $nat = e\sqrt{(ee-tt)}$ & $NaT = e\sqrt{(ee-TT)}$. Donc $\frac{e\sqrt{(ee-tt)}}{nt} = \frac{e\sqrt{(ee-TT)}}{NT}$, ou

NN

$NNeeTT(ee-tt) = nneett(ee-TT)$, ou $NNTTee - NNTTtt = nnttee - nnTTtt$.

D'où l'on tire $ee = \frac{NNTTtt - nnTTtt}{NNTT - nntt}$,

ou $e = \frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}}$, qui eſt le rayon de l'Equateur.

Pour déterminer l'axe, on ſubſtituera cette valeur de e dans l'une des deux équations précédentes, & l'on trouve $nat = \frac{Tt\sqrt{(NN-nn)}}{\sqrt{(NNTT-nntt)}}$ $\times \sqrt{\left(\frac{NNTTtt - nnTTtt}{NNTT - nntt} - tt\right)}$, ou

$na = \frac{T\sqrt{(NN-nn)}}{NNTT-nntt} \times \sqrt{(nnt^4 - nnTTtt)}$,

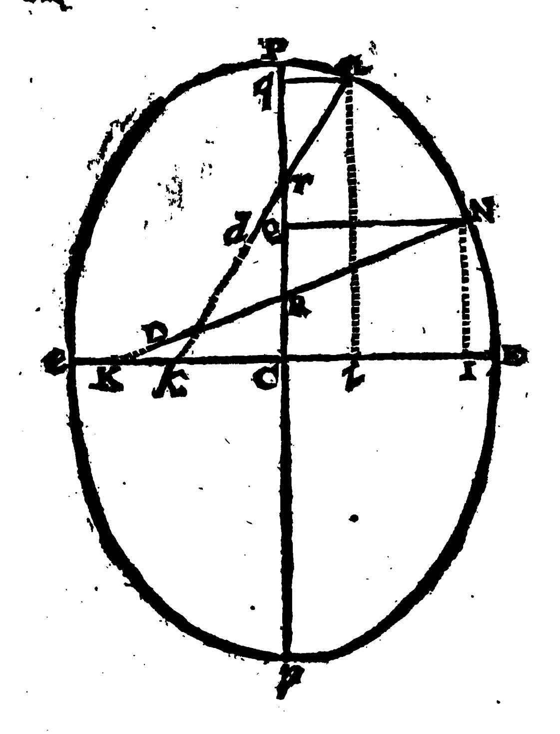
ou $a = \frac{T\sqrt{(NN-nn)} \times t\sqrt{(tt-TT)}}{NNTT-nntt}$, qui eſt l'axe de l'Ellipſoïde.

PROBLEME III.

Connoiſſant la courbure du Méridien de l'Ellipſoïde dans deux points, dont la latitude eſt connue, déterminer l'Ellipſoïde?

Le Problême ſe réduit à trouver les axes d'une Ellipſe $PNEp$ qui ait deux rayons de la dévelopée ND; nd, donnés pour deux points N, & n où l'inclinaiſon de l'Ellipſe à ſon axe eſt donnée.

Soit donc le demi-parametre de l'Ellipſe $= P$, $CQ = x$, $QN = y$; le rayon de la dévelopée $ND = R$, lorſque $KI : IN :: 1 : N$, ou $KI : KN :: 1 : M$, ou $dx : ds :: 1 : M$. Le



rayon de la dévelopée $nd = r$, lorſque $dx : dy :: 1 ; n$, ou $dx : ds :: 1 : m$. Le demi-axe $PC = A$.

Dans l'Ellipſe le rayon de la dévelopée eſt égal au cube de la perpendiculaire, diviſé par le quarré du demi-parametre. On a donc $ND = \frac{NR^3}{p^2}$, ou $\frac{NR^3}{p^2} = \frac{NQ^3 \times ds^3}{p^2 \times dx^3} = \frac{M^3 \times NQ^3}{P^2}$ $= R$;

$= R$; d'où l'on tire $NQ = \frac{P^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{M}$; & l'on aura de même $nq = \frac{P^{\frac{2}{3}} r^{\frac{1}{3}}}{m}$.

Maintenant l'équation de l'Ellipse est $Ayy = PAA - Pxx$, ou $dx : dy :: \frac{A}{P} y : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} yy)}$, qui pour les deux points N & n donne $1 : N :: \frac{AP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}}{PM} : \sqrt{(AA - \frac{AP^{\frac{4}{3}} R^{\frac{2}{3}}}{PMM})}$;

ou $\frac{NNAAR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}}} = \frac{MMAA - P^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}} A}{MM}$, ou $NNAR^{\frac{2}{3}} = MMAP^{\frac{2}{3}} - PR^{\frac{2}{3}}$.

Et par un raisonnement semblable, on a pour le point n

$$nnAr^{\frac{2}{3}} = mmAP^{\frac{2}{3}} - Pr^{\frac{2}{3}}.$$

On tire de la 1re de ces équations $A = \frac{PR^{\frac{2}{3}}}{MMP^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}}}$, & de la 2^{de} $A = \frac{Pr^{\frac{2}{3}}}{mmP^{\frac{2}{3}} - nnr^{\frac{2}{3}}}$; d'où l'on a $mmP^{\frac{2}{3}} R^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} = MMP^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}} - NNR^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}$, ou $P^{\frac{2}{3}} =$

$$p^{\frac{2}{3}} = \frac{NNR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}, \&$$

$$P = \frac{Rr(NN - nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}}.$$

Et remettant cette valeur P dans une des équations précédentes, on aura

$$A = \frac{Rr(NN - nn)^{\frac{3}{2}}}{(MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}} \times R^{\frac{2}{3}} :$$

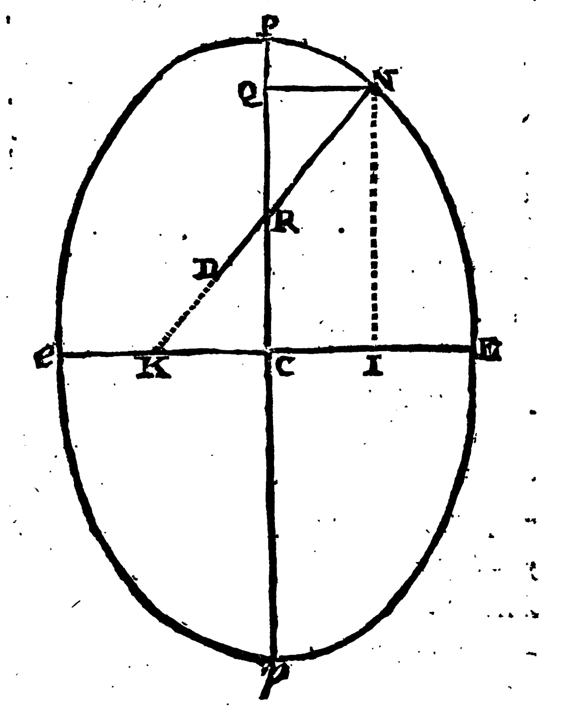
$MM\left(\frac{NNR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}} - nnR^{\frac{2}{3}}r^{\frac{2}{3}}}{MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}}}\right) - NNR^{\frac{2}{3}}$, ou $A = R \times r(NN - nn)^{\frac{3}{2}} : (MMr^{\frac{2}{3}} - mmR^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \times (mmNNR^{\frac{2}{3}} - MMnnr^{\frac{2}{3}})$. Ayant le demi-axe, & le demi-parametre, on a l'Ellipsoïde.

PROBLEME IV.

La Terre étant supposée un Ellipsoïde, si l'on a la mesure actuelle d'un parallele quelconque, dont la latitude est connue, & la courbure du Méridien dans le lieu où il coupe le parallele, déterminer la figure de l'Ellipsoïde?

Ce Problême se réduit à ceci, le Méridien de la Terre étant une Ellipse, *trouver l'Ellipse décrite autour d'un axe donné de position qui passe par un point donné* N *où elle touche une droite donnée de position, & où elle à le rayon de la dévelopée égal à une quantité donnée?*

S o-



SOLUT. Soit l'Ellipse $PNEp$, dont l'axe Pp est donné de position; qui pour une ordonnée QN donnée de grandeur perpendiculaire à l'axe, ait une inclinaison donnée à cet axe, & qui, au point N, ait le rayon de la dévelopée ND, donné de grandeur, comme il l'est déja de position.

Soit le demi-axe PC inconnu, & $=A$;

K 5 son

son demi-parametre inconnu aussi, & $= P$, l'ordonnée $NQ = b$, lorsque dx est à dy, comme 1 à n; le rayon de la dévelopée dans ce point ND donné, & $= r$; enfin $CQ = x$, & $QN = y$.

On a $1 . \sqrt{(nn+1)} :: b . NR = b\sqrt{(nn+1)}$, & par par la propriété de l'Ellipse, le rayon de la dévelopée est égal au cube de la perpendiculaire, divisé par le quarré du demi-parametre. L'on a donc $ND = \frac{NR^3}{PP}$, ou $\frac{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}}}{PP} = r$; d'où l'on tire pour le demi-parametre de l'axe Pp, $P = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{r}}$.

On a de plus pour l'équation de l'Ellipse $Ayy = PAA - Pxx$, ou $dx = \frac{A}{P} ydy : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} yy)}$. Et (lorsque $dx . dy :: 1 . n$, & $y = b$) $1 = \frac{nA}{P} b : \sqrt{(AA - \frac{A}{P} bb)}$, ou $AAPP - APbb = nnA^2bb$, ou $APP - nnAbb = Pbb$, ou $A = \frac{Pbb}{PP - nnbb}$.

Substituant la valeur de P, trouvée ci-dessus, dans cette équation, l'on a pour la longueur du demi-axe, $A = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}} r^{-\frac{1}{2}} bb}{b^3(nn+1)^{\frac{3}{2}} r^{-1} - nnbb}$,

ou $A = \frac{b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{r}} \times \frac{(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{br^{-1}(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nn}$

=

$$= \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)\sqrt{r}}{b(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nnr}$$, & pour l'autre demi-axe CE, ou le rayon de l'Equateur

$$CE = \frac{b^{\frac{3}{2}}(nn+1)^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{(b(nn+1)^{\frac{3}{2}} - nnr)}}.$$

PROBLEME V.

Connoissant deux arcs du Méridien, avec les latitudes des points qui les terminent, déterminer l'Ellipsoïde?

Les latitudes donnent les ordonnées qui répondent aux arcs dont on a les mesures; & l'on a la valeur de chaque arc par une suite infinie où il n'entre que des grandeurs données avec les deux axes de l'Ellipse qu'on cherche. Faisant donc chacune de ces expressions des arcs, égales à chacune des mesures qu'on a prises actuellement sur le Méridien, on aura deux équations par lesquelles on pourra déterminer les deux axes de l'Ellipse.

Comme le calcul n'est pas difficile à concevoir, & qu'il est long & pénible à pratiquer, je ne le donne point.

ESSAIS

Sur le volume qui résulte de ceux de deux liqueurs mêlées ensemble; ou savoir si deux liqueurs mêlées ensemble ont un volume égal à la somme des volumes qu'elles avoient prises séparément, ou si elles en ont un plus grand ou un plus petit que la somme des deux premiers.

Par M. DE REAUMUR.

UNE mesure de balles de plomb, & une égale mesure de grains de plomb, extrêmement fins, mêlées ensemble, ne rempliront pas à beaucoup près une mesure égale en capacité aux deux que les balles & les grains de plomb remplissoient séparément. Les petits grains occuperont dans le second cas des espaces entre les balles, qui étoient vuides dans le premier cas. L'espace occupé par les grains ainsi mêlés sera d'autant moindre, que les grains seront plus petits. Les molécules des liqueurs peuvent, sous quelques égards, être regardées comme des grains d'une indéfinie, ou d'une prodigieuse petitesse; aussi si on verse de l'eau ou quelque autre liqueur dans un vase déja autant rempli de sable, de cendre, ou de quelque autre poudre, qu'il le peut être, on y fera entrer une quantité d'eau considerable par rapport à la capacité de ce vase. Les grains de pou-

dre

dre ont beau être pressés les uns contre les autres, leur figure & leur dureté conservent entre eux des vuides que l'eau peut occuper.

Nous voyons donc assez ce qui doit arriver, lorsqu'on mêle ensemble des grains solides de differens diametres, & lorsqu'on arrose d'eau des masses de grains solides. Nous voyons de même que si de l'eau est introduite dans du bois, du cuir, du papier, le volume de ces corps peut être augmenté; mais qu'il ne le doit pas être de toute la quantité introduite.

Mais si nous mêlons ensemble differentes liqueurs, quel sera le volume des liqueurs mêlées? quel rapport aura-t-il avec ceux qu'elles avoient auparavant, & cela selon que ces liqueurs auront de la disposition ou de l'éloignement à se mêler ensemble; par exemple, qu'arrivera-t-il si on mêle de l'eau avec de l'esprit de vin, de l'eau avec de l'huile? C'est ce qu'on n'a pas cherché jusqu'ici à examiner, que je sache, & qui méritoit pourtant qu'on l'examinât par rapport à l'explication de divers phénomenes de Physique. Peut-être n'a-t-on pas cru qu'il y eût sur cela d'examen à faire: on a regardé les parties des liquides comme aussi contiguës qu'il est possible de l'être; ou si on a imaginé entre elles des espaces, on ne paroit pas avoir pensé que ces espaces fussent capables de recevoir des parties de quelque autre liquide. Des Physiciens pourtant ont donné des pores à l'eau, ils ont même cru que c'étoit dans ces pores que se logeoient les sels dissous; qu'il falloit avoir recours à ces pores pour expliquer la suspension

pension des sels dissous, & pour expliquer comment il arrive que l'introduction de ces sels n'augmente pas, autant qu'on s'y attendroit, le volume de l'eau; mais on n'a pas eu besoin de cette supposition pour expliquer ce qui se passe dans le mêlange de deux liquides par rapport au volume, on n'a pas su qu'il y eût dans ce cas rien à expliquer. Voyons pourtant s'il ne s'y passe rien qui mérite attention, & pour nous fixer d'abord à un exemple, mêlons de l'eau avec de l'esprit de vin.

L'eau étant versée sur l'esprit de vin, ou l'esprit de vin sur l'eau, les deux liqueurs qui séparées étoient limpides, très transparentes, en commençant à se mêler composent une liqueur louche, quelquefois trouble même jusqu'à devenir d'un laiteux opaque, & tantôt plus, tantôt moins opaque, selon la qualité de l'eau; mais au moins arrive-t-il toujours, pendant que l'eau & l'esprit de vin se mêlent, que la liqueur composée est moins transparente que ne l'étoient les deux liqueurs séparées, on distingue de gros filets plus opaques que le reste. Ces filets se divisent en une infinité d'autres, il semble que ce soient des écheveaux qui se devident. Enfin la liqueur composée redevient totalement transparente, mais tantôt plus tard & tantôt plus tôt. Il semble qu'il y ait une dissolution à faire, & que tout est trouble jusqu'à ce que la dissolution soit achevée, parce que jusques-là tout est dans une sorte de confusion.

Mais pour venir à la question que nous

avons

avons proposée comme digne d'être éclaircie, le volume de la liqueur composée d'esprit de vin & d'eau est-il égal au volume d'eau & au volume d'esprit de vin pris séparément, ou est-il moindre, ou est-il plus grand que ces deux volumes? M. Geoffroy nous a rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1713, page 69, une expérience curieuse: après avoir reconnu, par le Thermometre, que de l'eau & de l'esprit de vin exposés au même air avoient un égal degré de chaleur, il a plongé le Thermometre dans cette eau, sur laquelle il a versé un poids d'esprit de vin rectifié égal au poids de l'eau contenue dans le vase; le mêlange s'est fait, & il s'est fait en même tems une augmentation de chaleur capable de faire impression sur le Thermometre, la liqueur a monté sensiblement. Il semble que cette expérience nous mettroit en état de décider la question; où il y a augmentation de chaleur, il y a augmentation de volume, au moins une augmentation passagere. Le volume des deux liqueurs, dans le tems au moins que se fait leur mêlange, devroit donc être plus grand que ne l'étoient les deux volumes pris séparément.

Cependant, quoiqu'on ne dût pas s'y attendre, il arrive au contraire que le volume des deux liqueurs mêlées ensemble est plus petit que celui des liqueurs prises séparément; même dans l'instant que le mêlange se fait. Il y a longtems que j'avois tenté de découvrir s'il arrivoit quelque chose de remarquable dans l'augmentation ou la diminution du volume de quelques liqueurs mêlées ensemble,

ble, sans avoir rien trouvé sur quoi je pusse compter: la nouvelle construction des Thermometres que j'ai donnée, où tout dépend des mesures très exactes, m'a mis en état, lorsque j'y pensois le moins, de voir ce qui arrive aux volumes de l'esprit de vin & de l'eau mêlés ensemble. Je ne songeois qu'à faire remplir des Thermometres, lorsque M. Pitot, après avoir versé un certain nombre de mesures d'eau dans une boule de verre adaptée à un tube, versa dessus un nombre de mesures d'esprit de vin rectifié, qui devoient monter jusqu'à une certaine hauteur du tube. On marqua l'endroit du tube où se terminoit l'esprit de vin Les deux liqueurs pouvoient n'être pas bien mêlées, & effectivement elles ne l'étoient pas, l'esprit de vin plus leger étoit resté au dessus de l'eau. On secoua bien le Thermometre, afin que le mêlange se fît autant qu'il se devoit faire. Le Thermometre ayant été mis ensuite dans une position verticale, M. Pitot me fit remarquer que notre liqueur étoit au-dessous de la ligne marquée, qu'il en falloit ajouter pour la faire élever jusqu'au terme où nous la voulions. Ce fait me parut très digne d'être remarqué, il sembloit prouver que l'eau & l'esprit de vin mêlés ensemble n'ont plus le même volume qu'ils avoient séparément, car il s'étoit fait un vuide de quelques degrés dans le tube du Thermometre.

Sur le champ je voulus m'assurer si cette diminution étoit bien réelle, si elle ne devoit point être attribuée à quelques circonstances étrangeres, si elle ne venoit point de ce qu'une

par-

partie de la liqueur avoit mouillé le tube & le bout du doigt qu'on lui avoit donné pour bouchon, pendant qu'on agitoit les deux liqueurs pour les obliger à se mêler. Bien-tôt tous mes soupçons furent levés, & il ne me fut plus permis de douter que la diminution du volume n'eût été réelle.

Mais, pour avoir quelque idée de la quantité de cette diminution, je pris un tube, à un des bouts duquel une boule creuse étoit scellée; je versai dedans cinquante mesures d'eau, & j'y versai ensuite cinquante mesures d'esprit de vin bien rectifié. En versant celles-ci, j'avois attention de les verser doucement, afin que les deux liqueurs se mêlassent le moins qu'il seroit possible: l'esprit de vin arrivoit sur l'eau en suivant les parois du tube, & ceux de la boule qui lui formoient un plan incliné; aussi les liqueurs ne se mêlerent point, au moins sensiblement. Un plan louche ou blanchâtre marquoit le terme commun à l'une & à l'autre. J'entourai d'un fil l'endroit du tube où se trouvoit la surface supérieure de l'esprit de vin; j'agitai ensuite la boule aussi longtems qu'il fut nécessaire pour que l'eau & l'esprit de vin parussent bien mêlés. Dès que le mêlange fut fait, je vis de la diminution dans le volume de la liqueur composée; sa surface se trouva au dessous du fil. Avant que de mesurer la quantité de cette diminution, je laissai la liqueur en repos, tant afin qu'elle eût le tems de perdre la chaleur qu'elle avoit prise pendant l'opération, qu'afin que ce qui pouvoit s'être attaché à la partie supérieure des parois

parois eût le tems de descendre. Quand je jugeai qu'il ne restoit plus de liqueur à descendre, je mesurai le vuide qui étoit entre la surface de la liqueur & le fil. Pour remplir ce vuide, il fallut près de deux de ces mêmes mesures, dont le volume de l'eau & celui de l'esprit de vin pris séparément en avoient chacun 50. Le volume des deux liqueurs mêlées étoit donc plus petit d'environ un cinquantieme, que le volume des deux liqueurs prises séparément.

Qu'est-ce qui produit cette diminution de volume, plus considerable assurément qu'on ne l'auroit dû attendre? Y a-t-il des vuides dans une des liqueurs ou dans les deux liqueurs séparées, qui se remplissent quand les deux liqueurs se mêlent ensemble? Imaginerons-nous qu'une des liqueurs est par rapport à l'autre, en quelque sorte, ce que sont des grains de plomb par rapport à des balles de plomb? Que comme les grains de plomb pourroient remplir les espaces que des balles auroient laissés entre elles, de même ici une des liqueurs plus ténue que l'autre remplit les interstices qui sont entre les parties de celle-ci? Alors dans notre expérience les vuides qui ont été remplis seroient $\frac{1}{25}$ du volume de la liqueur dans laquelle ils se trouveroient. Mais, au-lieu que les balles de plomb & les grains de plomb ne peuvent être arrangés de maniere à occuper le moins de place qu'il est possible que par une force étrangere, les liqueurs ont en elles-mêmes la force propre à produire cet arrangement. Les dissolutions des corps les plus

durs,

durs, qui ſont faites, quelquefois ſi vîte, par differentes liqueurs, nous démontrent la prodigieuſe quantité de mouvement qui eſt dans ces liqueurs, quoique tout y paroiſſe en repos à nos yeux. Quand l'eau ſe mêle avec l'eſprit de vin, il ſe fait une eſpece de diſſolution.

Les diſſolutions auxquelles nous ſommes le plus accoutumés, ſont celles des corps ſolides par des liquides. Nous voyons que les eaux fortes diviſent les métaux les plus durs & les plus peſans en des grains ſi petits, qu'ils peuvent ſe tenir ſuſpendus, nager pour ainſi dire dans ces eaux; nous voyons journellement des diſſolutions de ſels, de ſucre, faites par l'eau; mais nous ne ſommes pas accoutumés à voir des liqueurs diſſoutes par d'autres liqueurs. Il doit pourtant y avoir des diſſolutions de cette eſpece; une liqueur dont les parties ſont plus ténues en pourra diſſoudre une dont les parties ſont plus groſſieres, elle pourra diviſer les molécules de cette liqueur, & cela eſt vrai dans le même ſens qu'il eſt vrai que les liqueurs diſſolvent les corps ſolides; comme l'eau diſſout du ſucre, de même l'eau diſſout un ſyrop trop épais; ces deux opérations n'ont peut-être rien de different qu'en ce que l'eau qui agit contre le ſucre agit contre des parties plus groſſes que celles contre leſquelles agit l'eau qui diſſout le ſyrop; l'eau dans le ſecond cas pouſſe la diviſion plus loin. Ce que nous avons dit de l'eau & du ſyrop, nous le pouvons dire de pluſieurs liqueurs, & ſur-tout de l'eau & de l'eſprit de vin. Quand leur mélange ſe fait, il arrive tout ce qui arrive pendant les diſſolutions.

tions les plus connues; dès que le mêlange commence à se faire, les deux liqueurs, auparavant transparentes, en composent une trouble, des bulles d'air montent continuellement, & en grand nombre, à la surface; le mêlange s'échauffe, preuve incontestable qu'il y a fermentation, & par conséquent dissolution.

L'esprit de vin nous est sur-tout connu par son inflammabilité, c'est ce qui nous le caractérise; nous savons qu'il n'est qu'une espece d'huile très inflammable qui nage dans l'eau, qui y est dissoute: nous savons même que dans l'esprit de vin le plus pur, le mieux rectifié, la quantité de la matiere spiritueuse & inflammable est extrêmement petite. Mais, malgré la grande quantité de flegme que contient l'esprit de vin le mieux rectifié, il paroit par les expériences ci-dessus, & il paroitra encore davantage par celles que nous avons à rapporter, qu'elle ne suffit pas pour bien dissoudre la partie inflammable de l'esprit de vin. L'idée que nous souhaitons qu'on prenne d'avance, & dans laquelle nous serons confirmés par les expériences suivantes, c'est que tant que la partie inflammable de l'esprit de vin n'est pas mêlée avec une suffisante quantité d'eau, il y reste des vuides capables de recevoir de l'eau. Des liqueurs que nous connoissons, l'esprit de vin est une des plus légeres, & sa légereté n'a plus rien de difficile à expliquer, si nous le regardons comme une liqueur pour ainsi dire spongieuse, & si spongieuse, qu'une quantité d'eau sensible peut être reçue entre ses parties sans augmenter

sen-

ſenſiblement ſon volume, qu'une quantité d'eau peut en quelque ſorte ſe loger dans l'eſprit de vin comme elle ſe logeroit dans une éponge.

J'ai fait un grand nombre d'expériences pour voir juſqu'où pouvoit aller la diminution de volume qui réſulteroit de l'eſprit de vin & de l'eau, dont le mêlange ſeroit fait en differentes proportions. Tantôt celles de l'eſprit de vin à l'eau étoient les plus grandes, tantôt les plus grandes étoient celles de l'eau à l'eſprit de vin, & les unes & les autres ont été variées de pluſieurs façons. Par exemple, tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 25, 50, 75 parties d'eau, &c. tantôt j'ai mêlé 100 parties d'eſprit de vin avec 150, avec 200, avec 300, &c. parties d'eau. Les mêlanges ont toujours été faits avec les précautions que j'ai expliquées ci-devant, c'eſt-à-dire, que dans une boule creuſe adaptée à un tube de verre, ou ſeulement dans un tube de verre ſcellé hermétiquement à un de ſes bouts, je verſois la quantité d'eau que je voulois employer; que je verſois enſuite dans le tube une quantité connue d'eſprit de vin, & cela très doucement, afin qu'elle ne ſe mêlât point avec l'eau. Je marquois avec un fil le terme de la ſurface de l'eſprit de vin, ou, ce qui eſt la même choſe, juſqu'où alloit le volume des deux liqueurs non mêlées. J'agitois enſuite le tube, je le ſecouois pour obliger les deux liqueurs à ſe mêler; pour meſurer le vuide qui s'étoit fait entre le fil & la ſurface de la liqueur compoſée, je le rempliſſois avec de petites meſures connues,

&

& qui étoient des parties aliquotes des grandes mesures employées. Lorsque j'ai mêlé deux parties d'eau avec une partie d'esprit de vin, j'ai eu le plus grand de tous les vuides qui pouvoient être donnés par le mêlange de l'eau avec mon esprit de vin; il a été égal environ à $\frac{1}{2}$ du volume de l'esprit de vin. Pour remplir le vuide qui étoit resté entre la surface de la liqueur composée & le fil, il a fallu verser cinq de ces mesures, dont le volume de l'esprit de vin en contenoit 100. Quand j'ai mêlé trois ou quatre parties d'eau avec l'esprit de vin, je n'ai eu que le même vuide que j'avois eu en mêlant deux parties d'eau avec l'esprit de vin; l'eau employée dans cette proportion suffit pour dissoudre entierement l'esprit de vin, ou au moins pour remplir tous les vuides dans lesquels il lui est permis de s'introduire; mais il faut employer l'eau dans cette proportion: si on en mêle moins, la diminution du volume total n'est plus une aussi grande partie de celle du volume de l'esprit de vin.

Pour donner quelque idée des differences qui se trouvent lorsqu'on employe l'eau dans une moindre proportion que l'esprit de vin, & pour faire voir qu'il est nécessaire, pour remplir tous les vuides qui sont entre les parties de l'esprit de vin, d'employer un volume d'eau double de cet esprit, il me suffira de donner le résultat d'une petite suite d'expériences.

1°. J'ai mêlé 100 parties d'esprit de vin avec 50 parties d'eau, & le mêlange a donné 2 mesures $\frac{1}{2}$ de diminution.

2°. J'ai

2°. J'ai retiré du tube cet esprit de vin affoibli, & j'ai versé dans le tube 50 mesures d'eau, sur lesquelles j'ai versé doucement l'esprit de vin affoibli par l'expérience précédente. Après avoir marqué sur le tube le terme de la derniere liqueur, j'ai secoué le tube pour obliger les deux liqueurs de se mêler, après quoi j'ai eu une nouvelle diminution de volume qui a été d'une mesure & demie. Ces deux expériences ensemble avoient donc donné une diminution de volume de 4 mesures, & dans la derniere l'esprit de vin se trouvoit mêlé avec l'eau en parties égales.

3°. J'ai tiré du tube cette liqueur faite d'un mêlange de parties égales d'eau & d'esprit de vin, & j'ai versé dans le tube 50 nouvelles mesures d'eau sur lesquelles j'ai versé les 200 mesures de la liqueur composée de 100 parties d'eau & de 100 parties d'esprit de vin; après que le mêlange a été fait, j'ai eu environ une mesure de diminution.

4°. Enfin dans une 4me expérience j'ai mêlé la liqueur de l'expérience précédente avec 50 nouvelles mesures d'eau; je n'ai pas eu un quart de mesure de diminution.

Quand j'ai mêlé par la suite la liqueur ci-dessus, composée d'une partie d'esprit de vin, & de deux parties d'eau, avec de nouvelle eau, le mêlange n'a produit aucune diminution de volume. Quand j'ai mêlé l'eau dans une proportion extrêmement petite avec l'esprit de vin, par exemple, une, deux ou trois mesures d'eau, avec 100 mesures d'esprit

prit de vin, je n'ai pas eu une diminution de volume ſenſible.

Si quelqu'un vouloit que ce fuſſent les vuides de l'eau qui ſont remplis par l'eſprit de vin, lorſque l'eau l'a plus diviſé qu'il ne l'étoit, il ne ſeroit pas aiſé de lui démontrer que c'eſt au contraire dans l'eſprit de vin que les vuides doivent être placés. Cette derniere idée eſt pourtant la plus naturelle, parce que la liqueur la plus rare eſt celle qui a plus de vuides, & parce que l'eau eſt le diſſolvant qui doit s'introduire entre les parties du corps qu'il diſſout.

Mais peut-être doutera-t-on que la diminution de volume dont il s'agit doive être attribuée à ce que des vuides qui étoient en une des liqueurs, ont été remplis par des parties de l'autre liqueur ; on aura peut-être plus de diſpoſition à croire que pendant que l'eau & l'eſprit de vin ſe mêlent enſemble, que pendant qu'il ſe fait une fermentation, il ſe fait une évaporation à laquelle ſeule doit être attribuée la diminution du volume des deux liqueurs. Ce doute ſera levé par des expériences que nous rapporterons dans la ſuite, qui apprendront que pendant que le mêlange des liqueurs ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt bouché, le volume ne diminue pas moins que lorſque le mêlange ſe fait dans un tube dont le bout ſupérieur eſt ouvert.

D'autres expériences nous mettent en état de prouver directement, que les eſpaces vuides qui étoient entre les parties d'une des liqueurs ont été remplis par l'autre. Prenons un

un petit vase de verre propre à peser des liqueurs, tel que celui que M. Homberg a décrit dans les Mémoires de l'Académie de 1699. Le poids du vase étant connu, remplissons ce vase d'esprit de vin; pesons ensuite avec des balances d'une finesse convenable le poids de ce volume d'esprit de vin. Après avoir vuidé le pese-liqueur, remplissons-le d'eau, & pesons: nous avons alors le rapport de la pesanteur spécifique de l'eau à la pesanteur spécifique de l'esprit de vin; nous pouvons donc savoir quelle devroit être la pesanteur spécifique de l'eau & de l'esprit mêlés en des proportions connues, si pendant que le mêlange se fait, les pesanteurs spécifiques de l'une & de l'autre restoient les mêmes; ou, ce qui est la même chose, il est aisé de trouver ce que peseroit le pese-liqueur rempli d'une certaine quantité d'eau, & d'une certaine quantité d'esprit de vin qui surnageroit l'eau. Si on remplit à présent le pese-liqueur d'eau & d'esprit de vin mêlés dans une proportion connue, & qu'après avoir pesé cette quantité de liqueur composée, on trouve qu'elle pese plus que ne devroit peser le pese-liqueur plein d'eau & d'esprit de vin qui y auroient été mis en même proportion, mais sans être mêlés ensemble, on a une preuve certaine que la densité, ou, ce qui revint au même, la pesanteur spécifique a augmenté pendant que le mêlange s'est fait. On a donc pesé la quantité d'eau qui étoit contenue dans un pese-liqueur, le poids de ce volume d'eau a été trouvé de 98 grains. Après avoir vuidé l'eau, on a rempli sur le

champ le pese-liqueur d'esprit de vin, & le poids de ce volume d'esprit de vin a été trouvé de 82 grains $\frac{1}{2}$. Si on eût rempli les deux tiers du pese-liqueur d'eau, & le tiers restant d'esprit de vin qui eût surnagé l'eau, le poids total des deux liqueurs contenues eût été de 65 grains $\frac{1}{3}$ d'eau & de 27 grains $\frac{1}{2}$ d'esprit de vin, ou le poids eût été en tout de 92 grains $\frac{5}{6}$. Mais au-lieu de remplir le pese-liqueur d'eau & d'esprit de vin qui n'eussent fait que se toucher, on a mêlé deux parties d'eau avec une partie d'esprit de vin, & quand ce mélange a été fait, on en a rempli le pese-liqueur. On a trouvé alors que le volume de la liqueur composée pesoit 94 grains, qu'ainsi la densité, la pesanteur de la liqueur composée étoit plus grande que celle qui sembloit devoir résulter des deux liqueurs composantes; on verra même qu'elle étoit plus grande, à peu près dans la proportion que le demandoit la diminution de volume qui nous a été donnée par les expériences précédentes. Nous avons dit que cette diminution de volume étoit au plus de $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin, & l'augmentation de la pesanteur spécifique est aussi trouvée ici, à quelque chose près, de $\frac{1}{20}$ du poids de l'esprit de vin. Le poids de l'esprit de vin employé étoit de 27 grains $\frac{1}{2}$, & nous avons un grain & $\frac{1}{6}$ de grain d'augmentation de poids, qui ne différe de l'augmentation de poids, que la diminution du volume devroit donner, que de $\frac{5}{28}$ de grain, ou de moins de $\frac{1}{4}$, & de plus de $\frac{1}{6}$ de grain: mais cette difference peut venir

nir de tant de circonstances, qu'il n'y a pas de quoi en être surpris. La diminution du volume que nous prenons de $\frac{1}{85}$ peut aussi avoir été moindre, & alors la difference s'évanouiroit.

Les vuides que laissent entre elles les parties de l'esprit de vin, les vuides que l'eau peut remplir n'étant que $\frac{1}{20}$ du volume de l'esprit de vin, il pourroit sembler qu'en mêlant 20 parties d'esprit de vin avec une partie d'eau, on devroit remplir tous les vuides, puisqu'on donne à l'esprit de vin l'eau qui y suffit. Mais ce n'est apparemment qu'autant que l'esprit de vin est dissous & divisé, qu'il est permis à l'eau de s'insinuer dans certains vuides dont l'entrée lui étoit fermée par les parties de l'esprit de vin qui se touchoient; ce n'est que quand l'eau a écarté les parties de l'esprit de vin les unes des autres, autant qu'il est nécessaire pour qu'elles ne s'entretouchent point, qu'il lui est permis d'aller se loger dans leurs vuides. Il faut employer la quantité d'eau nécessaire pour bien dissoudre l'esprit de vin, si l'on veut que l'eau pénetre autant dans l'esprit de vin qu'il est possible; & pour cela, il faut mêler environ deux parties d'eau avec une partie d'un bon esprit de vin; si on fait le mélange dans une plus grande proportion, on n'obtient rien de plus.

Il est évident néanmoins que selon que l'esprit est plus ou moins rectifié, il faudra le mêler avec une plus grande ou une moindre quantité d'eau, pour avoir tout le vuide qui peut naître du mélange des deux liqueurs; & de-là il suit que nos expériences qui ne pa-

roiſſoient que curieuſes, peuvent avoir de l'utilité; elles nous donnent une méthode ſinguliere d'éprouver les qualités des differens eſprits de vin, & de les déterminer. Un eſprit de vin, de la qualité de celui que j'ai employé, mêlé avec un volume d'eau double du ſien, donnera un vuide qui ſera $\frac{1}{20}$ de ſon volume, ou un vuide de 5 de ces meſures, dont ſon volume en contenoit 100. Un eſprit de vin plus foible ne donnera alors qu'un vuide de 4 de ces meſures, ou de 3 meſures $\frac{1}{2}$, & un eſprit de vin plus fort donnera un plus grand vuide. Si on avoit un eſprit de vin très foible, & tel que ſeroit le nôtre, affoibli par une partie d'eau mêlée avec deux des ſiennes, l'épreuve feroit connoître ſon degré de foibleſſe: ſi on le mêle avec un volume d'eau double du ſien, il ne donnera qu'un vuide de $2\frac{1}{2}$ de ces meſures dont il en contient 100, pendant que par le même mêlange, notre eſprit de vin pur eût donné un vuide de 5 meſures. Enfin, on voit en général, que les eſprits de vin les plus forts, mêlés en même proportion avec de l'eau, donneront une plus grande diminution de volume que celle qui ſera donnée par les eſprits de vin plus foibles.

On ſait que l'eſprit de vin & l'eau contiennent beaucoup d'air, que l'air contenu dans ces liqueurs n'y eſt nullement compreſſible; nous avons même tâché ailleurs d'expliquer la cauſe de ce dernier phénomene. On ſait encore que l'air ſorti d'une liqueur, quand il n'eſt comprimé que par le poids de l'atmoſphere, occupe dans l'atmoſphere beaucoup

plus

plus d'espace qu'il n'en occupoit dans la liqueur. Ces faits pourroient faire croire qu'on doit attribuer la diminution qui survient aux volumes d'eau & d'esprit de vin qu'on mêle ensemble, à l'air qui s'échape de ces deux liqueurs; que l'eau, par exemple, va prendre les places qu'occupoit dans l'esprit de vin, l'air qui s'en échape tant que la fermentation dure, ou jusqu'à ce que le mélange soit bien fait.

Pour savoir si cette idée, assez vrai-semblable, étoit vraie, j'ai versé 50 mesures d'eau dans un tube adapté à une boule de verre, & j'ai versé à la maniere ordinaire, c'est-à-dire doucement, 50 mesures d'esprit de vin sur l'eau, & j'ai encore marqué avec un fil, l'endroit du tube où étoit la surface supérieure de l'esprit de vin; alors j'ai couvert le bout du tube avec un morceau de parchemin mouillé, & étroitement lié sur le tube. Le parchemin bouchoit le tube de façon que l'air extérieur n'y pouvoit entrer, & que l'air intérieur n'en pouvoit sortir. J'ai encore à faire remarquer une circonstance, & même l'essentielle: le bouchon, le couvercle de parchemin n'étoit pas tendu uniment sur le bout du tuyau, l'usage auquel je le destinois, demandoit qu'il ne le fût pas; il s'élevoit un peu en dehors. Ce couvercle devoit m'apprendre si la quantité d'air qui sortiroit des deux liqueurs, pendant qu'elles se mêleroient, seroit une quantité d'air, condensé au point de celui qui n'est chargé que par le poids de l'atmosphere, dont le volume seroit égal à celui dont le volume des deux liqueurs de-

voit diminuer par le mélange qui alloit se faire, ou si le volume de cet air seroit plus grand ou plus petit. Dans le 1er cas, le bouchon devoit rester dans l'état où je l'avois mis; dans le 2d, il devoit être plus porté vers le dehors; & dans le 3me, l'air extérieur plus puissant que l'intérieur, devoit repousser le parchemin dans le tube.

Tout étant ainsi préparé, j'ai agité & secoué la boule, pour obliger l'eau & l'esprit de vin à se mêler. Dès que le mélange a commencé à se faire, le bouchon est devenu concave vers l'extérieur, il a été enfoncé dans le tube par la pression de l'air extérieur; preuve incontestable du vuide réel qui se faisoit dans le tube, & que toute la quantité d'air qui sortoit de l'eau & de l'esprit de vin, n'étoit pas égale à une quantité d'air condensé par le poids de l'atmosphere, capable de remplir le vuide qui se faisoit par la diminution du volume des deux liqueurs. Si nous rapportons la diminution du volume des deux liqueurs à la somme des vuides de l'esprit de vin qui ont été remplis par l'eau, comme tout nous a paru prouver ci-devant que nous le devions faire, il suit qu'il y a dans l'esprit de vin, des vuides qui ne sont pas occupés par un air aussi comprimé que celui de l'atmosphere, & que l'eau peut pénétrer dans ces vuides, quand on la mêle avec l'esprit de vin.

Il est prouvé encore par cette derniere expérience, que la quantité d'air qui s'échape de l'eau & de l'esprit de vin pendant qu'ils fermentent ensemble, n'est pas aussi grande

que

que la quantité des bulles nous le feroit imaginer. Lorsque ces bulles paroissent dans la liqueur, elles sont raréfiées par la chaleur qui naît de la fermentation, & elles y acquièrent un volume qu'elles ne doivent pas conserver, lorsqu'elles en seront sorties.

J'ai mêlé de l'eau & du vin rouge de Bourgogne en différentes proportions. Le mélange s'est fait sans donner aucune diminution de volume; on pouvoit le prévoir ainsi; dès que l'esprit de vin affoibli par deux parties d'eau peut être mêlé avec de nouvelle eau sans aucune diminution de volume.

J'ai mêlé 50 mesures d'huile de lin avec 50 mesures d'huile de térebenthine: le mélange s'est bien fait, mais il n'a, comme celui du vin avec de l'eau, donné aucune diminution.

Du lait & de l'eau ont été mêlés ensemble, sans qu'il soit arrivé une diminution sensible de volume.

J'ai fait dissoudre du sel de soude dans de l'eau jusqu'à ce qu'elle en fût autant chargée qu'il étoit possible, j'en ai versé 50 mesures dans un tube; j'avois marqué sur le même tube la hauteur où devoient monter 50 autres mesures de liqueur; j'ai versé peu-à-peu dans le tube les 50 dernieres mesures d'un très bon vinaigre sur l'eau chargée de sel, mais ce n'a été que peu-à-peu que j'ai versé le vinaigre, de crainte que la fermentation ne fît sortir une partie de la liqueur hors du tube. Quand tout le vinaigre a été introduit, & que la fermentation a été appaisée, il s'est trouvé un vuide, mais très petit, il n'étoit que d'une demi-mesure. Si le vuide n'a dû être fait que

par les acides du vinaigre qui se sont engagés dans les alkalis du sel de soude, il n'a pas dû être grand, parce que la quantité de ces acides n'occupe pas un volume considerable dans le vinaigre.

Je n'ai eu aussi qu'une très petite diminution de volume, lorsque j'ai mêlé avec les précautions nécessaires deux parties de vinaigre distillé avec une partie d'eau autant chargée qu'elle le pouvoit être de sel de tartre.

Il est difficile d'ailleurs de s'assurer avec précision des diminutions de volume qui arrivent aux liqueurs qui fermentent trop vivement & trop subitement ensemble. Une partie de la liqueur peut par les bouillonnemens être poussée hors du tube: l'éruption promte des bulles d'air peut même faire sortir de la liqueur en une espece de pluye.

Pour obvier à ces accidens, après avoir mis dans un tube une quantité mesurée d'eau autant chargée de sel de tartre qu'il étoit possible, j'ai versé doucement dans le même tube un volume double de vinaigre distillé; & sur le champ, avant que la fermentation eût eu le tems de se faire, lorsqu'elle commençoit à peine, j'ai fait sceller à la lampe, le plus promtement qu'il a été possible, le bout du tube. Je n'ai plus eu alors d'évaporation à craindre: mais je n'avois pas pensé que bien-tôt il ne se feroit plus de fermentation; que les acides du vinaigre ne pourroient pas s'introduire dans le sel alkali que l'eau tenoit dissous. Je savois bien que l'air étoit nécessaire pour les fermentations; mais je n'avois pas pensé, & je ne sai si d'autres l'eus-

l'eussent pensé, que dans deux liqueurs qui ont autant de facilité à se mêler qu'en ont l'acide du vinaigre & une eau chargée de sel de tartre, la fermentation seroit arrêtée dès que le tube seroit scellé. Cela est pourtant arrivé, & j'ai eu beau agiter le tube, le secouer, le renverser pendant plusieurs jours, tout s'est passé sans fermentation sensible. J'ai enfin descellé le tube, & la fermentation a été violente sur le champ. Immédiatement après qu'on a scellé le tube, il se fait sans doute de la fermentation, mais elle est bientôt arrêtée; dans le premier instant, de l'air s'échape, & il s'en échape bien une autre quantité que lorsqu'on mêle l'esprit de vin avec l'eau. Cet air se trouve comprimé, il comprime la surface de la liqueur, il ne permet plus à de nouvel air de se dégager; enfin tout mouvement est arrêté, & par conséquent toute fermentation, parce que l'air des liqueurs ne peut être déplacé. Mais j'aurai peut-être occasion de parler dans d'autres tems de cette derniere expérience, qui m'a conduit à en faire d'autres qui ne sont pas de simple curiosité physique.

Au reste, le nombre des expériences qui peuvent être faites en alliant ensemble des liqueurs de differentes qualités est extrêmement considerable, & je n'ai eu garde de me proposer de les épuiser. Je n'ai même eu dessein de donner ici qu'une ébauche qui pût mettre sur la voye de pousser les épreuves plus loin, & qui rendît attentif lorsqu'on combine ensemble differentes liqueurs, au volume qui résulte de leur mélange. Toutes

les liqueurs acides, toutes les liqueurs salines, toutes les liqueurs alkalines, toutes les liqueurs huileuses, les liqueurs chargées de métaux, ou d'autres matieres qu'elles ont dissoutes, s'offrent pour être combinées chacune avec chacune de celles de leur espece, & pour être combinées avec celles de differentes especes. Elles demandent toutes aussi à être combinées avec l'eau commune, ou avec des liqueurs très aqueuses ; & quand dans quelques-unes des combinaisons il arriveroit que le volume seroit augmenté, qu'il résulteroit du mêlange une augmentation de volume plus grande que la diminution que l'esprit de vin mêlé avec l'eau nous a fait observer, je n'en serois pas surpris ; mais ce seroit un fait nouveau & remarquable. On trouvera aussi des liqueurs qui donneront des diminutions de volume plus grandes que celle qu'a donnée le mêlange d'eau & d'esprit de vin, & cela même en mêlant simplement de l'eau avec quelque autre liqueur. Nous en allons donner un exemple fourni par une combinaison assez simple, & qui peut-être n'eût pourtant pas été une de celles que nous eussions essayées, si nous n'eussions été averti qu'elle méritoit de l'être, par M. Petit le Médecin. Quand nous avons voulu lever tout soupçon sur la diminution du volume qui paroissoit s'être faite dans le tube après le mêlange de l'eau & de l'esprit de vin, quand nous avons voulu prouver qu'elle ne devoit aucunement être attribuée à l'évaporation ; que les quantités des deux liqueurs qui y avoient été versées, y étoient restées

en

en entier; nous avons dit que nous avions eu recours au pese-liqueur, qui avoit démontré que la pesanteur specifique avoit été augmentée pendant que le mêlange des deux liqueurs s'étoit fait; & cela parce que le pese-liqueur rempli d'eau & d'esprit de vin mêlés ensemble avoit plus pesé qu'il n'eût fait, s'il eût été rempli d'eau & d'esprit de vin qui eût surnagé l'eau. M. Petit le Médecin, qui a fait un grand nombre d'expériences sur les dissolutions des sels, nous apprit alors qu'il s'étoit servi de la même voie pour savoir ce qui résulteroit du mêlange d'un volume égal d'eau & de differens esprits acides; qu'il avoit mêlé de l'esprit de nitre, de l'esprit de sel, de l'huile de tartre par défaillance, & de l'huile de vitriol; qu'il avoit mêlé, dis-je, un volume égal de chacune de ces liqueurs avec un égal volume d'eau; qu'avant que de mêler chaque liqueur avec l'eau, il avoit pesé la liqueur & l'eau séparément, & avec soin, dans un même pese-liqueur; & qu'enfin le pese-liqueur rempli de la liqueur composée avoit plus pesé que n'eût fait le pese-liqueur rempli à moitié de l'esprit acide & de l'eau qui l'eût surnagé. Le mêlange de l'eau & de l'huile de vitriol est celui qui lui a donné une plus grande augmentation de poids. La pesanteur spécifique de la liqueur composée a été de près de $\frac{1}{17}$ plus grande que celle qui devoit résulter de la somme des pesanteurs des deux volumes égaux des mêmes liqueurs. Nous arrivons souvent aux mêmes vérités par des voies & par des vues differentes. Une boule adaptée à un tube de verre étant

remplie d'eau, & le tube l'étant en partie, si on jette du sel solide dans ce tube, l'eau s'éleve à une certaine hauteur, mais l'eau descend ensuite peu-à-peu à mesure qu'elle dissout le sel. C'est cette expérience qui avoit engagé M. Petit à voir ce qui résulteroit du mélange des esprits acides avec l'eau. Ceux qui ont fait les premiers l'observation de l'eau qui descend dans le tube à mesure qu'elle dissout du sel, en ont conclu que le sel dissous, ou qu'au moins partie du sel dissous se logeoit dans les pores de l'eau.

Je ne vois point du tout que la conséquence qu'on a tirée de l'expérience précédente, fût nécessaire pour rendre raison de ce que l'eau descend à mesure qu'elle dissout le sucre. Il s'en présente une autre cause, à la vérité moins recherchée, mais qui sûrement a quelque part à l'abaissement de l'eau, & à laquelle on doit l'attribuer en entier, jusqu'à ce qu'il soit prouvé qu'elle n'y sauroit suffire, ce qui ne me paroit pas aisé. Si je jette dans un vase qui contient de l'eau, une petite pierre composée de grains de sable, telles que sont nos pierres de grès, la surface de l'eau s'élevera aussi-tôt de ce qu'exige qu'elle s'éleve le volume d'eau qui a été déplacé par la pierre. Supposons que les grains de cette pierre n'étoient unis que par une colle que l'eau détrempe aisément, peu-à-peu les grains seront détachés les uns des autres, & la pierre sera réduite à un petit tas de grains de sable. Mais à mesure que cette pierre sera pour ainsi dire dissoute, la surface de l'eau

s'a-

s'abaissera, parce qu'il y avoit des vuides entre les grains de sable, & que ces vuides ne subsisteront plus, après que les grains auront été séparés ; l'eau alors remplira les vuides.

Ce que nous venons de dire d'une pierre composée de grains de sable, est une image de ce qui se passe pendant que se fait la dissolution d'un morceau de sucre. Le sucre le plus dur est spongieux, même à la vue simple, & nous ne pouvons nous empêcher d'imaginer des vuides entre les grains qui composent tous les sels concrets, quoique nous ne les y voyions pas. Les gros crystaux de sel, les gros cubes de sel, sont formés d'une infinité de petits crystaux, d'aiguilles, de petits cubes, &c. qui laissent certainement des vuides entre eux, & que l'eau remplit quand elle les dissout. On sait même qu'il y a une quantité d'eau considerable dans certains sels, pendant qu'ils nous paroissent sous une forme solide. Il ne nous est pas possible de déterminer jusqu'où va la somme de ces vuides; mais il y a apparence qu'elle doit être assez grande par rapport au volume, pour que la diminution qui arrive à l'eau, pendant qu'elle dissout un sel, puisse être attribuée à ce qu'elle remplit les places vuides qui lui ont été laissées libres.

Ces remarques, au reste, ne sont pas inutiles pour nous aider à voir d'où peut venir la diminution de volume qu'on observe dans deux liqueurs après leur mélange; car si les petits grains de sable de la pierre que nous avons fait dissoudre, se soutenoient dans

l'eau, & si eux-mêmes composés d'autres grains, ils pouvoient être dissous par une addition d'une plus grande quantité de liqueur, nous aurions une liqueur, celle dans laquelle nagent les grains de sable dissolubles, qui mêlés avec l'eau, donneroient une liqueur composée dont la pesanteur spécifique seroit plus grande que celle qui auroit paru devoir résulter des deux composantes.

Nous allons faire l'application de cette idée à ce qui se passe lorsqu'on mêle avec de l'eau de l'huile de vitriol, qui est peut-être de toutes les liqueurs, au moins des liqueurs chargées de sels, celle qui donne une plus grande diminution de volume proportionnellement à celui de la liqueur qu'on mêle avec de l'eau. Dix mesures d'huile de vitriol ont été versées dans un tube; sur les dix mesures on a versé dix mesures d'eau. Après le mélange, la diminution a été de $\frac{3}{4}$ d'une mesure. Dix autres mesures d'eau ont été versées sur l'esprit de vitriol affoibli par les dix premieres mesures. Par ce nouveau mélange, le volume total a perdu plus d'une demi-mesure. On a encore versé dix mesures d'eau sur l'huile de vitriol mêlée déja avec 20 mesures d'eau. Le tout a encore été mêlé, & la diminution observée après ce troisieme mélange, a été encore d'une demi-mesure. Enfin dix nouvelles mesures d'eau ont été versées sur le dernier mélange, & elles n'ont pas donné $\frac{1}{4}$ de mesure de diminution. La somme totale des diminutions a donc été à peu près de deux mesures, ou de $\frac{1}{5}$ du volume de l'huile de vitriol. Dans

une

une autre expérience on a versé tout d'un coup 40 mesures d'eau sur 10 mesures d'huile de vitriol, & on a eu alors deux mesures de diminution. On n'en a pas eu davantage, lorsqu'on a mêlé 50 mesures d'eau avec les 10 mesures d'huile de vitriol; les 40 mesures d'eau suffisent pour dissoudre parfaitement les 10 mesures d'huile de vitriol.

Ce que nous avons dit ci-dessus de la maniere d'éprouver la qualité des differens esprits de vin, leur force, s'applique si naturellement à l'essai des esprits acides, qu'il n'est pas nécessaire de s'y arrêter. On voit assez que dans chaque espece de ces acides l'esprit acide le plus fort, le plus concentré, sera celui qui mêlé avec l'eau, donnera une plus grande diminution de volume après le mélange.

Mais la diminution de volume qui continue à se faire dans le mélange d'esprit de vitriol avec l'eau jusqu'à un certain terme, nous apprend que la dissolution de l'huile de vitriol n'est parfaite que lorsqu'une partie de cet esprit est mêlée au moins avec quatre parties d'eau.

Nous concevons donc que les acides les plus forts, les plus concentrés, ne nagent pas dans la quantité de dissolvant nécessaire pour les tenir parfaitement dissous; qu'ils y sont encore par crystaux, par aiguilles, qui sont chacun eux-mêmes des paquets de crystaux & d'aiguilles. Une plus grande quantité d'eau étant employée, elle divise ces paquets de crystaux & d'aiguilles, & alors elle occupe les vuides qui étoient entre eux, & où elle n'avoit pu pénétrer auparavant. De là vient

la

la diminution du volume qui paroît après de nouvelles additions d'eau, ou après des dissolutions plus parfaites.

Une expérience très connue, & qui offre d'abord quelque chose de merveilleux, c'est que si on verse sur certains corps solides, sur du plomb, par exemple, une eau forte très concentrée, un violent esprit de nitre, la liqueur n'agit presque pas sur le métal: si on verse sur le même métal une eau forte affoiblie par de l'eau commune, alors elle agit plus puissamment. L'explication de ces faits nait naturellement des remarques précédentes. La premiere des eaux fortes ne pouvoit agir que par de trop grosses molécules de sel, qui n'étoient pas des coins proportionnés à la grandeur des pores du métal; & la seconde agit contre lui avec des parties plus ténues, avec des coins plus aigus.

Je sens bien qu'il y a de la difficulté à ne vouloir attribuer précisément la diminution du volume qu'aux vuides qui étoient entre les parties des grains de sel. Notre huile de vitriol est composée de sel & d'eau, & l'eau fait une partie considerable du mixte. Mais les corps les plus pesans laissent tant de vuides entre leurs parties, leur vraie solidité se réduit à si peu de chose, qu'on ne doit nullement être étonné des vuides que laisse un corps dont la division a été poussée prodigieusement loin.

Enfin si on y pense bien, je ne vois pas qu'on puisse soutenir que les sels se sont logés dans les pores de l'eau, & que c'est de-là qu'est venue la diminution du volume. Car sui-

ſuivant cette explication, je demande pourquoi, lorſqu'on verſe de nouvelle eau ſur le mêlange de cinq parties d'eau & d'une partie de vitriol, il ne ſe fait plus de diminution de volume. On répondra ſans doute, que c'eſt que l'eau employée ci-devant a fourni aſſez de vuides pour loger tout le ſel; & qu'il faloit auſſi employer cette quantité d'eau pour offrir aſſez de place où loger les ſels. Tous les pores de l'eau ſont donc remplis, & tous les ſels logés. Cependant ſi je verſe de nouvelle huile de vitriol dans la liqueur compoſée de cinq parties d'eau & d'une d'huile de vitriol, je vais faire naitre une nouvelle diminution de volume; d'où vient cela, ſi ce n'eſt qu'en introduiſant dans la liqueur de nouvelle huile de vitriol concentrée, j'y ai introduit beaucoup de vuide, parce que j'y ai introduit des ſels qui ſont actuellement en plus groſſes maſſes que ceux qui ſont dans l'eau, & entre les parties deſquels il y a de plus grands vuides, comme les vuides qui ſont entre les grains d'une pierre ſabloneuſe ſont plus grands que ceux qui ſont entre les particules des grains de ſable de cette même pierre?

Si les ſels n'étoient bien diſſous que quand ils ſont logés dans les pores de l'eau, il s'enſuivroit qu'un égal volume d'eau pourroit tenir en diſſolution un poids, ou au moins un volume égal de tout ſel concret, parce qu'elle auroit une égale quantité de pores pour eux tous; & on ſait combien il s'en faut que l'eau tienne en diſſolution une quantité égale de tout ſel.

SUR

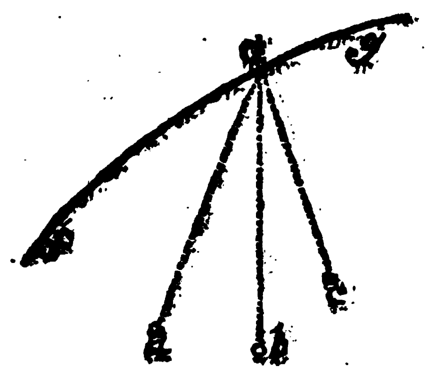
SUR QUELQUES QUESTIONS DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. CLAIRAUT.

ENTRE les differens Problêmes qui demandent pour leurs résolutions la méthode *de Maximis & Minimis*, on peut mettre au nombre des plus curieux & des plus difficiles, ceux où l'on apprend à trouver la ligne de la plus vîte descente, le solide qui souffre la moindre résistance de la part d'un fluide, la courbe qui satisfait à la fameuse question des Isopérimetres, & toutes celles de la même nature où il faut trouver une courbe qui passe par deux points donnés, & qui satisfasse à quelque *Maximum* ou *Minimum*. Quoique les beaux Problêmes qu'ont donnés M^rs. Newton, Wallis, Bernoulli, Taylor, servent beaucoup à résoudre ceux qu'on peut imaginer sur la même matiere, il y en a qui renferment assez de généralité & de singularités d'analyse pour mériter d'être donnés. J'espere qu'on trouvera que celui que j'explique dans ce Mémoire, est dans ce cas. Sa solution s'étend à beaucoup d'autres Problêmes, & même à la plupart de ceux qui ont été résolus sur cette matiere. J'ai tâché de l'expliquer de maniere, qu'on traitât plus facilement l'analyse qu'on peut rencontrer dans les Problêmes qu'on se proposera de la même sorte.

Avant

Avant que de donner mon Problême, je dirai un mot de la maniere dont je suis parvenu à me le proposer dans toute sa généralité. Voici comme je le concevois d'abord.



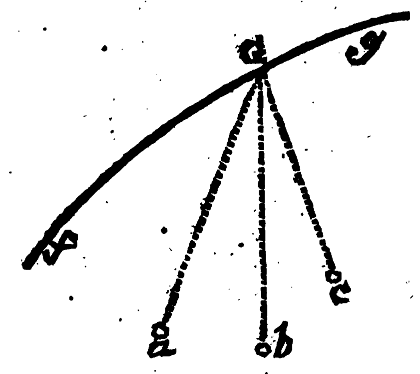
Supposant que sur un plan *abcfGg*, un corps *a*, ou plusieurs *a*, *b*, *c*, répandent de tous les côtés une action, comme de la chaleur, du bruit, &c. selon une loi donnée, on demande par quelle courbe il faut aller du point *f* au point *g* pour éviter, le plus qu'il est possible, cette action. Ce Problême, outre la généralité que lui donnent les differentes variations qu'on peut faire à l'égard des corps *a*, *b*, *c*, & de la loi de leur action, donne dans un cas très particulier la ligne de la plus vîte descente, même dans le cas où la pesanteur est variable d'une maniere quelconque. Je compliquai ce Problême ensuite, en supposant que tout se passe sur une surface courbe donnée; il devient alors plus général encore, & donne entre autres cas

le

le Problême où il faut trouver entre deux points sur une surface quelconque le chemin le plus court: question qui a été imaginée & résolue par le célèbre M. Bernoulli.

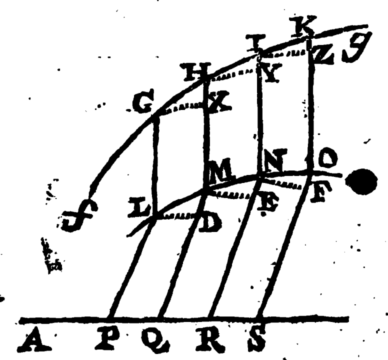
Je le rendis ensuite bien plus difficile, en y ajoutant la condition des Isopérimetres, c'est-à-dire, en se proposant d'aller sur la surface donnée d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée de maniere que l'on souffre le moins qu'il est possible de l'action des corps *a*, *b*, *c*, qui se fait selon une loi donnée. Le Problême, avec cette condition de plus de la longueur donnée du chemin, doit comprendre, comme un cas particulier, celui où l'on n'est pas gêné par aucune condition de longueur: de même que la courbe de la plus vîte descente d'un point à un autre par un chemin de longueur donnée renferme la cycloïde dans un de ses cas, aussi la solution générale contient-elle dans son équation la premiere; mais quoiqu'on sache qu'elle y est, il ne seroit pas aisé de l'y trouver, si l'on n'avoit pas résolu le premier Problême auparavant. Pour m'en tirer plus facilement, j'imaginai une généralité plus grande que celle des Isopérimetres, & qui cependant ne rend pas le calcul plus compliqué; c'est qu'au-lieu de déterminer la longueur du chemin, on suppose que quelques autres corps *i*, *k*, *l*, agissent encore sur tous les points de la surface courbe, & qu'on veuille bien souffrir une quantité donnée de leur action: ensuite on se propose encore d'aller d'un point à un autre, de maniere

qu'on



qu'on évite le plus qu'il est possible, l'action des premiers corps a, b, c.

Soit APL un plan sur lequel on prenne



les deux coordonnées AP, x; PL, y; la troisieme coordonnée LG, z, étant perpendiculaire à ce plan. Que X soit une fonction quelconque de x, y, z, qui exprime l'action des corps i, k, l, sur le point quelcon-

conque G de la surface courbe. De même que X^2 soit une autre fonction quelconque qui désigne l'action des corps a, b, c, sur le même point b. Soit représenté ensuite par S les arcs fG de la courbe fGg, & pris pour hypothese que l'action totale des corps i, k, l, sur toute la courbe fGg est la somme de toutes les actions que l'on a à chaque point b multipliées chacune par les petits côtés ds sur lesquels elles s'exercent. Le Problême s'énonce ainsi:

Les points f & g *étant donnés sur une surface courbe dont on a l'équation exprimée en* x, y, z, *trouver la courbe qui passe par ces points, de maniere que la quantité* $\int X\,ds$ *qui répond à l'arc total* fGg *étant donnée, la quantité* $\int X^2\,ds$ *soit un* Minimum.

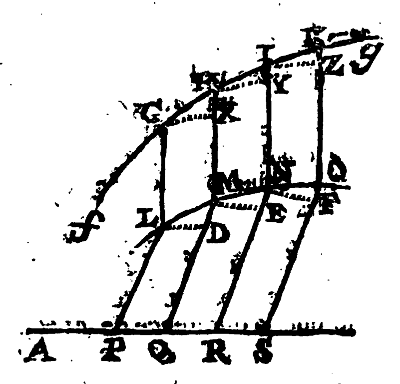
SOLUTION.

Soient GH, HI, IK, trois côtés consécutifs de la courbe cherchée, HM, MQ, AQ; IN, NR, AR; KO, OS, AS, les trois coordonnées de chacun des trois points H, I, K, de la courbe cherchée & de la surface courbe en même tems; ayant mené par les points L, M, N, les droites LD, ME, NF, paralleles à AP; & par les points G, H, I, les droites GX, HY, IZ, paralleles à LM, MN, NO.

Je fais $MD = a$, $HX = f$, $GH = k$.
$NE = b$, $IY = g$, $HI = l$.
$OF = c$, $KZ = b$, $IK = m$.

Je suppose ensuite que la quantité qui étoit X au point G est devenue Y au point H, &

Z



Z au point I, de même la quantité X^2, est Y^2 en H, & Z^2 en I.

Il est clair présentement que regardant les points G, K, comme fixes, les points H & I doivent être tellement placés, que $X.GH + Y.HI + Z.IK$ étant constant, $X^2.GH + Y^2.HI + Z^2.IK$ soit un *Minimum*; & puisque ces côtés GH, IK, doivent remplir cette condition de quelque maniere que puisse varier la position des points H & I sur la surface courbe, il faudra qu'ils fassent encore le *Minimum* demandé entre tous les differens arrangemens qu'ils peuvent avoir, en supposant seulement que les points H & I glissent dans les plans QMH, RNI, c'est-à-dire, qu'on peut regarder, si l'on veut, AQ & AR comme constantes.

De cette maniere, en regardant HG comme l'hypothenuse du triangle HGX, & GX ou LM, comme celle de LMD, HI comme celle de HYI, &c. on aura

$$kdk = ada + fdf,\ ldl = bdb + gdg,\ mdm = cdc + hdh.$$

ou $$dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}df,\ dl = \frac{b}{l}db + \frac{g}{l}dg,\ dm = \frac{c}{m}dc + \frac{h}{m}dh.$$

Et à cauſe que les points G & K ſont ſuppoſés fixes, on aura $da + db + dc = 0$, $df + dg + dh = 0$. Employant ces deux équations à chaſſer db & dg des équations précédentes, celle où ces deux quantités ſont deviendra

$$dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}df - \frac{g}{l}dh.$$

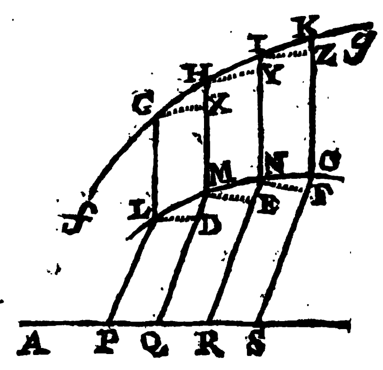
Si l'on fait attention enſuite que df n'eſt autre choſe que la difference de MH, parce que $MH = LG + HX$, & que MH eſt par l'équation de la ſurface courbe une fonction de AQ & de QM; ſa difference, en prenant AQ pour conſtante, pourra être exprimée par $pd(MH)$ ou pda. p, marquant une fonction de AQ & de QM. De la même maniere on prendra pour $db + dg$ ou $-dh$ la difference de IN qu'on exprimera par $q.d(RN)$, ou $q(da + db)$, ou $-qdc$. On a donc ainſi $df = pda$ & $dh = qdc$. Subſtituant ces valeurs dans celles de dk, dl & dm, elles deviendront

$$dk = \frac{a}{k}da + \frac{f}{k}pda,\ dl = -\frac{b}{l}da - \frac{b}{l}dc - \frac{g}{l}pda - \frac{g}{l}qdc,$$

$$dm = \frac{c}{m}dc + \frac{h}{m}qdc.$$

Préſentement les conditions du Problême demandent que $Xk + Yl + Zm$ étant conſtant, $X^2k + Y^2l + Z^2m$ ſoit un *Minimum*, c'eſt-à-dire, que l'on a les deux équations
$Xdk + Ydl + ldY + Zdm + mdZ = 0$.
$X^2dk + Y^2dl + ldY^2 + Z^2dm + mdZ^2 = 0$.

Je



Je n'ai point pris la difference de X ni de X^*, parce que ces fonctions sont composées de AP, PL, LG, qui sont supposées constantes.

Pour satisfaire à la premiere équation, il faut mettre pour dk, dl & dm, dY & dZ leurs valeurs.

Il nous manque celle de dY & de dZ, mais faisant attention que Y est une fonction de AQ, QM & MH, & que MH en est une de AQ & de QM par l'équation de la surface courbe, on verra que Y n'est autre chose qu'une fonction de AQ & QM; sa difference, en supposant AQ constant, sera donc une fonction de AQ & QM que j'appelle S multipliée par $d(QM)$ ou da.

De même dZ sera une fonction de AR & RN que j'appelle T multipliée par $d(RN)$, ou $da + db$, ou $-dc$. On a donc $dY = S\,da$, $dZ = -T\,dc$.

On peut faire évanouir présentement dY, dZ, dk, dl, dm, & l'on aura

$$\frac{Xa}{k}da+\frac{Xf}{k}pda-\frac{Yb}{l}da-\frac{Yb}{l}dc-\frac{Ygp}{l}da-\frac{Ygq}{l}dc+lSda$$
$$+\frac{Zc}{m}dc+\frac{Zb}{m}qdc-mTdc=0.$$

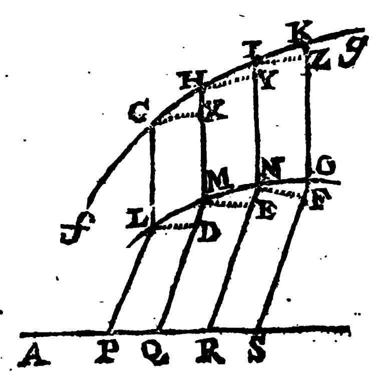
Paſſant tous les termes où ſont *da*, de l'autre côté, on aura

$$\left(-\frac{Yb}{l}-\frac{Ygq}{l}+\frac{Zc}{m}+\frac{Zbq}{m}-mT\right)dc=\left(-\frac{Xa}{k}-\frac{Xfp}{k}+\frac{Yb}{l}+\frac{Ygp}{l}-lS\right)da.$$

Dans cette équation on remarquera que $\frac{Zc}{m}$ eſt ce que le terme $\frac{Yb}{l}$ eſt devenu, lorſque AP eſt devenu AQ, de ſorte qu'au lieu des deux termes $\frac{Zc}{m}-\frac{Yb}{l}$, on peut mettre $d\left(\frac{Yb}{l}\right)$. De même qu'au lieu de $\frac{Zbq}{m}-\frac{Ygq}{l}$, ou $q\left(\frac{Zb}{m}-\frac{Yg}{l}\right)$, on peut mettre $qd\left(\frac{Yg}{l}\right)$. En faiſant la même opération dans le ſecond membre de l'équation, elle aura cette forme

$$\left[d\left(\frac{Yb}{l}\right)+qd\left(\frac{Yg}{l}\right)-mT\right]dc=\left[d\left(\frac{Xa}{k}\right)+pd\left(\frac{Xf}{k}\right)-lS\right]da.$$

Nous n'avons encore ſatisfait qu'à la premiere des deux équations qui expriment les qualités du Problême, il faut faire les mêmes opérations à l'égard de la ſeconde; mais comme elle ne diffère de la premiere qu'en ce que X^2 répond à X, Y^2 à Y, &c. le réſultat ne doit differer que par X^2 pour X, &c. & par les quantités dérivées de X^2 pour celles qui viennent de X; c'eſt-à-dire, qu'au-lieu



lieu de S, nous mettrons la quantité qu'on a de la même maniere avec X^2 qu'on a S avec X; nous appellerons cette quantité S^2. L'équation que l'on aura de cette maniere sera

$$[d(\frac{Y^2 b}{m}) + qd(\frac{Y^2 g}{l}) - mT^2]dc = [d(\frac{X^2 a}{k}) + pd(\frac{X^2 f}{k}) - lS^2]da.$$

Divisant l'équation précédente par celle-ci, on fera évanouir da & dc, & l'on aura

$$\frac{d(\frac{Yb}{l}) + qd(\frac{Yg}{l}) - mT}{d(\frac{Y^2 b}{l}) \text{[illegible]} (\frac{Y^2 g}{l}) - mT^2} = \frac{d(\frac{Xa}{k}) + pd(\frac{Xf}{k}) - lS}{d(\frac{X^2 a}{k}) + pd(\frac{X^2 f}{k}) - lS^2}.$$

Et comme dans cette équation le second membre est positivement ce que devient le premier, lorsque AP devient AQ, il s'ensuit que la quantité exprimée par le second membre, ou par le premier, est constante dans toute la courbe.

On a donc l'équation de la courbe cherchée en égalant cette quantité à une constante;

Mais avant de le faire, mettons pour a ſa valeur ordinaire dy; pour f, dz; pour k, ou l, qui en differe infiniment peu, ds, on aura de cette maniere $\frac{d(\frac{Xdy}{ds}) + pd(\frac{Xdz}{ds}) - Sds}{d(\frac{X^2 dy}{ds}) + pd(\frac{X^2 dz}{ds}) - S^2 ds} = A$ pour l'équation demandée.

On ſe reſſouviendra, pour employer cette équation, que 1°. X eſt la fonction qui exprime l'action des corps i, k, l, dont la ſomme des effets eſt conſtante; que cette fonction eſt compoſée de x, y, z, ou ſimplement de x, y, parce que la ſurface courbe peut faire chaſſer z par ſon équation.

2°. Que Sdy eſt la difference de cette fonction, en ſuppoſant x conſtante.

3°. Que pdy eſt la difference de z, en ſuppoſant x conſtante.

4°. Que X^2 eſt la fonction qui exprime l'action des corps a, b, c, qu'il faut éviter le plus qu'il eſt poſſible.

5°. Que $S^2 dy$ eſt ſa difference, en ſuppoſant x conſtante.

COROLLAIRE I.

Si l'on veut préſentement que le Problême ſoit des queſtions des Iſopérimetres, c'eſt-à-dire, que la longueur fg étant donnée, on veuille que l'action ſoit la moindre, il faudra regarder l'action des corps i, k, l, comme conſtante, parce qu'alors la ſomme totale de leurs effets ſera proportionelle à la longueur fg. Il n'y a donc qu'à faire $X=b$, par conſé-

quent

quent $S=0$, & l'équation précédente deviendra

$$\frac{d(\frac{b\,dy}{ds})+p\,d(\frac{b\,dz}{dz})}{d(\frac{X^2 dy}{ds})+p\,d(\frac{X^2 dz}{ds})-S^2 ds}=A.$$

COROLLAIRE II.

Si l'on veut avoir la courbe qu'il faut décrire pour aller de f à g, en évitant le plus qu'il est possible l'action des corps a, b, c, sans déterminer ni longueur de chemin, ni somme totale d'actions des corps i, k, l, on n'a qu'à supposer l'action de ces corps égale à zéro, c'est-à-dire, $X=0$, & l'on aura $d(\frac{X^2 dy}{ds})+p\,d(\frac{X^2 dz}{ds})=S^2 ds$.

COROLLAIRE III.

En supposant dans cette équation X^2 constante, c'est-à-dire, l'action des corps a, b, c, la somme totale de cette action, qui est un *Minimum*, est proportionelle à l'arc fg, de maniere que la courbe fg est alors la plus courte qu'on puisse décrire entre f & g. Mettant donc c pour X^2, & par conséquent o pour S^2, on aura dans ce cas $d(\frac{c\,dy}{ds})+p\,d(\frac{c\,dz}{ds})=0$, ou $d(\frac{dy}{ds})=-p\,d(\frac{dz}{ds})$, ou, en supposant ds constant, $ddy=-p\,ddz$, équations des lignes les plus courtes sur toutes les surfaces courbes.

COROLLAIRE IV.

Si dans notre Problême, au-lieu de ſuppoſer que l'action des corps a, b, c, i, k, l, ſe faſſe ſur une ſurface courbe, on vouloit que tout ſe paſſât ſur un plan, il faudroit faire $z=0$, & par conſéquent $p=0$, & l'équation ſeroit dans ce cas

$$\frac{d\left(\frac{Xdy}{ds}\right)+Sds}{d\left(\frac{X'dy}{ds}\right)+S'ds}=A.$$

COROLLAIRE V.

Si au-lieu de demander la courbe fg, qui ſouffrît la moindre action des corps a, b, c, on vouloit celle par laquelle un corps deſcendroit le plus vîte, il faudroit faire $X^2=\frac{1}{V}$, V exprimant la vîteſſe du corps qui deſcend, lorſqu'il eſt en G, parce qu'alors la ſomme des $X^2 ds$, qui eſt le *Minimum*, eſt la ſomme des $\frac{ds}{V}$ ou le tems. Et pour avoir la valeur de V, ſi on ſuppoſe la gravité comme elle exiſte ſur la ſurface de la terre, V ſera proportionnel à $\sqrt{(b-z)}$, ſuppoſant que b ſoit la hauteur d'où le corps arrivé en G a commencé à tomber, & que les lignes GL, HM, ſoient verticales, comme la Figure l'indique.

Mais ſi l'on vouloit que la gravité fût toute

te differente; que, par exemple, elle dépendît de l'attraction de plusieurs corps qui agissent selon une fonction de leurs distances, il seroit toujours aisé d'avoir la valeur de V; elle seroit toujours quelque fonction de ces distances, & par conséquent de x, y, z, de sorte qu'en mettant pour X^2, 1 divisé par cette fonction de x, y, z, qui exprime la vîtesse, on auroit la ligne de la plus courte descente.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 28 Mai 1733.

Par M. GODIN. *

J'AI fait cette Observation à *Guillerval*, Village situé près d'*Etampes*, & sous le même Méridien à peu près que *Versailles*, c'est-à-dire, plus occidental que l'Observatoire Royal de *Paris* de 50″ de tems.

J'avois préparé une très bonne Lunette de 7 pieds, & j'avois mis au foyer commun des Verres un Micrometre qui est de l'invention de *Theodore de Balthazaris*, & qu'il a décrit dans sa *Micrométrie* imprimée à *Erlang* en 1710. † C'est une Vis dont les pas sont à droite dans une moitié, & à gauche dans l'au-

* 6 Juin 1733.

† *Cap.* 3. §. 26. *p.* 48.

l'autre moitié; ce qui fait que quand on la tourne, deux index à écroue qui y sont ajustés s'approchent ou s'éloignent également l'un de l'autre.

Le diametre de la Lune mesuré dans la direction de son orbite, ou, suivant le chemin de l'ombre, sur le disque de la Lune, fut trouvé de 991 parties du Micrometre, d'où j'ai déduit les doigts éclipsés que j'avois observés en parties du Micrometre.

Le jour de l'Eclipse le tems fut couvert devant & après midi, mais le 27 & le 29 je pris des hauteurs correspondantes, & le passage du Soleil par un Quart de Cercle que j'y ai fixé dans le Méridien, d'où j'ai déduit le tems vrai avec une entiere certitude.

Sur le soir, le Ciel s'étant découvert vers l'Orient,

à 8h	18'	0"	la Lune sortit des nuages.		
8	19	54	L'Eclipse étoit de . . .	4doigts	45'
8	22	51	*Mare Crisium* toute sortie de l'ombre.		
8	24	48	. . . .	4	2
8	26	20	*Taruntius* hors de l'ombre.		
8	29	16	L'Eclipse est de . . .	3	31
8	32	44	. . . .	2	53
8	34	41	L'ombre au milieu de *Mare Nectaris*.		
8	40	18	. . . .	1	48
8	44	33	. . . .	1	26
8	46	42	. . . .	1	7
8	48	20	. . . .	0	45
8	52	36	Fin de l'Eclispe.		

Les deux phases de *Taruntius* & de *Mare Nectaris* ne sont pas si exactes que les autres, dont

dont j'ai été fort content. L'endroit de la Lune où étoit l'ombre est beaucoup moins distinct que le reste du disque, c'est ce qui fait que je n'ai pas pris davantage de Taches.

Dans cette Eclipse l'ombre m'a paru mieux terminée qu'en aucune autre de celles que j'ai encore observées depuis douze à treize ans, ce qui a donné la commodité de mesurer les doigts avec beaucoup d'exactitude. Le cercle de l'ombre passoit alors par des Mers, car la portion qui étoit sur le disque de la Lune étoit terminée par des rayons qui passoient sur Terre par le *Golphe de Bothnie*, par la *Mer Baltique*, par celle de *Hollande*, par la *Manche*, par les *Isles Canaries*, celles du *Cap vert*, & enfin par l'*Océan*.

Quoique je n'aye pas vu le milieu de cette Eclipse, qui est arrivé lorsque la Lune étoit sous l'horizon, néanmoins par la comparaison des phases que j'ai prises, je trouve que l'observation a devancé de près de 2 minutes le calcul exactement fait; ce qui donneroit le milieu de l'Eclipse à très peu près du vrai à 7^h 19' à *Paris*. Le milieu de la derniere Eclipse de Soleil se trouve par mon observation le 13 Mai à 6^h 51'; il y a donc entre ces deux milieux un intervalle de 15 jours $0^h 28'$ pour le tems que la Lune a employé à aller de la Conjonction à l'Opposition, en prenant le milieu de ces Eclipses pour le moment vrai des Syzygies; mais la moitié du mois synodique moyen est de 14 jours 18 heures 22' : il y a donc eu dans le mouvement de la Lune au Soleil un retardement de 6^h 6' sur le moyen. Dans cette derniere, la Lune étoit

dans son apogée où elle avoit passé le matin du jour même de l'Eclipse, & par conséquent son mouvement étoit alors plus lent d'environ 9 minutes de degré par heure que dans son périgée, où elle étoit à peu près dans le tems de la derniere Eclipse de Soleil.

HISTOIRE DE LA CARPE.

Par M. PETIT le Médecin. *

J'AI démontré, il n'y a pas longtems, à l'Académie, le Cœur d'un gros Poisson, qui malheureusement étoit tronqué de la seule Oreillette qu'il avoit dans son état naturel: c'est le défaut de cette Oreillette qui est cause que je n'ai point donné la description de ce Cœur. Cela m'a engagé à disséquer les Cœurs de plusieurs de nos Poissons, pour reconnoitre les differences ou les rapports qu'ils peuvent avoir avec celui que j'ai démontré. J'ai trouvé qu'il differoit peu du Cœur de la Carpe par la structure. Il differoit considérablement par la grosseur, puisque le Cœur de ce Poisson avoit 3 pouces de hauteur & autant de largeur, & un pouce ½ d'épaisseur; le Cœur de la Carpe n'a que 7 à 8 lignes de hauteur & 4 à 5 lignes de largeur.

J'ai en même tems observé que nous n'avions qu'une légere connoissance des parties internes de nos Poissons les plus communs, ce qui

* 18 Juillet 1733.

qui m'a déterminé à les examiner avec exactitude. J'y ai découvert plusieurs choses qui ont échapé à la recherche de ceux qui y ont travaillé.

Je ne parlerai point des parties externes, elles sont assez bien décrites dans le Théatre des Animaux de M. Ruisch *. La Figure qu'il en donne n'est pourtant pas des meilleures. C'est la même que le Cyprinus de Jonston, aussi-bien que celle de Blasius †. Il n'a pas représenté les appendices ou moustaches qui sont au dessus de la levre supérieure, & celles qui sont aux coins des deux levres. Il n'a pas mis les rayons qui sont sur les écailles, non plus que la ligne qui se trouve dans toute la longueur du corps sur les deux côtés de la Carpe. Ces choses se voyent assez bien dans la Figure que Rondelet en a donnée ‡, hors la ligne dont nous venons de parler qui n'est pas dans sa place naturelle, elle n'est pas droite comme il l'a marqué; outre cela la tête de sa Carpe est trop allongée & trop étroite par rapport à la longueur du corps; enfin le port de ce poisson n'y est pas bien représenté. Tout cela m'a engagé d'en donner une nouvelle Figure. Elle a été faite sur une Carpe uvée, Tab. I. Fig. 1. Les Carpes laitées n'ont pas le ventre si gros.

Je dois avertir ici que lorsque je décrirai la situation des parties, je m'exprimerai de la même maniere que les Anatomistes ont fait en

* *Theat. Anim. tom. 1. pag. 3. fig. 4.*
† *Anat. Anim. Tab. 52. fig. 8.*
‡ *Hist. Pisc. part. 2. p. 150.*

en donnant la situation des parties de l'homme & des animaux à quatre pieds. Je dirai, par exemple, que les œufs, la laite dans la Carpe, s'étendent depuis la partie supérieure de l'abdomen jusqu'à la partie inférieure; que le canal de la vésicule aërienne s'insere à la partie postérieure de l'estomac, ou, si l'on veut, au fond de la gorge; que les dents de la Carpe se trouvent à la partie postérieure du cœur, &c.

Je ne parlerai pas de l'usage de toutes les parties des Poissons, cela est inutile, puisque l'estomac, les boyaux, le foye, les reins, &c. ont les mêmes usages que dans l'homme & les animaux à quatre pieds. Je m'étendrai seulement sur l'usage de quelques-unes qui sont particulieres à la plupart des Poissons, comme la vésicule aërienne, les appendices de l'estomac & des boyaux, &c. mais je ne parlerai de cet usage qu'après avoir donné l'histoire de plusieurs Poissons, qui auront les mêmes parties, parce qu'il y en a dont la structure de ces parties est plus évidente, & qui par conséquent nous fourniront les moyens de donner des explications plus probables de leurs usages.

Je vais démontrer ce qu'il y a de singulier dans les Ecailles de la Carpe; & dont les Auteurs n'ont point parlé, après quoi je décrirai les parties du bas-ventre; c'est ce qui sera le sujet du premier Mémoire. Le second comprendra l'anatomie de toutes les parties de la Tête.

Des Ecailles.

Tous les poissons sont revêtus de peau ou d'é-

d'écaille, tant dans la Mer & les Rivieres, que dans les Etangs & les Lacs. La Carpe est peut-être celui de tous les poissons qui a de plus grandes écailles à proportion de sa grandeur. * Rondelet a bien exprimé les écailles dans la Figure qu'il en a donnée; il a même poussé son exactitude jusqu'à représenter les lignes qui s'y trouvent, mais il me paroit qu'il les a un peu trop marquées.

En général, on trouve plusieurs sortes de couleurs dans les écailles des poissons. Dans la même Carpe il y en a de brunes, de jaunes & de blanches. La couleur brune domine dans les plus grandes écailles; dans les moyennes, c'est la jaune & la dorée, & dans les petites, c'est la blanche & l'argentée. On verra ci-après que l'on trouve ces trois couleurs dans chacune des grandes écailles.

Je vais les examiner dans les Carpes les plus communes, qui sont de 16 à 18 pouces de longueur, tout compris, c'est-à-dire, 9 à 10 pouces entre œil & bat. †.

En général, plus les Carpes sont grandes, plus les écailles sont brunes. Rondelet assure que les plus jeunes Carpes ont les écailles plus rembrunies que les vieilles, qui tirent sur le jaune.

J'ai disséqué des Carpillons laités & uvés, ils étoient longs depuis 5 pouces jusqu'à 9. Toutes les écailles étoient argentées, & la plupart n'avoient de brun que le contour extérieur.

* *Hist. Pisc. part.* 2. *p.* 150.

† C'est ce qui est depuis les ouïes jusqu'à l'endroit où commence la nageoire de la queue, c'est-à-dire, entre la tête & la queue.

Les plus grandes écailles occupent le milieu des côtés de la Carpe par rapport à sa longueur; plus elles sont près de la tête, plus elles sont grandes.

Les écailles de moyenne grandeur sont du côté de la queue, les plus petites sont sous le ventre, & sont d'autant plus petites qu'elles sont plus près de la tête.

Les plus grandes écailles ont 7 lignes ½ jusqu'à 8 lignes de longueur, & 6 lignes jusqu'à 5 ½ de largeur. Il s'en trouve assez souvent qui sont aussi larges que longues: elles sont épaisses de ⅓ ou ¼ de ligne; en général plus elles sont petites, plus elles sont allongées, il y en a qui n'ont que 3 lignes de longueur & 2 lignes de largeur.* La Figure *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, en représente une grande au naturel. Lorsqu'elles sont encore sur la Carpe, il n'en paroit tout au plus que le tiers *C*, *B*, *E*, qui est coloré; cette partie externe est souvent d'un jaune un peu rembruni. Cette couleur paroît être dans la propre substance de l'écaille, on ne peut l'ôter entierement en râclant l'écaille qu'on n'en enleve une portion, hors un endroit qui appartient à la membrane qui attache les écailles, & c'est aussi l'endroit qui paroît le plus brun sur l'écaille. Il y a sur cette partie externe des lignes en forme de rayons qui partent de la circonference *B*, *E*, *C*, Fig. 2. & tendent au point *D* comme à un centre.

Le dessous de l'écaille opposée à cette partie externe est argenté au moyen d'une membrane

* Tab. I. Fig. 2.

brane extrêmement fine qui porte cette couleur, que l'on enleve facilement avec la membrane, & qui laisse l'écaille blanche en cet endroit. La partie supérieure de l'écaille *A*, *B*, *C*, *E*, est envelopée de membranes collées à l'une & à l'autre parois, mais si foiblement qu'elle n'y paroît point du tout adhérente. Lorsqu'on a enlevé la membrane, cette partie de l'écaille est toute blanche & transparente comme de la corne. On y découvre des lignes en forme de rayons qui partent de la circonference *B*, *A*, *C*, & vont se rendre au point *D*, comme à un centre.

Cette portion d'écaille est cachée par trois autres écailles, c'est-à-dire, par une portion de chacune de ces trois écailles, comme on le voit dans la 3e. Fig. où l'on a laissé une écaille sans couleur. Il y en a deux qui couvrent les côtés de cette écaille, qui couvre aussi les côtés des deux autres écailles, & il y en a une troisieme qui couvre le milieu de cette écaille, & les côtés des deux autres.

Toutes ces écailles tiennent ensemble par le moyen des membranes qui les envelopent; car la membrane qui envelope les deux surfaces de la partie de l'écaille *A*, *B*, *C* n'y tient que légerement; mais elle tient très fort à l'endroit *B*, *D*, *C*, où elle attache les autres écailles qui sont dessus & dessous. Il faut même remarquer qu'il y a un petit rebord membraneux flottant autour de *B*, *E*, *C*, & c'est principalement sous ce rebord où l'attache est forte. Tout cela n'empêche pas qu'il n'y ait un peu de jeu dans les écailles, les unes à l'égard des autres, sans cela la Carpe

pe ne pourroit se courber vers les côtés, comme elle fait dans ses mouvemens. Ces membranes tiennent très fortement à la membrane tendineuse qui envelope tout le corps de la Carpe, & en font une continuité.

Si l'on examine bien la partie externe de la Carpe, on remarque une ligne brune de chaque côté qui s'étend depuis la tête jusqu'à la queue. Cette ligne paroît brune, * parce que la membrane qui attache la partie inférieure de l'écaille est très brune dans son milieu. Je l'ai vu quelquefois rouge.

On trouve dans la substance des écailles, où l'on voit cette ligne, un canal long de 2 lignes ou 2 lignes $\frac{1}{2}$, qui a environ un quart de ligne de diametre. On peut introduire une petite épingle de cette grosseur, mais elle y entre plus facilement par la partie interne & inférieure que par la partie externe & supérieure de l'écaille. Ce canal va de haut en bas de cette écaille, ou de bas en haut, & obliquement de dehors en dedans; elle se continue d'une écaille dans l'autre successivement, depuis la tête jusqu'à la queue. Il y a, entre chaque écaille, un petit canal membraneux qui en fait la continuité.

Quel est l'usage de ce canal? c'est ce qu'il faudra chercher. Je ne sai si quelqu'un l'a donné; je ne l'ai trouvé décrit en aucun endroit.

Après avoir observé ce qu'il y a de singulier dans les parties externes de la Carpe, il faut venir aux parties internes.

Di-

* TAB. I. Fig. 1.

Division de la Carpe.

Je divise la Carpe en quatre parties, 1°. la tête, 2°. la poitrine, 3°. le bas-ventre, 4°. & la queue. La tête se prend depuis le museau jusqu'à l'extrémité des couvercles des ouïes, vis-à-vis desquelles se trouve la poitrine, car il n'y a point de cou entre la tête & le tronc de la Carpe; la poitrine est séparée du bas-ventre par le diaphragme, elle renferme seulement le cœur, & une partie considerable des reins; le bas-ventre contient les entrailles; la queue commence à l'anus, & est toute musculeuse. Je ne parlerai dans ce Mémoire que des parties du bas-ventre, & de la partie des reins qui est de la poitrine.

Abdomen.

L'abdomen ou le bas-ventre est, comme l'on sait, une cavité du corps, qui se prend depuis le diaphragme jusqu'à l'anus. Tous les Anatomistes savent de quelle maniere elle est formée dans l'homme & les animaux à quatre pieds, mais je ne connois personne qui l'ait examinée dans la Carpe. Ce poisson a la cavité du bas-ventre formée par les vertebres du dos, & par des muscles, qui sont tous differens de ceux de l'homme & des animaux à quatre pieds, comme nous le ferons voir en parlant des muscles; mais elle a outre cela des arrêtes en forme de côtes * *A*, il y en a 16 de chaque côté; on les voit dans ces figures † à travers le péritoine comme

* TAB. II. Fig. 1. † TAB. IV. & VI.

me une simple ligne; elles sortent de chaque vertébre, depuis le diaphragme jusqu'à l'anus où se termine le bas-ventre, comme en pointe de cône. Le dedans de l'abomen est revêtu du péritoine dans la Carpe, comme dans les autres animaux.

Anus.

L'anus, les Mariniers l'appellent *umbilic*, ou le fondement, a aussi ses singularités; voici ce qui paroît à l'extérieur, dans la Carpe. * Il ne consiste pas seulement dans une ouverture par où elle décharge les excrémens des boyaux, il comprend encore deux autres ouvertures; l'une donne passage aux œufs dans les femelles, & à la semence dans les mâles, lorsqu'ils s'en déchargent; & l'autre laisse passer l'urine de la vessie: de sorte que voilà trois conduits qui aboutissent à cet endroit. Le premier est l'extrémité du rectum, qui est proprement l'anus, il est le plus large des trois, il a environ deux lignes & demie, mais il peut s'élargir jusqu'à 5 ou 6 lignes.

Le second est l'extrémité des deux capsules qui envelopent les œufs, & qui se réunissent en un seul canal, dont l'extrémité n'a qu'une ligne de large, ou une ligne & demie, selon la grandeur des Carpes; elle peut beaucoup s'étendre: on peut donner le nom de *vulve* à cette ouverture.

Mais dans les mâles elle est plus étroite, c'est l'extrémité des deux membranes qui envelopent la laite; elle aboutit en cet endroit par

* TAB. II. Fig. 1. G.

par un canal qui a une ligne & demie de diametre.

Le troisieme est l'embouchure de la vessie, il a demi-ligne ou ¾ de ligne de largeur; & toutes ces ouvertures ne sont pas rondes, elles sont applaties les unes sur les autres, il n'y a que la 3e. qui est en quelque maniere ronde; elles sont séparées les unes des autres par des membranes qui n'ont pas un quart de ligne d'épaisseur.

Tout cela forme cette partie extérieure appellée *podex* par Rondelet: elle est en quelque maniere tiangulaire dans les Carpes laitées; mais elle l'est moins dans les Carpes uvées, & a environ 4 lignes de diametre jusqu'à 5 lignes. J'ai piqué cette partie dans les Carpes vives avec la pointe d'une aiguille, on n'y apperçoit aucun mouvement, & néanmoins elle s'est insensiblement retrécie de la moitié.

Estomac.

* L'estomac, où le ventricule, prend son origine du fond de la gorge, il passe à travers le centre du diaphragme, il a la figure d'un boyau qui a six pouces & quelques lignes de longueur, & s'étend suivant la longueur de l'abdomen; il a 4 lignes de diametre jusqu'à 5 lignes du côté du diaphragme, mais il diminue peu à peu, & n'a plus que 3 à 4 lignes à son extrémité du côté de l'anus, où il se replie pour former le premier boyau.

† Cet estomac ‡ est envelopé de tous côtés par

* TAB. II. *AA*. Fig. 2. & 3. TAB. III. *DE*. Fig. 1. & 3.
† Il faut lire l'Explication des Figures des Tables II. & III. ‡ TAB. III. *DE*.

par les boyaux & le foye, & sort de ce paquet, à 1 pouce, ou 1 pouce ½, de l'endroit où il se replie pour produire le premier boyau; c'est le repli le plus près de l'anus: il n'y avoit ni pilore, ni valvule à ce repli, comme j'en ai vu dans le brochet & d'autres poissons. Je n'ai trouvé aucune difference entre cet estomac & le premier boyau, qui commence à ce premier repli, à deux pouces de l'anus; on diroit à voir ce repli, que c'est l'estomac qui le forme.

Il y a quantité de rides longitudinales dans sa partie interne, & c'est ce qui m'a engagé de donner le nom d'estomac à cette partie, avec d'autant plus de raison, que je ne trouve point d'autre partie qui fasse cette fonction. [a] Il reçoit le canal cholidoque à 2 lignes du diaphragme; ce canal forme un mamelon à la partie interne de l'estomac, où l'on reconnoit son orifice.

Intestins.

[b] Le premier boyau remonte vers le diaphragme, il a trois pouces & demi de longueur, & 3 lignes de diametre.

[c] Le second boyau est formé par le repli du premier, il a environ 3 pouces de longueur, & 2 lignes ½ de diametre, il descend de haut en bas.

[d] Le troisieme boyau remonte de bas en haut, & a 2 lignes de diametre; il a 4 à 5 pou-

[a] TAB. II. Fig. 2. 1, 2. Tab. II. Fig. 2. 2. II. 2. Fig. 2. & 3.

[b] TAB. III. Fig. 1. E, 1.

[c] TAB. III. Fig. 1. E, 1. Tab.

[d] TAB. III. 2, 3. Fig. 1.

pouces de longueur, en y comprenant la courbure qu'il forme de droit à gauche vers le diaphragme, par laquelle il produit une espece d'anneau, avec une portion du 4me. boyau qui renferme une portion du foye.

[a] Le quatrieme boyau a 2 lignes de diametre, & 4 pouces ou 4 & ½ de longueur, en y comprenant la moité de l'anneau qu'il fait avec le boyau précédent, comme nous venons de le dire: il descend vers l'anus.

[b] Le cinquieme boyau a environ 4 pouces de longueur & 2 lignes de diametre, il remonte vers le diaphragme, à un pouce & demi duquel il se replie, pour former le boyau suivant.

[c] Le sixieme est le plus long de tous, il a six pouces, quelquefois plus, de longueur, & une ligne & demie de diametre ou 2 lignes, quelquefois trois à quatre lignes: il se termine à l'anus: il est envelopé en partie par les autres boyaux & le foye; dans les Carpes laitées, ce boyau est logé, pour la plus grande partie, [d] dans une gouticre pratiquée dans la laite.

Ces intestins n'ont point de mésentere, ils sont liés ensemble par les parties du foye qui se trouvent logées & attachées entre les espaces qu'ils laissent entre leurs circonvolutions. Les Figures 2 & 3 de la 2de Table représentent ces intestins séparés du foye.

Le

[a] Tab. II. 4. Fig. 2. Tab. III. 4, 4. Fig. 1.
[b] Tab. II. 5. Fig. 2. Tab. III. 5. Fig. 1.
[c] Tab. II. 6, 6. Fig. 2. Tab. III. 6, 6. Fig. 1.
[d] Tab. V. B. Fig. 2.

Le Foye.

* Le foye est divisé en plusieurs parties, & comme par appendices, qui ont peu d'épaisseur. Je viens de dire que ces parties du foye s'attachent aux boyaux, remplissent les espaces qu'ils laissent entre eux; il y en a qui passent par-dessus le boyau pour aller remplir d'autres espaces. Toutes ces liaisons du foye & des boyaux forment un paquet qui est aussi adhérant aux paquets des œufs, ou de la laite, mais très légerement.

Le foye est aussi long que le paquet des boyaux, & est aussi large auprès du diaphragme où il commence; il y a même un très petit lobe du foye, qui, quelquefois, se loge dans un enfoncement du diaphragme au-dessus du canal de la grosse vésicule aërienne, dont je parlerai ci-après.

Après cela le foye diminue peu à peu de largeur, & se termine en quelque maniere en pointe, en formant un cône très irrégulier; & de l'extrémité de ce cône, le rectum se continue jusqu'à l'anus de la longueur de 15 à 18 lignes.

Le foye est d'un rouge de chair musculeuse, il est different dans quelque carpes laitées, il est plus pâle, & aussi épais dans toute son étendue. Je l'ai trouvé dans d'autres Carpes laitées moins pâle & moins épais, & ses adhérences avec les intestins sont les mêmes que dans la Carpe uvée. Il est logé avec les boyaux entre les deux laites; il est encore bon de remarquer qu'il recouvre près de la moitié de la

* TAB. III, AAA, Fig. 1, & 2.

la grosse vésicule aërienne, avec laquelle il a une légere adhérence: il est fort étendu en cet endroit.

Il est recouvert à ses côtés par le paquet des œufs, il y est adhérent par des membranes très fines, aussi-bien qu'au péritoine.

Vésicule du Fiel.

* La vésicule du fiel se trouve enchassée dans le milieu de la partie principale du foye, tout du long de la partie supérieure de l'estomac. Il y a une couche de foye épaisse d'une ligne entre la vésicule & l'estomac; elle est attachée en cet endroit par quantité de vaisseaux sanguins & biliaires qui lui viennent du foye; il y a plusieurs de ces vaisseaux biliaires qui vont se terminer dans le canal cystique. J'en ai vu un principal qui s'y attache à 2 lignes de la vesicule †, & c'est ce qu'on peut appeller le *canal hépatique*; il a environ demi-ligne de diametre; il y en a quelquefois deux: j'ai vu aussi trois autres canaux biliaires se réunir en un point au même canal, au côté opposé de l'insertion du précédent.

Le canal cholidoque, & le canal cystique, ne font qu'un canal continu & de même diametre: ce canal a 2 lignes $\frac{1}{2}$ jusqu'à 3 lignes de longueur, quelquefois plus, & 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre; il s'insere à la partie supérieure de l'estomac, à 2 lignes de sa sortie du diaphragme, cette insertion est oblique; mais ce canal ne fait aucun trajet entre les membranes, il paroît seulement qu'il y fait un petit détour. Je n'ai pu introduire une sonde

* Tab. III. B. Fig. 2. † Tab. II. D. Fig. 4.

de très fine, par le mammelon qu'elle forme dans la partie interne de l'estomac; la bile en sortoit pourtant à la moindre pression que je faisois à la vésicule, & si l'on vuide la vésicule, & qu'on souffle dans l'ouverture du mammelon qui est très petite, l'air y entre & la gonfle.

La vésicule du fiel dans une Carpe de 18 pouces, tout compris, étoit longue de 15 lignes, & avoit 6 à 7 lignes de diametre; & dans une autre Carpe de 14 pouces, elle étoit longue d'un pouce, ayant 6 lignes de diametre.

La bile qu'elles contenoient, étoit verte & liquide; j'ai vu dans une autre Carpe, la bile un peu plus solide que du beurre, elle étoit grenée & verdâtre.

La Rate.

* La Rate est attachée au commencement de l'estomac, à 5 ou 6 lignes du diaphragme; elle se trouve située entre le paquet des boyaux, & la grosse vésicule aërienne vers le côté gauche; il y en a quelquefois une petite portion que l'on voit au côté gauche, lorsqu'on a enlevé les œufs ou la laite de ce côté-là: elle est longue de 3 ou 4 pouces, elle n'a quelquefois que 2 pouces ½ dans les Carpes de 13 à 14 pouces: sa partie principale est entre la partie supérieure de l'estomac & le foye: elle a plus de demi-pouce de largeur, & 2 lignes d'épaisseur, & pour-lors elle n'est point continue: ses parties infé-

rieures

* TAB. II. C. Fig. 4.

rieures ne tiennent ensemble que par des vaisseaux; mais je l'ai vue assez souvent en une seule piece, n'ayant que 2 pouces de longueur, 8 à 9 lignes de largeur, & 3 à 4 lignes d'épaisseur: cette partie varie très fort dans ses dimensions: elle est d'un rouge-foncé comme du sang caillé.

Les Oeufs.

* Les œufs de la Carpe forment deux paquets, un de chaque côté de l'abdomen, ils s'étendent depuis le diaphragme jusqu'à l'anus, ils couvrent de chaque côté le paquet formé par les intestins & le foye, & s'étendent entre ce paquet & la vessie aërienne qu'ils couvrent de part & d'autre, depuis la moitié de la grosse vésicule aërienne jusqu'à l'anus.

Ils sont revêtus d'une membrane très fine & transparente, qui forme une capsule qui envelope entierement les œufs, auxquels elle est très peu adhérente. Si l'on souffle dans cette capsule, elle se sépare facilement des œufs, & se gonfle beaucoup.

Les deux capsules se réunissent en un seul canal, qui se termine à la partie postérieure de l'anus. Cette capsule est adhérente au péritoine, & au paquet du foye & des boyaux, mais très légerement.

Les œufs qu'elle contient sont adhérens les uns aux autres, ils sont ronds, ou à peu près ronds, & ont demi-ligne jusqu'à deux tiers de ligne de diametre, ce qui est rare.

J'ai

* TAB II. *HH.* Fig. 1.

J'ai voulu voir combien il y avoit d'œufs dans une Carpe. J'ai pour cela mis dans une balance très fine, la quantité d'œufs qu'il falloit pour la pesanteur d'un grain, & j'ai trouvé qu'il en falloit 71 ou 72. Les deux paquets pesoient 8 onc. 2 gros qui font 4752 grains, qui multipliés par 72, font 342144 œufs, ou environ, que cette Carpe contenoit. C'est dans une Carpe de 18 pouces de longueur, compris la tête & la queue.

Dans une autre Carpe moins grosse, les deux paquets d'œufs ne pesoient que 7 onces 2 gros 42 grains, & ne contenoient que 303552, c'est dans une Carpe de 16 pouces; & dans une Carpe de 14 pouces, je n'ai trouvé que 6 onces 4 gros 42 grains, & ne contenoient que 262224 œufs, & les œufs de ces Carpes m'ont paru de la même grosseur. Il paroît par ces observations, que plus les Carpes sont grosses, plus elles contiennent d'œufs. Ce doit être une chose rare de rencontrer juste dans de pareilles opérations, & ce seroit peu de chose de ne se tromper que de quelques centaines.

Leuwenhoek, tome 1. p. 216, 217 & 218, ne donne aux Carpes que 211629 œufs, & quatre fois plus aux Morues; & à la page 188, il dit que la Morue en contient 9344000, & que les œufs d'un poisson d'un an sont aussi gros que ceux d'un poisson de 25 ans.

Tous ces œufs sont d'un jaune très léger, plus ou moins. Je les ai fait bouillir, ils sont devenus blancs; mais étant refroidis, ils se sont trouvés jaunes, quelques-uns orangés.

La Laite.

La laite que l'on nomme aussi *laitance*, est une partie dans les Carpes mâles, composée de deux corps blancs, très irréguliers : ce sont les testicules dans lesquels se filtre la semence ; ils sont presque aussi longs que la cavité du bas-ventre, le côté droit est quelquefois un peu plus long que le gauche, parce qu'il commence un peu plus près du diaphragme ; il recouvre par les côtés, le paquet des boyaux, la vessie aërienne & la vessie urinaire.

Je les ai vu quelquefois commencer tous deux au diaphragme, & cela se continue jusqu'à l'anus, où ils finissent par un canal entre le rectum & la vessie, comme je l'ai dit ci-dessus, le tout envelopé d'une membrane très fine. L'adhérence de cette membrane à toute la substance du testicule, fait croire qu'elle est attachée à des membranes encore plus fines qui traversent peut-être des vésicules. Lorsque la laite est coupée en travers, & pressée un peu avec les doigts, il s'échape une matiere blanche & épaisse comme de la bouillie, renfermée dans ces vésicules.

*Chaque corps blanc ou testicule, est composé de deux parties. La premiere & la plus considérable, qui prend son origine près le diaphragme *A*, *A*, *D*, est le corps du testicule ; il est uni & lisse à sa superficie. La seconde partie consiste dans les vésicules séminales qui sont près de l'anus *F*, *E*.

La

* Tab. VII. Fig. 2. & 3.

La premiere partie que j'ai appellée *le corps du testicule* *, est longue de près de 5 pouces dans une Carpe de 14 pouces, ayant 1 pouce 8 lignes de largeur près le diaphragme; elle diminue ensuite de largeur, quoique très irrégulierement, ensorte que près les vésicules séminales, elle n'a plus que 4 à 5 lignes, quelquefois plus.

Sa plus grande épaisseur est de 8 à 9 lignes, qui se trouve de même très irréguliere.

Toute cette partie est composée de lobes très differens entre eux en grosseur & en figure, qui sont une continuité de la partie principale du testicule; tous ces lobes tiennent entre eux, au moyen de la membrane dont le tout est envelopé.

Cette membrane envelope tout le testicule, & en particulier chaque lobe; elle ne peut se détacher facilement par le scalpel, & très difficilement par le souffle; elle est légerement adhérente au péritoine.

Le testicule gauche reçoit l'intestin rectum dans une espece de goutiere †, de la longueur de près de 3 pouces, & de la largeur de 2 lignes.

Canal déférent.

‡ Dans chaque testicule, il y a un interstice dans toute sa longueur, où se trouve une espece de canal qui contient une matiere blanche comme de la bouillie, qui est la semence. Si on le perce & qu'on le vuide de la matiere qu'il contient, on le gonfle en soufflant dedans, ce que l'on ne peut faire en

* TAB. VI. *A A*. Fig. 2. † *B*. Fig. 1. ‡ *B C*. Fig. 1.

en soufflant dans les autres endroits du testicule. Ce canal n'occupe pas ordinairement le même endroit dans chaque testicule dans le même sujet, car d'un côté le cours de ce canal est droit, & de l'autre il se détourne tantôt d'un côté & tantôt de l'autre; mais ce qui est toujours constant, c'est que ce canal aboutit à la seconde partie de la laite, & pour cette raison on peut l'appeller *canal déférent.*

Vésicules séminales.

* J'appelle cette seconde partie *vésicule séminale*, parce qu'elle paroît formée par de petites vésicules distinguées les unes des autres. Pour les voir avec facilité, il faut presser doucement avec le doigt ces vésicules en ramenant du côté de l'anus, & par ce moyen on en fait sortir par l'ouverture qui est au-dessous de l'anus la semence qu'elles contiennent *F*, *I*. Si après cela on souffle dans cette ouverture, on voit gonfler ces vésicules qui paroissent très distinctes les unes des autres à l'extérieur. Ces deux vésicules séminales se réunissent en un canal commun qui se termine au dehors comme l'anus, à la partie postérieure duquel il est situé, comme je l'ai dit. Il est long de 4 à 5 lignes, & n'a qu'une ligne & demie jusqu'à 2 lignes de diametre. Si on ouvre ce canal, on y voit l'ouverture de la vessie qui ne paroît pas toujours au dehors dans les Carpes laitées †.

* *F*, *E*. Fig. 2. *D*, *E*. Fig. 3.

† J'ai bien vu les vésicules séminales dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur. J'ai quelquefois trouvé un petit reservoir *K* Fig. 2. à la partie inférieure de ce canal.

Vessie aërienne.

On trouve dans la Carpe & dans plusieurs autres poissons, une vessie remplie d'air; je l'appelle pour cela *vessie aërienne*. C'est pour la même raison que quelques Auteurs * l'ont nommée *vesicula pneumatica*, d'autres *utriculus natatorius*, parce qu'il paroît que les poissons s'élevent plus ou moins facilement vers la superficie de l'eau, selon qu'elle se trouve plus ou moins remplie d'air.

† Elle est située entre les reins & les œufs ou la laite. Elle s'étend depuis le diaphragme jusqu'à la vessie urinaire.

Elle est attachée légerement par des fibres & des vaisseaux à toutes les parties qui la touchent, mais elle tient très fort à la base d'un petit os que j'appelle *mitral*, à cause de sa figure qui représente la partie antérieure d'une mitre ‡. La partie supérieure de la membrane externe de cette vessie est attachée si fortement à cet os, qu'on ne peut la séparer sans la couper ou la déchirer; il y a même quelques-unes des fibres de cette membrane qui sont continues avec le diaphragme.

‡ Cette vessie est composée de deux vésicules. La premiere est la plus grosse, & la plus près du diaphragme. Elle a 3 pouces ou environ de longueur, & 18 à 20 lignes de

* *Blasius p.* 262. † TAB. IV. Fig. 1. *AA*.

‡ Je ne l'ai trouvée attachée qu'à la partie inferieure de l'os mitral dans un Carpillon de 9 pouces 6 lignes de longueur, tout compris; il y avoit quelques fibres du diaphragme qui passoient dans la vésicule à côté de l'os mitral. ‡ TAB. IV. Fig. 3. *A*.

de diametre à l'endroit où elle a le plus de grosseur ; elle forme une espece d'ovale.

* La seconde vésicule qui est plus petite que la précédente, est 2 à 3 lignes plus longue que la premiere, mais elle n'a que 12 lignes ou environ de diametre dans l'endroit où elle a le plus de grosseur.

Chacune de ces vésicules a deux membranes, une externe & une interne. La premiere, qui est tendineuse & forte, est double, ce que l'on connoit très bien en la déchirant, principalement lorsqu'elle a été macérée dans l'eau. On voit que chacune des deux lames qui la composent a des fibres dont la direction est differente. Les fibres de la lame extérieure sont plus obliques que celles de l'intérieure.

La seconde membrane est très fine, malgré cela on reconnoit par la macération qu'elle est double ; elle renferme dans sa duplicature un muscle dont les fibres sont transverses, † & occupent toute la longueur de la vésicule, peu s'en faut, & environ le tiers de sa circonférence. Les fibres inférieures se croisent à angles droits, avec d'autres fibres charnues qui sont à la partie inférieure de la vésicule.

La seconde vésicule a les mêmes membranes, mais les externes sont plus fines que celles de la premiere vésicule ‡. Elle a deux plans de fibres charnues & transverses, un de chaque côté, qui regnent dans toute la longueur de la vésicule, mais chaque plan n'en occupe qu'environ le quart de la circonférence.

Les

* TAB. IV. Fig. 3. B. † Fig. 4. CC. ‡ Fig. 3. F. I. L.

N 4

[a] Les deux véficules communiquent de l'une en l'autre par un petit canal qui a une ligne ou une ligne & demie de diametre, felon qu'il eft plus ou moins allongé. Il a deux tiers de ligne de longueur, pour l'ordinaire. Il n'y a point de valvule, l'air paffe librement de l'une en l'autre véficule. Il eft garni des mêmes fibres charnues tranfverfes & longitudinales que l'on voit à la partie inférieure de la premiere véficule, qui fervent à retrécir & à raccourcir ce canal felon la néceffité. [b] Il fort de la partie fupérieure & antérieure de la petite véficule un autre canal qui s'attache tout du long de la partie antérieure de la 1re véficule, remonte jufqu'au diaphragme [c], qu'il perce en fe repliant fur lui-même, & gagne le fond de la gorge qu'il va percer à fa partie poftérieure [d]; il eft long de 3 pouces ou 3 pouces $\frac{1}{2}$. Il a deux fortes de diametre: il eft gros d'une ligne ou $\frac{2}{3}$ de ligne à fon origine près la petite véficule de la longueur de 3 à 4 lignes [e], après quoi il diminue de groffeur, & n'a plus qu'un tiers de ligne ou demi-ligne de diametre [f], jufqu'à ce qu'il foit près du diaphragme [g]. La membrane qui le forme n'a peut-être pas $\frac{1}{20}$ de ligne d'épaiffeur, mais cette épaiffeur augmente, lorfqu'il eft près du diaphragme [h]: ce canal a pour-lors une ligne, jufqu'à une ligne & demie de diametre, dur & reffemblant à un ganglion du nerf intercoftal; il fe re-

[a] TAB. IV. O. Fig. 2. [b] Fig. 2. KI, HM. [c] Fig. 3. EDF. [d] TAB. V. Fig. 4. C. [e] TAB. IV. 1. Fig. 2. [f] Fig. 2. H. [g] Fig. 3. D. [h] Fig. 2. M. Fig. 3. F.

replie sur lui-même. Sa cavité n'en est pas pour cela plus grande que celle du reste du canal; il n'y en a même qu'autant qu'une sonde d'un tiers de ligne ou demi-ligne est capable de le dilater, car une sonde de ¾ de ligne ne peut y entrer. Hors cela je ne crois pas qu'il y ait de cavité, à cause de la contraction de toutes les fibres qui le resserrent; & encore si on introduit cette sonde par le fond de la gorge, elle ne peut faire 2 ou 3 lignes de chemin, à cause des valvules qui se trouvent en cet endroit, & que l'on découvre lorsqu'on a ouvert le canal. L'on en trouve pour l'ordinaire deux, quelquefois trois, qui se suivent, & sont semblables à celles que l'on trouve dans les veines. Leur cavité se trouve du côté de la gorge; elles sont si petites, que quelquefois on ne peut venir à bout de les découvrir. J'ai fait ce que j'ai pu pour pousser de l'air par cet endroit dans les vésicules que j'avois à moitié vuidées, mais l'air n'y a pu passer; cependant l'air se vuide par cet endroit en pressant les vésicules, qui se flétrissent à proportion de l'évacuation de l'air. J'ai même voulu m'en assurer d'une autre maniere. J'ai mis l'orifice de ce canal dans l'eau, j'ai pressé les vésicules, l'air qui en sortoit formoit des bulles dans l'eau. Si l'on ouvre ce canal dans l'endroit où il est le plus étroit, c'est-à-dire, au-delà des valvules, & qu'on souffle; l'air s'introduit dans les vésicules; tout cela marque encore qu'il n'y a point de valvule à sa sortie de la vésicule.

Il ne faut pas oublier des ramifications de vaisseaux que l'on voit sur la petite vésicule,

Je n'en ai point vu de pareilles sur la grosse vésicule.

Les Reins.

* Les reins des poissons écailleux sont d'une substance & d'une structure si particuliere, que Rondelet y a été trompé. Il ne donne ni reins ni vessie aux poissons écailleux & cartilagineux, il n'y a, dit-il, que ceux qui respirent qui en ont. Il y a des Auteurs qui ont découvert ces parties dans quelques poissons, mais je n'en connois aucun qui ait décrit les reins de la Carpe. Ceux qui en ont parlé n'en ont dit que très peu de choses, & en ont donné de très mauvaises Figures. En voici la description.

Les reins sont rouge-brun, molasses, semblables en quelque maniere à du sang caillé; ils occupent la plus grande partie de la poitrine, & de là s'étendent dans toute la longueur du bas-ventre jusqu'à la vessie.

† La partie des reins qui est dans la poitrine est très considerable par sa grosseur, elle couvre presque entierement le diaphragme, & environne la plus grande partie du cœur; les deux parties qui la composent, se réunissent en cet endroit ‡ & sur l'os mitral où elles se retrécissent tout d'un coup, passent

* TAB. V. Fig. 1. *DD*, *FFF*, *GG*. † Fig. 1. & 3. *DD*.

‡ Il paroît d'abord que cette partie des reins est à nud dans la poitrine; mais si l'on y prend bien garde, elle est revêtue d'une membrane fine & transparente qui forme le médiastin: on voit pourtant qu'ils sont adhérens à un muscle large d'un pouce ou environ, qui prend son origine de la partie antérieure interne de l'os où est attachée la nageoire, & va s'insérer à la premiere côte.

sent dans un trou de 3 lignes de longueur ou environ *, & d'une ligne ½ de largeur, formé par l'union de l'os mitral † avec la troisieme vertebre de l'épine, & entrent dans le basventre. Avant de passer outre, il est bon de décrire cet os. Il est ‡ triangulaire & mince, convexe du côté du bas-ventre, un peu concave du côté de la poitrine, les deux côtés de la base sont un peu arrondis, l'angle qui le termine est surmonté d'un petit bouton cartilagineux, les deux angles de la base sont allongés & sont continus à la troisieme vertebre, avec laquelle ils ne forment qu'un seul os, en laissant une ouverture entre eux; cet os mitral est partagé dans sa longueur en deux parties qui s'unissent par symphyse. J'ai déja dit que je l'appelle *mitral*, parce qu'il ressemble assez bien à la partie antérieure d'une Mitre.

‖ Les reins passent, comme je l'ai dit, dans l'ouverture qui se trouve entre cet os mitral & la vertebre, & entrent dans l'abdomen, où peu à peu ils s'élargissent & forment dans le milieu de cette cavité, § deux corps très irréguliers, un de chaque côté, qui sont comme les parties principales des reins; elles sont plus considerables par leur grosseur que celles de la poitrine; elles sont aussi très irrégulieres, & plus aisées à représenter qu'à décrire. Le corps qui est du côté gauche est ordinairement plus grand que l'autre, c'est-à-dire, plus gros & plus long; ils s'étendent l'un

* Tab. V. Fig. 5. H. † Fig. 1. E. ‡ Fig. 5. & 6. H. ‖ Fig. 5. M. § Fig. 4. G G.

l'un & l'autre fort avant sur le péritoine, auquel ils sont adhérens, aussi-bien qu'aux ovaires ou à la laite; ils se grossissent en bosse triangulaire, & sont logés entre les deux vésicules aëriennes dont ils remplissent l'espace qu'elles laissent entre elles, * ce qui leur donne cette figure, après quoi ces reins se retrécissent peu à peu, & se coulent entre les deux ureteres † qu'ils accompagnent jusqu'à la vessie.

On ne trouve aucune cavité que celle des ureteres, dans pas une des parties des reins que nous venons de décrire. L'urine passe immédiatement de la substance des reins dans les ureteres, par le moyen des vaisseaux excrétoires ‡ qui s'y rendent.

⸸ Les ureteres sont, comme l'on sait, des canaux qui transportent l'urine des reins dans la vessie; ils sont dans la Carpe cachés en partie dans la substance des reins, & principalement dans la partie qui est renfermée dans la poitrine. Je le suppose ainsi, car il n'a pas été possible d'y découvrir aucun canal, avec une bonne loupe, & l'on n'a commencé à découvrir les ureteres qu'à quelques lignes de distance du diaphragme dans le bas-ventre, & plus près au côté gauche qu'au côté droit, après quoi ces canaux se trouvent à découvert, & se replongent dans la substance épaisse qui est entre les vésicules aëriennes; puis ils reparoissent à découvert au-dessous de cette partie jusqu'à la vessie uri-

* TAB. IV. Fig. 1. *CC.* † TAB. V. Fig. 1.
‡ Fig. 2. ⸸ Fig. 1. & 2. *HHH.*

urinaire, qu'ils percent à la partie poſtérieure de ſon fond où ils ſe trouvent tout près l'un de l'autre, comme on le voit dans la Figure 4. Ils ne font aucun chemin entre les membranes de cette veſſie, ſuppoſé qu'elle en ait pluſieurs. On voit l'uretere d'un rein diſſéqué, dans la ſeconde Figure, avec les vaiſſeaux excrétoires qui s'y rendent, & y tranſportent l'urine.

* La veſſie urinaire eſt une capſule oblongue arrondie, & qui étant gonflée, reſſemble à une petite cucurbite renverſée, dont l'embouchure eſt très étroite; elle a 10 à 11 lignes de longueur, 3 lignes ou 3 lignes ½ de diametre, & comme je l'ai dit, demi-ligne ou ¼ de ligne à ſon embouchure; elle ne paroît compoſée que d'une ſeule membrane qui eſt fort fine. Cette veſſie n'a point d'uretre, ſon embouchure eſt tout près de celle du rectum à ſa partie poſtérieure de l'anus dans les Carpes uvées; mais dans les Carpes laitées, on ne la découvre point au dehors, on la trouve dans le canal commun des véſicules ſéminales.

EXPLICATION DES FIGURES.

TABLE I.

La premiere Figure repréſente au naturel une Carpe uvée.

La ſeconde Figure repréſente trois écailles dans leur grandeur naturelle, d'une Carpe de 16

* Tab. V. Fig. 1. & Fig. 4.

16 à 17 pouces de longueur, tout compris.

La premiere écaille marquée *A*, *B*, *E*, *C*, laisse voir sa partie brune & radiée *BEC*, c'est cette partie qui paroit au dehors. *D*, est la partie polie & transparente de la même écaille, qui est recouverte supérieurement & latéralement par trois autres écailles; comme on le voit dans la Fig. 3.

Les rayons de la partie brune de l'écaille tendent au point *D*, comme à un centre.

Il y a aussi des rayons sur la partie supérieure *ABC* de cette écaille, qui tendent au point *D*, comme à un centre; on ne les voit qu'obscurément.

F, *G*, est une des écailles percées, vue en dessus, pour faire voir où commence le canal: on y a représenté une épingle dedans, pour le rendre plus sensible.

H, *I*, est la même écaille, vue en dessous, pour faire voir où finit ce canal, afin qu'en comparant ces deux écailles, on puisse connoitre la longueur du canal dans chaque écaille.

La troisieme Figure représente des écailles d'une Carpe de 16 à 17 pouces, dans leur situation & grandeur naturelle. On en a représenté une en blanc, afin de faire voir de quelle maniere elle est recouverte par les autres.

TABLE II.

La premiere Figure représente une Carpe dont on a coupé les côtés du bas-ventre,

pour

pour faire voir la situation des parties qui se présentent d'abord à la vue.

A A, la tête.

C, le cœur.

D, l'aorte tournée de maniere à faire voir sa dilatation au sortir du cœur.

E E E, représentent les intestins engagés dans la substance du foye, *F F F F*.

G, l'anus, qui comprend trois ouvertures; la premiere ou supérieure, est celle du rectum; la seconde, celle des ovaires dans les femelles, ou des laites dans les mâles; la troisieme, est celle de la vessie urinaire.

H H, les ovaires.

K K, la queue.

L L, sont les nageoires supérieures.

O O, représentent la coupe du diaphragme.

La seconde Figure représente les intestins débarassés du foye.

A A, l'estomac.

B, la vésicule du fiel.

C, la rate, dans sa situation naturelle.

1, 1, le premier intestin.

2, 2, le second intestin.

3, 3, le troisieme intestin, on n'y a pas bien observé les diametres.

4, 4, le quatrieme intestin.

5, le cinquieme intestin.

6, 6, le sixieme intestin ou rectum.

La troisieme Figure représente l'estomac, & la vésicule du fiel.

A A, l'eſtomac.
B, la véſicule du fiel.
C, le canal cholidoque.
D, un canal hépatique.
E, le canal cyſtique.

TABLE III.

La premiere Figure repréſente les entrailles & le foye, tirés de l'abdomen, & vus du côté gauche; & la ſeconde, les mêmes entrailles, vues du côté droit.

A A, &c. le foye qui lie & embraſſe les inteſtins.
B, une portion du foye qui paſſe par-deſſus l'extrémité du ſecond inteſtin, & le cache.
C C, deux portions de la rate qui paroiſſent enchaſſées dans le foye.
D, l'orifice de l'eſtomac.
E, l'extrémité de l'eſtomac du côté de l'anus.
1, le premier inteſtin.
2, le ſecond.
3, 3, 3, le troiſieme.
3, 3, 4, circuit formé par le troiſieme & le quatrieme inteſtin.
4, 4, le quatrieme.
5, le cinquieme.
6, 6, le ſixieme, qui eſt le rectum.

La ſeconde Figure.

A A, &c. le foye.
B, la véſicule du fiel enchaſſée dans la ſubſtance du foye.
C C, &c. les circonvolutions des inteſtins.

D,

D, l'orifice de l'estomac.

E, l'extrémité inférieure de l'estomac.

F, l'anus.

TABLE IV.

La premiere Figure représente la vessie aërienne en situation, son canal, une portion de reins, &c.

A A, les deux vésicules aëriennes.

B, le canal de la vésicule inférieure, qui va percer le diaphragme audessous de la gorge, pour entrer dans la poitrine, & s'ouvrir au fond de la gorge.

C C, deux portions considerables de reins, qui garnissent l'entre-deux des vésicules.

D, une portion de l'estomac renversée en-haut, pour laisser voir l'extrémité du canal de la vésicule aërienne, qui passe par-dessous.

E, le diaphragme percé de trois trous pour le passage d'autant de veines, qui vont se jetter dans le sac qui décharge le sang de l'oreillette.

F F, les ureteres.

G, la vessie urinaire.

La seconde Figure représente les deux vésicules aëriennes, vues du côté droit, le canal de communication, &c.

F F, les vésicules supérieure & inférieure.

H, le canal de la vésicule inférieure qui va s'ouvrir au fond de la gorge.

I,

I, ſa dilatation à ſa naiſſance *K*, où l'on voit quelques tortuoſités.

L, une portion du fond de la gorge.

M, marque la groſſeur du canal *H*, à ſon extrémité ſupérieure où il eſt tortueux.

O, le canal de communication entre les deux véſicules.

La troiſieme Figure repréſente les deux véſicules avec leurs fibres charnues, dévelopées par la macération.

AA, la véſicule ſupérieure.

B, la véſicule inférieure.

CC, un plan conſiderable de fibres charnues tranſverſales, qui couvre la plus grande partie de la face antérieure de la véſicule ſupérieure *AA*: il n'y en a point à la face poſtérieure.

D, le canal de la véſicule inférieure.

E, ſon origine, où il eſt fort gros, charnu & tortueux.

F, la groſſeur qu'on y remarque à ſon extrémité ſupérieure, où il eſt charnu.

G, l'ouverture de ce canal au fond de la gorge.

H, le fond de la gorge ouvert.

II, deux plans de fibres charnues très-étroits, qui couvrent de part & d'autre les côtés de la véſicule inférieure *B*: ces fibres ſont tranſverſales.

LL, des fibres charnues qui ſont radiées autour de la baſe de la véſicule

ſu-

supérieure, & de son insertion avec l'inférieure; ces fibres se croisent avec les transversales inférieures *CC*.

TABLE V.

La premiere Figure représente la poitrine & le bas-ventre d'une Carpe, dont on a enlevé les vésicules aëriennes, pour faire voir les reins en situation.

AA, le tronc de la Carpe, la tête & la queue coupées.

BB, &c. le bas-ventre.

CCC, l'étendue de la poitrine, où l'on voit le cœur & l'aorte, tels qu'ils sont représentés dans la premiere Figure de la II. Table; le cœur paroît dans cette Figure, Table V. repoussé en-haut, pour laisser voir la partie postérieure des dents mobiles, que le cœur couvre dans l'état naturel; elles ne paroissent ici qu'au travers d'une substance charnue qui les recouvre, & qui en dérobe la véritable figure; elles seront décrites dans le second Mémoire.

DD, deux portions considerables de reins qui occupent une grande partie de la poitrine, & qui se réunissant passent au-dessous de l'os mitral *E*, par une ouverture assez large qui est à cét os, telle qu'on la voit en *H*, Fig. 5 & 6.

EFF,

FFF, la continuité des reins dans presque toute la longueur du bas-ventre.

GG, les deux portions les plus considerables des reins qui s'enchassent dans l'entre-deux des vésicules aëriennes, comme on le voit dans la premiere Figure de la IV. Table, *CC*.

HHH, les ureteres de part & d'autre.

I, un gros vaisseau sanguin qui passe avec les reins sous l'os mitral, & qui divise les reins en deux jusques vers leur milieu, où il passe par-dessous, & disparoît.

K, la vessie urinaire.

La seconde Figure représente un rein décharné, pour faire voir l'uretere dans toute la longueur du rein, & les vaisseaux excrétoires qui y déchargent l'urine.

La troisieme Figure représente les deux portions du rein *DD*, qui sont dans la poitrine, écartées pour en faire voir la grosseur, & leur continuation par-dessous l'os mitral *E*.

La quatrieme Figure représente la vessie ouverte, pour faire voir l'insertion des ureteres.

La cinquieme Figure représente l'os mitral, vu par sa face du côté du bas-ventre; il tient à la troisieme vertebre, dont il n'est qu'une apophyse; c'est à cette apophyse que s'attache la vésicule aërienne supérieure.

AA, deux cornes ou apophyses appartenant à la même vertebre; c'est

à

à ces cornes que s'attache le diaphragme, & ce sont elles qui terminent la poitrine, & la séparent du bas-ventre.

B, l'apophyse épineuse de la même vertebre.

CC, l'os mitral,

H, l'ouverture par où passent les reins.

La sixieme Figure représente la même vertebre vue par sa face du côté de la poitrine, & sur-tout l'os mitral qui est un peu concave de ce côté-là.

TABLE VI.

La premiere Figure représente le fond de la gorge avec les dents immobiles, pour faire voir l'endroit de l'insertion du canal de la vésicule aërienne.

A, une portion de l'estomac, vu par sa partie postérieure.

BCBD, le fond de la gorge.

C, l'insertion du canal de la petite vésicule aërienne.

D, les dents immobiles de la Carpe.

E, une très petite portion des ouïes.

La seconde Figure représente le testicule gauche d'une Carpe laitée, vu en dessus.

AA, la laite.

B, une sinuosité assez profonde, dans laquelle est enchassé le dernier intestin ou rectum.

C, le canal déférent de la laite du côté droit.

D, une portion de la laite du côté droit.

F,

E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, la véſicule ſéminale du côté droit.
I, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.
K, la réunion des deux véſicules, qui forme quelquefois une maniere de bourſe ou reſervoir.

La troiſiéme Figure repréſente une partie de la laite du côté droit, vûe par-deſſous.

A A, une portion de la laite du côté droit.
B, en eſt le canal déférent.
C, le canal déférent de la laite du côté gauche.
D, la véſicule ſéminale du côté droit.
E, la véſicule ſéminale du côté gauche.
F, l'ouverture commune des deux véſicules ſéminales.

METHODE PRATIQUE

De tracer ſur Terre un Parallele par un degré de latitude donné;

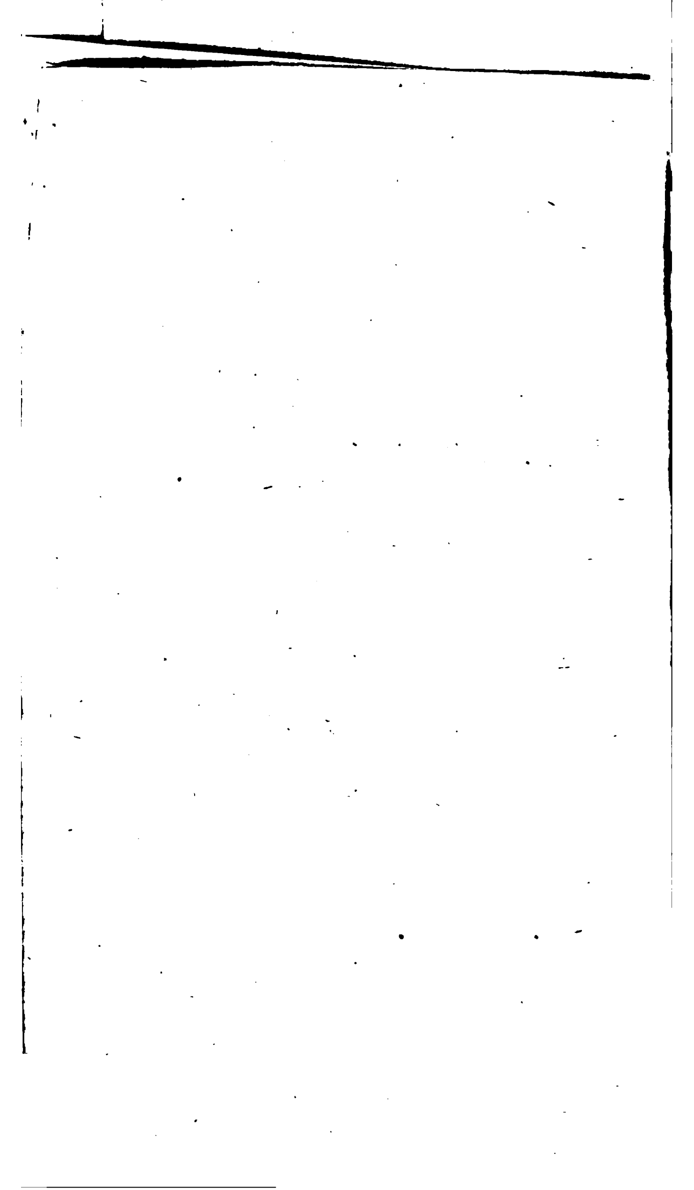
Et du rapport du même Parallele dans le Sphéroïde oblong, & dans le Sphéroïde applati.

Par M. GODIN. *

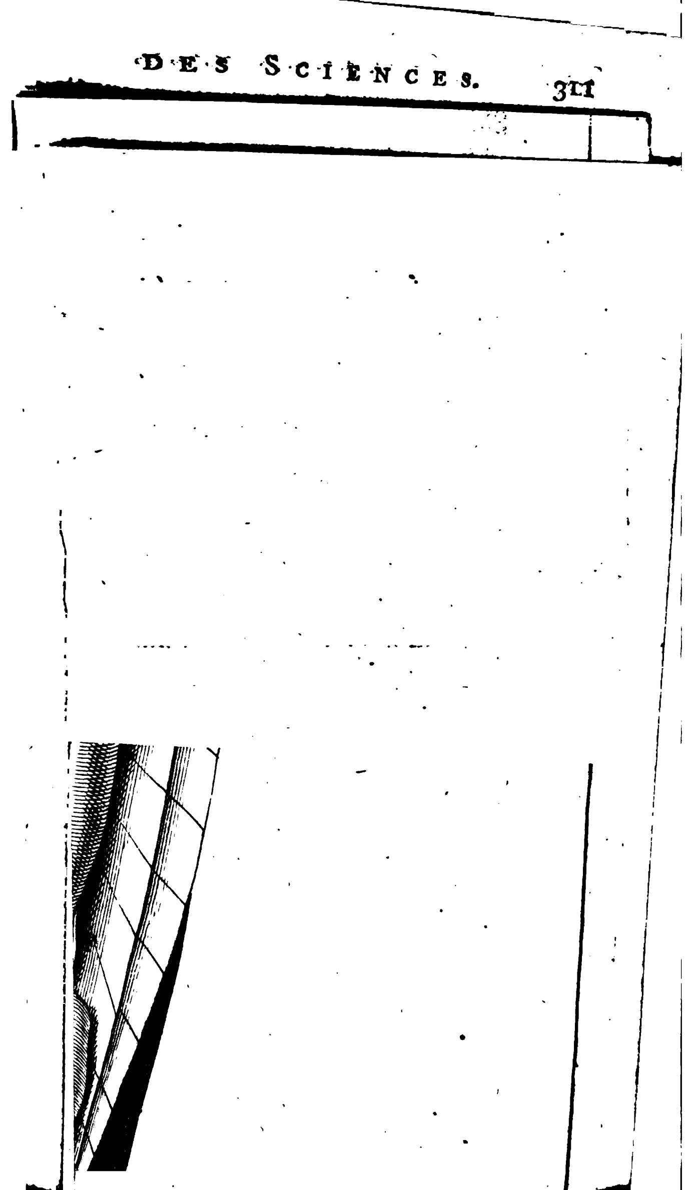
UN Parallele à l'Equateur terreſtre eſt un Cercle qui paſſe par tous les points de la ſurface de la Terre qui ont une latitude la mê-

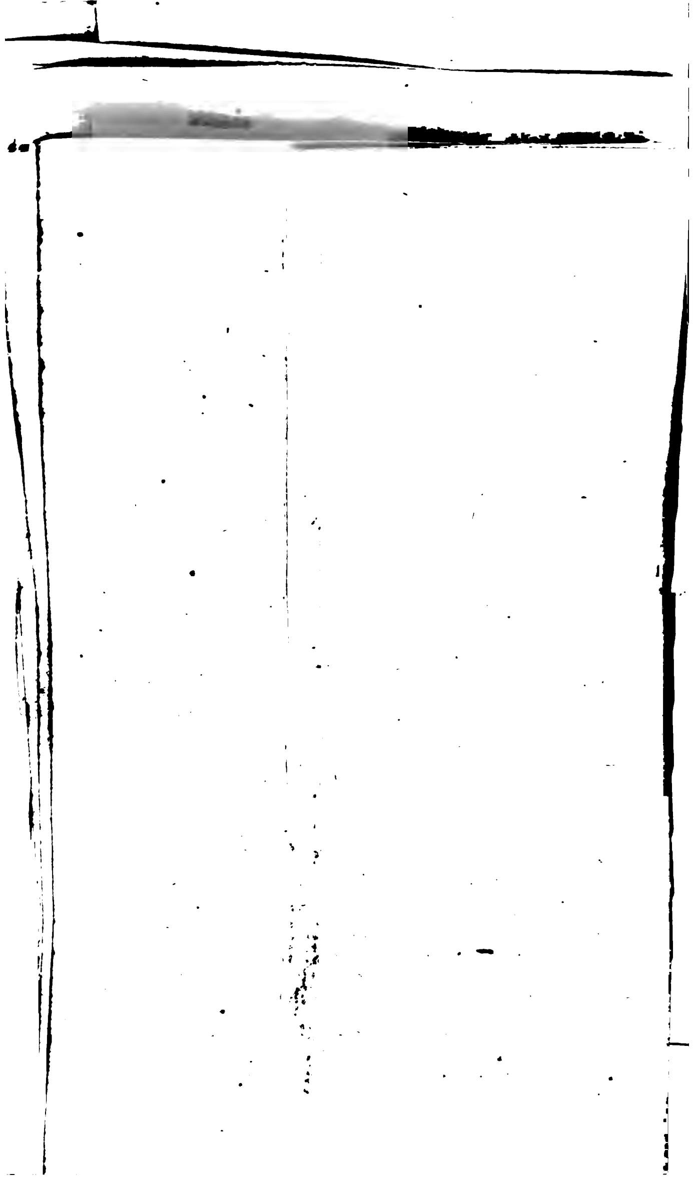
* 20 Juin 1733.

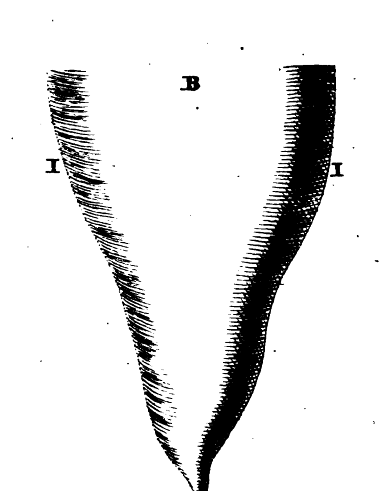


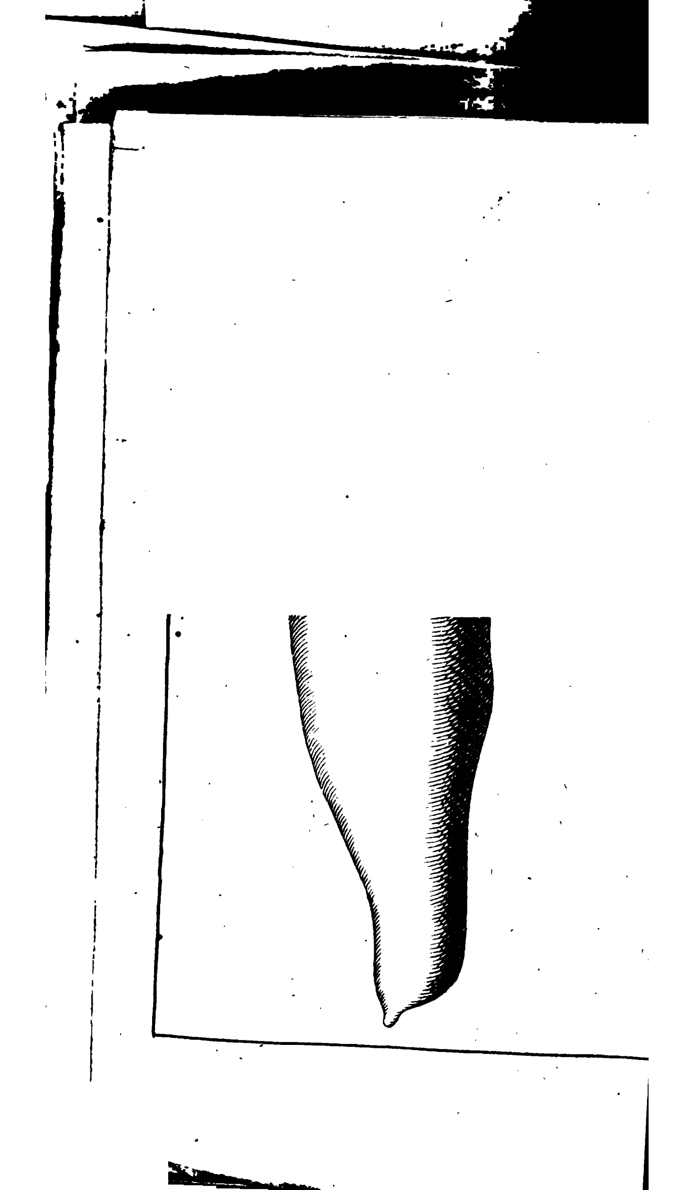



E
C
F






B
I
I



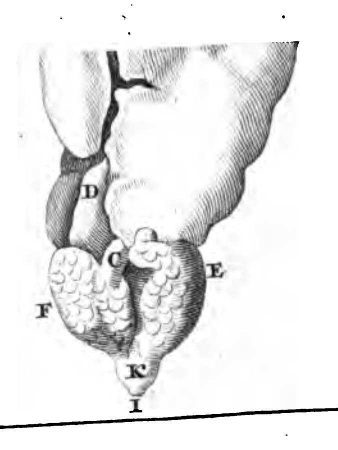
même & de même dénomination. Il est plus
difficile de tracer un Parallele qu'un Meri-

même & de même dénomination. Il est plus difficile de tracer un Parallele qu'un Méri-



Fig. 5.

ême & de même dénomination. Il est plus
ifficile de tracer un Paral le qu'un Méri-



même & de même dénomination. Il est plus difficile de tracer un Parallele qu'un Méridien; celui-ci étant un grand cercle, sa projection sur la surface de la Terre, qui est le Méridien terrestre, est toujours dans un même plan vertical, & par conséquent dans un même rayon visuel prolongé Nord & Sud. Un Parallele, au contraire, étant un petit cercle, tous ses points sont dans des verticaux differens; & de tous les paralleles, il n'y a que l'Equateur qui étant un grand cercle, est vu en ligne droite, & toujours dans le même plan vertical, ce qui est une propriété des grands cercles seulement.

Pour tracer effectivement sur terre un Parallele, je ne vois pas de méthode plus sure, que de le tracer par points, & en tâtonnant; & je ne crois pas qu'on puisse le faire plus exactement, & avec moins d'embarras, qu'en observant de distance en distance, des latitudes égales, puisque le Parallele doit passer par tous les points d'une égale latitude, par rapport au même pole: mais parce que l'on pourroit croire, & que je crois en effet, que la latitude d'un lieu terrestre n'est pas si aisée à bien observer qu'elle le paroît d'abord, je pense que cela mérite quelque discussion.

Pour observer la latitude d'un lieu, on prend la hauteur méridienne du Soleil, ou d'une Etoile fixe, & corrigeant cette hauteur par la réfraction, on applique à la hauteur corrigée, la déclinaison de l'Astre, d'où l'on tire la hauteur de l'Equateur, & la latitude du lieu qui en est le complément; mais il est évident que cette opération est sujette

à beaucoup de doutes: il faut que l'inſtrument avec lequel on obſerve ſoit exact, ou qu'on en connoiſſe l'erreur: cependant on ſe contente de chercher par le renverſement, de combien l'inſtrument hauſſe ou baiſſe en général, c'eſt-à-dire en ſuppoſant la diviſion du limbe abſolument exacte; ce qu'il n'eſt pas raiſonnable d'eſpérer.

2°. On ſuppoſe qu'une Table des réfractions, conſtruite pour un certain lieu, eſt générale, ou du moins convient à une grande étendue de pays; ce qui eſt faux, & cela peut aller à des differences aſſez grandes.

3°. La déclinaiſon de ces Aſtres n'eſt pas encore aſſez ſurement connue pour pouvoir s'y fier; pour s'en convaincre, il n'y a qu'à conſulter les Tables des déclinaiſons des Etoiles fixes que nous ont données les Aſtronomes modernes les plus exacts, Mrs. de la Hire, Maraldi & Flamſted, on y trouvera des differences de 30, 40, 50, & 60 ſecondes, même dans les plus belles Etoiles: mais c'eſt ce que j'examine plus au long dans un Mémoire que j'ai fait à deſſein de rendre compte à l'Académie, d'une Deſcription du Zodiaque à laquelle je travaille depuis près de deux ans.

Il y a donc, par toutes ces conſiderations, de quoi ſe tromper dans la latitude d'un lieu, & ſi les erreurs ne ſe compenſent pas l'une l'autre, leur ſomme pourra donner une latitude de beaucoup trop grande, ou trop petite, comme il eſt, ſans doute, arrivé fort ſouvent dans les latitudes des Villes que nous connoiſſons.

Si

Si l'on se sert des Observations du Soleil, les mêmes causes influent, parce que sa déclinaison n'est gueres mieux connue, & qu'elle est fondée sur l'obliquité de l'Ecliptique, supposée fixe, quoiqu'apparemment elle ne le soit pas, & qu'elle soit même moindre qu'on ne l'a cru jusqu'à présent.

Ajoutons encore qu'il faut prendre les Astres à leur passage par le Méridien, & par conséquent que l'instrument dont on se sert y soit dirigé; ce qui n'est pas sans difficulté.

Ce sont ces raisons qui me persuadent qu'il est plus aisé de s'assurer de la difference en longitude d'un lieu à un autre sur terre, que de la latitude de chacun de ces lieux. Les Eclipses de Lune, celles des Satellites de Jupiter, celles enfin des Etoiles fixes par les Planetes supérieures, sont des signaux précis & instantanés pour tous ceux qui les apperçoivent; il ne faut que des Lunettes semblables, ou dont on ait une fois déterminé la difference, qui ne varie point, & une Pendule bien réglée, ce qu'il est possible d'avoir, outre quelques méthodes particulieres qui peuvent devenir fort exactes, & qui serviroient très bien dans les petites distances.

Mais il n'en est pas de même, lorsqu'il ne s'agit que de tracer un Parallele, ou de décrire sur terre la courbe dont tous les points sont à une même latitude: ici toutes les difficultés, toutes les sources d'erreurs s'évanouissent; pour éviter les réfractions, il suffit de prendre une Etoile qui passe par le Zénith, ou qui n'en passe pas loin. Par-là on évite encore l'erreur de la division de l'in-

l'instrument, & c'est à quoi il faut faire attention, car si l'on choisit une Etoile qui soit peu éloignée du Zénith en l'observant un jour par un Quart-de-cercle tourné à l'Orient, & le lendemain par le même Quart-de-cercle tourné à l'Occident, on aura en même tems ce que l'on appelle dans la pratique de l'Astronomie, la vérification de l'instrument au Zénith qui déterminera sa hauteur précise, & d'autant plus précise, que l'erreur, s'il y en a, sera plus sensible, parce qu'elle sera doublée.

De plus il n'est pas ici question de la déclinaison de l'Etoile; si je parts de Paris après m'être assuré par diverses observations faites avec le même instrument, que la Chevre qui est une Etoile qui se voit à toutes les heures du jour, & que l'on observe au Méridien dans le tems même que le Soleil y passe, est à Paris à 87° de hauteur sur l'horizon, il suffit qu'à toutes les stations que je ferai pour trouver un point du Parallele, le même instrument me donne la même hauteur: si la Lunette se dérange dans le transport, l'observation me fera connoitre la quantité de ce dérangement, ainsi je n'ai à craindre ni réfractions, ni déclinaison, ni erreur de l'instrument; il n'y a tout au plus que le mouvement de l'Etoile en déclinaison pendant l'intervalle des observations qui pourra changer sa hauteur; & c'est une chose qu'il est aisé de connoitre jusqu'à une précision plus grande que l'instrument même ne la peut donner.

Mais comme je prétends parler ici d'une Mé-

Méthode praticable en toute rigueur, je réponds d'avance à une objection qu'on me fera, tirée de l'incertitude de l'estime sur la division du limbe d'un Quart-de-cercle: il est aisé en effet d'y satisfaire, & cela en deux manieres. 1°. En se servant d'un Quart-de-cercle, à la Lunette duquel on aura adapté un Micrometre, machine excellente en Astronomie, & dont on s'est servi trop tard ou trop peu. Si donc on joint le Micrometre au Quart-de-cercle, on fera battre le filet sur un point précis de la division du limbe qui donnera des minutes entieres, & les secondes, s'il y en a, seront prises avec le Micrometre; mais si l'on n'a pas la commodité d'ajuster un Micrometre au Quart-de-cercle, le Réticule à angles de 45 degrés fera le même office. C'est une méthode exacte, & en même tems si simple, que je m'étonne de ne l'avoir vu indiquée nulle part: si ce n'est qu'on a jusqu'à présent presque entierement négligé d'instruire les autres des méthodes d'observer, qu'on s'est contenté de donner pour la théorie grand nombre de Méthodes géométriques fort ingénieuses, & la plupart de fort peu d'usage, & qu'on a négligé ce qui peut essentiellement profiter à l'Astronomie, je veux dire sa pratique, qui seule est capable d'en occasionner le progrès, portée au point où elle est aujourd'hui.

Cette Méthode consiste en ceci: on arrête le filet à plomb du Quart-de-cercle sur un point précis de la division comme pour l'usage du Micrometre, & si l'Astre que l'on observe passe au dessus ou au dessous du filet

let horizontal de la Lunette, on observe l'abord de l'Astre aux filets obliques inclinés à l'horizontal & au vertical de 45 degrés. Le passage au vertical étant aussi observé, on a cette proportion,

Le sinus total
est au cosinus de la déclinaison de l'Astre,
comme la difference entre les passages de l'Astre à un oblique & au vertical, réduite en parties du Parallele,
est à cette même difference en parties de l'Equateur.

Et cette difference réduite en parties de l'Equateur ou de grand Cercle, est précisément égale à la difference de hauteur entre le fil horizontal ou la ligne de foi de la Lunette & le point de hauteur auquel a passé l'Astre, c'est-à-dire, qu'elle est égale à la difference de déclinaison entre l'Astre & la ligne de foi de la Lunette: ajoutant donc ou soustrayant cette difference de degré de hauteur marqué sur le limbe, on a les degrés, minutes & secondes de la hauteur de l'Astre indépendamment de l'estime & de l'incertitude des transversales.

Cette Méthode est même susceptible d'une plus grande précision, en plaçant dans le Réticule un filet incliné sous un angle moindre que 45 degrés; mais j'aurai occasion d'en parler ailleurs.

Voilà, si je ne me trompe, la meilleure maniere de tracer sur terre un Parallele pour un lieu proposé.

Si l'on demande sa grandeur actuelle, ou combien un arc pris sur sa circonférence contient

Si la Terre n'est pas sphérique, mais un Sphéroïde quelconque, soit oblong, soit applati, l'opération deviendra un peu differente; dans ce cas, les Paralleles seront toujours des Cercles, mais à des latitudes égales ils n'auront plus le même rapport entre eux que dans la Sphere; d'où il suit qu'il faudra nécessairement tracer & mesurer le Parallele même, & le comparer avec la difference de longitude prise par observation immédiate, & dans ce cas la trace & la mesure de la perpendiculaire *OT* devient inutile, d'autant plus que le triangle *OTP* sera formé par des courbes inconnues & non sujettes apparemment à un calcul trigonométrique.

Pour ce qui regarde l'utilité qu'on peut tirer de la mesure du Parallele, dans la question de la Figure de la Terre, j'ai eu la curiosité de voir combien chaque degré du Parallele de Paris vaudroit de toises dans les deux differentes hypotheses que l'on a formées sur ce sujet: j'ai cherché d'abord la valeur de ce degré dans l'hypothese de la sphéricité de la Terre, en supposant le diametre de l'Equateur de 6538594 toises, qui est la grandeur résultante des opérations faites par l'Académie, dans la mesure de la Terre, & de la supposition des degrés, chacun de 57061 toises; je l'ai trouvé de 37559 $\frac{151}{1000}$.

J'ai supposé ensuite le diametre de l'Equateur de 6510796 toises, qui est la grandeur que lui assigne M. Cassini, en vertu de la supposition que la Terre est un Sphéroïde allongé par les poles, & supposant la Terre sphé-

rique avec un tel Equateur, je trouve le degré du Parallele de Paris de 37389 toises.

37560

171

La difference pour ces deux suppositions est de 171 toises pour 1 degré, ou 1710 toises pour 10 degrés.

Dans le Sphéroïde oblong, tel que M. Cassini le déduit de ses observations, le diametre de l'Equateur étant de 6510796 toises, le degré du Parallele se trouve de 37177 toises.

Dans le Sphéroïde applati, en conservant précisément le même Equateur de 6510796 toises, & faisant l'axe de la Terre à ce nombre-là, comme 229 à 230, qui est le rapport donné par M. Newton, le degré du Parallele est 37498 $\frac{5}{18}$ toises. La difference d'avec celui du Sphéroïde oblong est de 321 $\frac{5}{18}$ toises.

M. Poleni a calculé la même difference du degré du Sphéroïde applati, à celui du Sphéroïde oblong, & il la trouve de 777 toises, rapportées dans les Mémoires de Trevoux d'Octobre 1726. Je ne savois pas d'abord sur quel principe il avoit fait ce calcul, cependant j'avois peine à croire que cette difference montât si haut, outre qu'ayant refait le mien sur les principes énoncés, j'ai toujours retrouvé, à quelques toises près, la même quantité, suivant que j'ai eu plus ou moins d'attention aux fractions.

Je remarquois même, à cette occasion, que le degré du Parallele se trouve de 37389 toises dans la Terre sphérique, dont l'Equateur est le même que celui que l'on donne au

Sphé-

tient de toiſes, cela ne ſe peut trouver directement, mais ſeulement en prenant la longueur des lignes droites terminées par des piquets que l'on auroit plantés de diſtance en diſtance ſur des points du Parallele, & dans les endroits où l'on auroit obſervé la même latitude. Si l'on place, par exemple, des piquets de demi-lieue environ en demi-lieue, ou même de lieue en lieue, chaque ligne terminée par deux de ces piquets partagera la circonférence du Parallele de 2 en 2 minutes, ou de 4 en 4, & l'on trouvera à la latitude de 48° 50' que tant l'arc de 2 minutes que ſa ſoutendante ſont égaux à 1251 toiſes à très peu près, en ſuppoſant la Terre ſphérique, & la lieue commune de 25 au degré de 2282 toiſes, ſans que la difference entre l'arc d'un degré & la ſomme des ſoutendantes de toutes les 2 minutes qui y ſont compriſes monte peut-être à 10 toiſes ou à 100 toiſes au bout de 10 degrés, qui eſt à peu près l'étendue de la portion du Parallele de Paris qui paſſe ſur la France, c'eſt-à-dire, ſur une grandeur de plus de 375390 toiſes dans leſquelles il eſt impoſſible de répondre de 100 toiſes, ces 375390 toiſes ne pouvant être meſurées à moins de 150 triangles, en prenant des ſoutendantes de lieue en lieue. Le calcul toujours fondé ſur les ſuppoſitions que j'ai dites, me donne 25 toiſes de difference pour 10 degrés entre la longueur du Parallele & la ſomme de ſes ſoutendantes de 2 en 2 minutes.

Si au-lieu de tracer le Parallele, on trace une Perpendiculaire à la Tangente du Méri-

dien au point d'où l'on part, cette Perpendiculaire, qui eſt dans le plan du premier vertical, ſera auſſi un grand cercle dans la ſuppoſition que la Terre eſt ſphérique. Que l'on ait, par exemple, avancé de Paris vers l'Orient ſur cette ligne à 100 lieues environ, & que la grandeur trouvée par le moyen de divers triangles ſoit de 228244 toiſes égales à 4 degrés de grand cercle, en prenant 57061 toiſes pour chaque degré.

Dans le triangle ſphérique *POT* où *P* eſt le pole, *O* le lieu d'où l'on part, *OT* une portion du premier vertical, ou la perpendiculaire menée à l'aide des triangles, & *OR* une portion du Parallele du lieu, on connoit *PO* complément de la latitude du lieu à Paris de 41° 10′, *OT* l'arc du premier vertical meſuré de 4°, & l'angle en *O* qui eſt droit, on trouvera l'angle *TPO* de 6° 3′ 50″, qui eſt la difference en longitude entre les lieux *O* & *T*; & convertiſſant cette quantité en parties du Parallele & en toiſes, on trouvera pour l'arc *OR* 227632 toiſes moindres de 612 toiſes que la perpendiculaire tracée. Enfin on trouvera l'arc *TP* de 9′ 34″ 40‴, qui valent à très peu près 5993 toiſes, ou rondement 6000, ou environ 3 lieues des environs de Paris pour la quantité dont la perpendiculaire s'écarte du Parallele à la diſtance de 4 degrés meſurés ſur cette Perpendiculaire, ou de 6° 3′ 50″ de differences en longitude.

Si

Sphéroïde oblong, & que l'on ſuppoſe au Sphéroïde applati. Ce degré ne doit pas différer beaucoup de celui du Sphéroïde applati de M. Newton, dont le grand axe ne ſurpaſſe le petit que d'un 230e, auſſi ne trouvai-je cette difference que de 109 toiſes. Il doit au contraire différer davantage du degré du Sphéroïde oblong, dont le grand axe ſurpaſſe le petit d'une 95e. partie, & je trouve cette difference de 212 toiſes, un peu moins que double de l'autre.

Or, j'ai calculé la grandeur du degré du Parallele dans la Terre ſphérique pour 48° de latitude, qui eſt le cas de M. Poleni, & je l'ai trouvé de 38180 $\frac{106}{180}$. Pour 48° 50′ il eſt de 37559 $\frac{151}{180}$, la difference eſt 621 toiſes en négligeant la fraction; mais on trouve outre cela 171 toiſes de difference pour les deux grandeurs de l'Equateur, dans la Terre ſphérique; il ſuit donc, que ſi M. Poleni avoit calculé la grandeur du degré du Parallele de 48° dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique, & donné à l'Equateur le même diametre que j'ai cru d'abord qu'il lui avoit donné dans les deux Sphéroïdes, il l'auroit trouvée de 38009 ou 38010 toiſes; ſa difference à celui du Sphéroïde oblong, qu'il donne de 37769 toiſes, eſt 241 toiſes, & ſa difference à celui du Sphéroïde applati eſt 536 toiſes plus que double de la premiere, au-lieu qu'elle n'en devroit être qu'environ la moitié.

Mais M. Poleni n'a pas pris le même Equateur dans les deux Sphéroïdes, comme je l'avois cru: il dit dans le Recueil de ſes Lettres, qu'il s'eſt ſervi des meſures données

par

par M. Caſſini pour le Sphéroïde oblong, & de celles que M. 'sGraveſande a données au Sphéroïde applati, dans ſes Elémens de Phyſique *. La raiſon de M. Poleni eſt, que l'un & l'autre de ces Sphéroïdes donnent le Méridien à peu près de la même grandeur, & qu'on n'eſt point, dit-il, en diſpute ſur la grandeur du Méridien, de l'égalité duquel on s'accorde dans les deux hypotheſes. Dans ce cas le diametre de l'Equateur eſt de 7061341 toiſes 2 pieds de Paris, plus grand que le diametre de l'Equateur du Sphéroïde oblong de M. Caſſini de 550545, & diminuant ce nombre de ſa 230e. partie, il vient pour l'axe de la Terre 7030639 $\frac{1}{2}$. On ne doit donc plus s'étonner de la difference entre mon calcul & celui de M. Poleni; il reſte à ſavoir ſi le Sphéroïde applati, tel que M. 'sGraveſande le détermine, eſt celui qu'il faut employer dans cette recherche. J'ai cru qu'il valoit mieux prendre le Sphéroïde applati, tel que M. Newton le déduit des obſervations du Pendule; le diametre de ſon Equateur par le calcul de M. Newton lui-même, eſt de 6552866 $\frac{2}{3}$ toiſes, & l'axe de révolution, ou la diſtance des Poles, eſt de 6524371 toiſes: ces nombres ſont à peu près dans le rapport de 230 à 229. De ces meſures je tire la grandeur du degré du Parallele pour 48° 50′ de 37724 $\frac{11}{18}$ toiſes. La différence à celui du Sphéroïde oblong de M. Caſſini eſt de 548 toiſes pour chaque degré.

Ces deux Sphéroïdes ont un Parallele commun

* *Lib.* 4. *cap.* 17. *num.* 1367.

mun du côté de chaque Pole; depuis l'Equateur jusqu'à ce point, les Paralleles sont plus grands dans l'applati, & au contraire depuis ce point jusqu'au Pole ils sont plus grands dans l'oblong.

Pour trouver la grandeur du Parallele commun aux deux Sphéroïdes, soit . . . . $CP\ a$

$CF\ b$

$CA\ x$

$DA\ y$

$CE\ c$

$CR\ d$

Par la propriété de l'ellipse on aura . . . . $aa : bb :: aa - xx : yy$.
Et cette autre proportion. $dd : cc :: dd - xx : yy$.

D'où l'on tire $\frac{bb}{aa} \times \overline{aa - xx} = \frac{cc}{dd} \times dd - xx$,

& réduisant à même dénomination, & multipliant, on aura $aabbdd - bbddxx = aaccdd - aaccxx$, c'est-à-dire, parce que c est plus grand que d, $aaccxx - bbddxx = aaccdd - aabbdd$, ou bien $x = ad \frac{\sqrt{cc - bb}}{\sqrt{aacc - bbdd}}$.

On trouvera de même la valeur d'y, d'où en remontant par la même méthode qui a servi aux calculs ci-dessus, on trouvera quel est le degré de latitude dans chaque Sphéroïde, auquel convient la grandeur trouvée du Parallele.




WIDENER LIBRARY
HX ISPT L

